Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie, ed. J. Mittelstraß, 1. Auflage, Bd. 4 (Sp-Z), Stuttgart/Weimar 1996

Artikel von Peter Schroeder-Heister als Autor oder Co-Autor (gezeichnet mit: P.S.)

Statistik
Strukturregel
Sukzedens
Teilmenge
Teilmengenaxiom
Termlogik
Test
Testtheorie
Transformation
Überführungstheorem
Umbenennung
Umkehrfunktion
Umkehrproblem
unbeweisbar/Unbeweisbarkeit
undefinierbar/Undefinierbarkeit
unerfüllbar/Unerfüllbarkeit
Unterbegriff
Unwiderlegbar/Unwiderlegbarkeit
Urelement
Variablenkollision
Variablenkonfusion
Vereinigung (mengentheoretisch)
Verweistheorie
Verzweigung
Vollformalismus
Vorgängerfunktion
Vorgängergleichung
Vorkommen
Weber-Fechnersches Gesetz
Widerspruch (logisch)
Widerspruchsfrei/Widerspruchsfreiheit
Widerspruchsfreiheitsbeweis
Zufallsfunktion
Zufallsgenerator
Zulässig/Zulässigkeit

Statistik, Bezeichnung für eine Teildisziplin der Mathematik, die bei der wissenschaftlichen Beschreibung und Beurteilung von Massenerscheinungen oder Kollektivphänomenen angewandt wird. Die *deskriptive* S. stellt empirische Häufigkeitsverteilungen auf und ermittelt Kennwerte zur Analyse von gegebenem Datenmaterial wie etwa Mittelwert und Standardabweichung einer Stichprobe. Die *beurteilende* S. oder auch Inferenzstatistik (als der wesentliche Teil der Disziplin) faßt die durch eine Stichprobe gegebenen Daten und deren Kennwerte als Realisierungen von Zufallsvariablen auf und versucht, auf die Wahrscheinlichkeitsverteilungen dieser Zufallsvariablen und deren Parameter zu schließen. Sie baut damit auf der ↑Wahrscheinlichkeitstheorie auf, in der Zufallsvariablen und deren Verteilungen axiomatisch untersucht werden. Zentrale Verfahren der beurteilenden S. sind die Schätzung von Parametern (wie Erwartungswert und Varianz) der angenommenen Zufallsvariablen auf der Basis der Kennwerte einer vorliegenden Stichprobe, die Berechnung von Konfidenzbereichen, insbes. Konfidenzintervallen, in denen ein solcher Parameter mit großer Wahrscheinlichkeit liegt, und der Test von statistischen Hypothesen, d. h. die Beurteilung, welche Verteilungshypothese zur Erklärung des Stichprobenresultats angenommen wird. Häufig wird dabei schon von bestimmten Grundannahmen über die Verteilung von Merkmalen im gesamten Stichprobenraum ausgegangen, z. B. der Annahme, daß nur hypergeometrische oder nur ↑Normalverteilungen mit bestimmten Parametern in Frage kommen. Maßgebendes Kriterium für Schätzung, Konfidenzberechnung oder Test ist die Wahrscheinlichkeit, die die Stichprobe auf Grund der in Frage kommenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen hat. So wählt man bei der Schätzung eines Parameters nach der maximum-likelihood-Methode die Wahrscheinlichkeitsverteilung mit demjenigen Parameter, der das Stichprobenresultat am wahrscheinlichsten macht (z. B. als Mittelwert der Gesamtpopulation den Wert, bei dem der Stichprobenwert am wahrscheinlichsten erreicht wird), oder bei der Berechnung eines Konfidenzbereichs eine möglichst kleine (also genaue) Menge von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, in der das Stichprobenresultat auf Grund dieser Verteilungen mit großer Wahrscheinlichkeit liegt.

Wissenschaftstheoretisch besonders einschlägig ist der *Hypothesentest*, dessen klassische Behandlung auf J. Neyman und E. S. Pearson zurückgeht. Bei einem derartigen statistischen Test sucht man sich auf Grund von Stichprobendaten für oder gegen eine Verteilungshypothese zu entscheiden (z. B. für oder gegen die Hypothese, daß die Mittelwerte des Vorkommens einer Eigenschaft in zwei Gruppen von Personen sich tatsächlich unterscheiden). Diese Hypothese heißt auch ›Alternativhypothese‹ im Unterschied zur gegenteiligen Hypothese, die auch als ›Nullhypothese‹ bezeichnet wird (im Beispiel: die Mittelwerte beider Gruppen unterscheiden sich nicht). Beide Hypothesen lassen sich durch zwei zueinander disjunkte Mengen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen charakterisieren. Die Alternativhypothese wird dann angenommen, wenn die für die Nullhypothese in Frage kommenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen die Stichprobendaten hinreichend unwahrscheinlich machen. Das Ausmaß der erforderlichen Unwahrscheinlichkeit ist durch einen vor Erhebung der Stichprobe angenommenen Wert gegeben, das sog. ›α-Niveau‹ oder ›Signifikanzniveau‹ des Tests. Man kann es auch als die Wahrscheinlichkeit dafür ansehen, die Nullhypothese irrtümlicherweise zu verwerfen, d. h. einen sog. ›Typ-I-Fehler‹ oder ›α-Fehler‹ zu begehen. Die Wahl des Signifikanzniveaus ist also eine Festlegung eines Fehlerrisikos, das man bei der Durchführung des Tests in Kauf zu nehmen bereit ist.

Unter den möglichen Tests, die eine Nullhypothese zu einem bestimmten Signifikanzniveau verwerfen, wird man einen solchen bevorzugen, für den die für die Alternativhypothese in Frage kommenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen die Stichprobendaten möglichst wahrscheinlich machen, d. h., es möglichst wahrscheinlich machen, ein Ergebnis wirklich zu finden, auf Grund dessen sich die Nullhypothese (zu einem bestimmten Signifikanzniveau) auch verwerfen läßt, wenn die Alternativhypothese richtig ist. Diese Wahrscheinlichkeit nennt man auch die Macht des Tests. Sie ist in der Regel selbst bei gegebener Stichprobengröße nicht eindeutig bestimmt, sondern hängt davon ab, welche Wahrscheinlichkeitsverteilung aus der Alternativhypothese zugrunde gelegt wird (z. B. davon, für wie groß man den erwarteten Effekt im Verhältnis zur beobachteten Varianz hält). Sie ist jedoch eindeutig, wenn Null- und Alternativhypothese jeweils nur eine Verteilung umfassen (›Fundamentallemma von Neyman-Pearson‹). Die Macht des Tests stellt die Wahrscheinlichkeit dar, die Alternativhypothese anzunehmen, wenn sie richtig ist, d. h., nicht bei einer falschen Nullhypothese zu bleiben – die sog. Wahrscheinlichkeit, keinen ›β-Fehler‹ oder ›Typ-II-Fehler‹ zu begehen. Während die Verwerfung der Nullhypothese zugunsten der Alternativhypothese auf Grund des positiven Ausgangs eines Tests (Stichprobenwahrscheinlichkeit liegt unter dem Signifikanzniveau) unabhängig von der Macht des Tests ist, spielt die Macht eine wesentliche Rolle, wenn man den negativen Ausgang eines Tests (Stichprobenwert liegt nicht unter dem Signifikanzniveau) interpretiert. Auch wenn man daraufhin die Nullhypothese *nicht verwirft*, liegt nur dann ein Argument *für* die Nullhypothese vor, wenn die Macht des Tests hinreichend groß ist. Bei Anwendungen von Tests in der empirischen Forschung, z. B. der ↑Psychologie, wird häufig auf Überlegungen zur Macht des gewählten Tests verzichtet und nur ein positiver Ausgang (Verwerfung der Nullhypothese) interpretiert, auch wenn ein negativer Ausgang im Zusammenhang mit Überlegungen zur Macht des benutzten Tests aussagekräftig sein könnte. – Der auch in der Wissenschaft vorkommende statistische Fehlschluß von der Nicht-Verwerfung auf eine positive Beurteilung der Nullhypothese ist bei der öffentlichen Diskussion der Ergebnisse statistischer Erhebungen häufig anzutreffen. Alternativen zur Neyman-Pearsonschen Testtheorie stellen unter anderem Bayesianische Ansätze dar, die auf einer subjektiven Interpretation der ↑Wahrscheinlichkeit aufbauen. In neuerer Zeit sind in der S. und deren Anwendungen sog. ›nicht-parametrische‹ Verfahren stärker in den Vordergrund gerückt. Hier geht man nicht mehr von der Voraussetzung aus, daß die gesuchte Wahrscheinlichkeitsverteilung zu einer Menge von durch bestimmte Parameter gekennzeichneten und unabhängig von den erhobenen Daten postulierten Verteilungen gehört, sondern ist weitgehend frei von Verteilungsannahmen.

Literatur: J. O. Berger, Statistical Decision Theory. Foundations, Concepts, and Methods, New York/Heidelberg/Berlin 1980, erw. unter dem Titel: Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis, [2]1985 (repr. 1993); J. E. Freund, Mathematical Statistics, Englewood Cliffs N. J. 1962, erw. [2]1971, (mit R. E. Walpole) erw. Englewood Cliffs N. J. etc. [3]1980; R. N. Giere, Understanding Scientific Reasoning, New York etc. 1979, [2]1984, 177–315 (III Causes, Correlations, and Statistical Reasoning); I. Hacking, The Logic of Statistical Inference, Cambridge etc. 1965 (repr. 1974); H. Heyer, Theory of Statistical Experiments, New York/Heidelberg/Berlin 1982; K. Krickeberg/H. Ziezold, Stochastische Methoden, Berlin/Heidelberg/New York 1977, [2]1979, [3]1988, erw. [4]1995; P. H. Müller (ed.), Lexikon der Stochastik, Berlin (Ost) 1970, erw. [2]1975, [4]1983, erw. Berlin [5]1991; J. Neyman/E. S. Pearson, On the Use and Interpretation of Certain Test Criteria for Purposes of Statistical Inference, Biometrica 20 A (1928), 175–240, 263–294; dies., On the Problem of the Most Efficient Tests of Statistical Hypotheses, Philos. Transact. of the Royal Soc. A 231 (1932/1933), 289–338; J. Pfanzagl, Parametric Statistical Theory, Berlin/New York 1994 (mit Bibliographie, 345–359); J. W. Pratt/J. D. Gibbons, Concepts of Nonparametric Theory, Berlin/Heidelberg/New York 1981; L. Schmetterer, Einführung in die mathematische S., Wien 1956, erw. Wien/New York [2]1966 (engl. Introduction to Mathematical Statistics, Berlin/Heidelberg/New York 1974); W. Stegmüller, Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie IV/2 (Statistisches Schließen, Statistische Begründung, Statistische Analyse), Berlin/Heidelberg/New York 1973; H. Witting, Mathematische S. I (Parametrische Verfahren bei festem Stichprobenumfang), Stuttgart 1985. P. S.

Stegmüller, Wolfgang, *Mutters b. Innsbruck 3. Juni 1923, †München 1. Juni 1991, österr.-dt. Philosoph und Wissenschaftstheoretiker, Hauptvertreter des wissenschaftstheoretischen ›Strukturalismus‹ (↑Strukturalismus (philosophisch, wissenschaftstheoretisch)). Studium zunächst der Nationalökonomie in Innsbruck (1945 Promotion), 1947 Promotion und 1949 Habilitation in Philosophie, 1949–1956 Lektor und 1956–1957 Titularprof. in Innsbruck, 1953/1954 Aufenthalt in Oxford, 1957/1958 Gastprof. in Kiel und Bonn, 1958–1990 o. Prof. für Philosophie in München, 1962/1963 und 1964 Gastprofessor in Philadelphia Pa.. – Nach ersten Arbeiten in der kontinentaleuropäischen Tradition verlagert sich S.s Arbeitsgebiet auf die Analytische Philosophie (↑Philosophie, analytische) und ↑Wissenschaftstheorie (↑Wissenschaftstheorie, analytische). Seine frühen Arbeiten tragen wesentlich dazu bei, diese auf den ↑Wiener Kreis zurückgehende und durch die Nationalsozialisten in das zumeist angelsächsische Ausland vertriebene philosophische Richtung wieder in Deutschland zu etablieren.

Im Bemühen um eine präzise, formalisierbare Philosophie und im Anschluß an R. Carnap und A. Tarski befaßt sich S. mit den Grundlagen der logischen Syntax (↑Syntax, logische) und Semantik (↑Semantik, logische) und bereitet die erkenntnistheoretisch wichtigen Unentscheidbarkeits- und Unvollständigkeitsresultate (↑unentscheidbar/Unentscheidbarkeit, ↑Unentscheidbarkeitssatz, ↑unvollständig/Unvollständigkeit, ↑Unvollständigkeitssatz) von A. Church und K. Gödel für die deutschsprachige philosophische Diskussion auf. Die Wissenschaftsphilosophie versteht S. – beeinflußt durch W. V. O. Quine – als untrennbar mit der ↑Sprachphilosophie verbunden. Mit seinem umfangreichen Werk »Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie« (1969–1986) legt er eine umfassende kritische Bilanz der modernen Wissenschaftstheorie

nand de Saussure's General Theory of Language, Metuchen N.J. 1972; J.M. Miller, French Structuralism. A Multidisciplinary Bibliography, New York/London 1981.

Literatur II (Wissenschaftstheoretischer S.): E.W. Adams, The Foundations of Rigid Body Mechanics and the Derivation of Its Laws from Those of Particle Mechanics, in: L. Henkin/P. Suppes/A. Tarski (eds.), The Axiomatic Method. With Special References to Geometry and Physics. Proceedings of an International Symposium Held at the University of California, Berkeley, December 26, 1957 – January 4, 1958, Amsterdam 1959, 250–265; W. Balzer, Empirische Theorien. Modelle, Strukturen, Beispiele, Braunschweig/Wiesbaden 1982; ders., Theorie und Messung, Berlin etc. 1985; ders., Theoretical Terms: A New Perspective, J. Philos. 83 (1986), 71–90; ders./M. Heidelberger (eds.), Zur Logik empirischer Theorien, Berlin 1983; ders./C.U. Moulines/J.D. Sneed, An Architectonic for Science. The Structuralist Program, Dordrecht etc. 1987; T. Bartelborth, Eine logische Rekonstruktion der klassischen Elektrodynamik, Frankfurt 1988; W. Diederich, Strukturalistische Rekonstruktionen. Untersuchungen zur Bedeutung, Weiterentwicklung und interdisziplinären Anwendung des strukturalistischen Konzepts wissenschaftlicher Theorien, Braunschweig/Wiesbaden 1981; ders., A Structuralist Reconstruction of Marx's Economics, in: W. Stegmüller/W. Balzer/W. Spohn (eds.), Philosophy of Economics. Proceedings, Munich, July 1981, Berlin/Heidelberg/New York 1982, 145–160; U. Gähde, T-Theoretizität und Holismus, Frankfurt/Bern 1983; H. Göttner/J. Jacobs, Der logische Bau von Literaturtheorien, München 1978; R.E. Grandy, Theories of Theories. A View from Cognitive Science, in: J. Earman (ed.), Inference, Explanation, and Other Frustrations. Essays in the Philosophy of Science, Berkeley Calif./Los Angeles/Oxford 1992, 216–233; B.-H. Kim, Kritik des S., Amsterdam/Atlanta Ga. 1991; T. S. Kuhn, Theory-Change as Structure-Change. Comments on the Sneed Formalism, Erkenntnis 10 (1976), 179–199, Neudr. in: R.E. Butts/J. Hintikka (eds.), Historical and Philosophical Dimensions of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Dordrecht/Boston 1977 (Proc. 5th Internat. Congr. Log. Methodol. Philos. Sci. IV), 289–309; J. Leroux, La sémantique des théories physiques, Ottawa Ont. 1988; C.U. Moulines, Theory-Nets and the Evolution of Theories. The Example of Newtonian Mechanics, Synthese 41 (1979), 417–439; D. Pearce, Is There Any Theoretical Justification for a Nonstatement View of Theories?, Synthese 46 (1981), 1–39; ders., Roads to Commensurability, Dordrecht etc. 1987; V. Rantala, The Old and the New Logic of Metascience, Synthese 39 (1978), 233–247; ders., On the Logical Basis of the Structuralist Philosophy of Science, Erkenntnis 15 (1980), 269–286; H. Rings, Strukturalistische Wissenschaftstheorie – ein überzeugender Weg? Kritische Bemerkungen zum Sneed-Kuhn-Stegmüllerschen non-statement-view wissenschaftlicher Theorien, Diss. Mannheim 1984; T. Schlapp, Theorienstrukturen und Rechtsdogmatik. Ansätze zu einer strukturalistischen Sicht juristischer Theoriebildung, Berlin 1989; J.D. Sneed, The Logical Structure of Mathematical Physics, Dordrecht 1971, Dordrecht/Boston/London [2]1979; W. Stegmüller, Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie II/2 (Theorie und Erfahrung. Theorienstrukturen und Theoriendynamik), Berlin/Heidelberg/New York 1973, [2]1985; ders., The Structuralist View of Theories. A Possible Analogue to the Bourbaki Programme in Physical Science, Berlin/Heidelberg/New York 1979; ders., Neue Wege der Wissenschaftsphilosophie, Berlin/Heidelberg/New York 1980; ders., Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie II/3 (Theorie und Erfahrung. Die Entwicklung des neuen S. seit 1973), Berlin/Heidelberg/New York 1986; F. Suppe, The Semantic Conception of Theories and Scientific Realism, Urbana Ill./Chicago 1989; P. Suppes, Models of Data, in: E. Nagel/P. Suppes/A. Tarski (eds.), Logic, Methodology, and Philosophy of Science. Proceedings of the 1960 International Congress, Stanford Calif. 1962, 252–261; ders., Whats a Scientific Theory?, in: S. Morgenbesser (ed.), Philosophy of Science Today, New York/London 1967, 55–67; C. Truesdell, Suppesian Stews, in: ders., An Idiot's Fugitive Essays on Science. Methods, Criticism, Training, Circumstances, New York etc. 1984, 503–579; R. Tuomela, On the Structuralist Approach to the Dynamics of Theories, Synthese 39 (1978), 211–231; R. Westermann, Strukturalistische Theorienkonzeption und empirische Forschung in der Psychologie. Eine Fallstudie, Berlin etc. 1987; H. Westmeyer (ed.), Psychological Theories from a Structuralist Point of View, Berlin etc. 1989; ders. (ed.), The Structuralist Program in Psychology. Foundations and Applications, Seattle etc. 1992; G. Zoubek/B. Lauth, Zur Rekonstruktion des Bohrschen Forschungsprogramms, Erkenntnis 37 (1992), 223–273. – W. Diederich/A. Ibarra/T. Mormann, Bibliography of Structuralism, Erkenntnis 30 (1989), 387–407. D.T./H.R.

Strukturregel, in ↑Sequenzenkalkülen Bezeichnung für solche Schlußfiguren, die »sich nicht mehr auf logische Zeichen, sondern auf die Struktur der Sequenzen beziehen« (G. Gentzen, Untersuchungen, 1935, 191), im Unterschied zu Regeln, die ein logisches Zeichen im ↑Antezedens oder ↑Sukzedens einer ↑Sequenz einführen. Die klassischen S.n, die von Gentzen eingeführt wurden, sind Verdünnung (Abschwächung; engl. thinning, weakening), Kontraktion (bei Gentzen ›Zusammenziehung‹, engl. contraction) und Vertauschung (engl. interchange, permutation), jeweils im Antezedens und im Sukzedens einer Sequenz (links und rechts vom Sequenzenpfeil →), ferner die ↑Schnittregel (engl. cut rule):

Verdünnung	$\dfrac{\Gamma \to \Delta}{A, \Gamma \to \Delta}$	$\dfrac{\Gamma \to \Delta}{\Gamma \to \Delta, A}$
Kontraktion	$\dfrac{A, A, \Gamma \to \Delta}{A, \Gamma \to \Delta}$	$\dfrac{\Gamma \to \Delta, A, A}{\Gamma \to \Delta, A}$
Vertauschung	$\dfrac{\Gamma_1, A, B, \Gamma_2 \to \Delta}{\Gamma_1, B, A, \Gamma_2 \to \Delta}$	$\dfrac{\Gamma \to \Delta_1, A, B, \Delta_2}{\Gamma \to \Delta_1, B, A, \Delta_2}$
Schnitt	$\dfrac{\Gamma \to \Delta_1, A}{\Gamma_1, \Gamma_2} \to$	$\dfrac{A, \Gamma_2 \to \Delta_2}{\Delta_1, \Delta_2}$

Die Schnittregel nimmt hierbei eine Sonderstellung ein, da sie in den meisten logischen Systemen eliminierbar ist. Die Regeln der Vertauschung sind überflüssig, wenn man ›multisets‹ statt endlicher

Folgen als Antezedens und Sukzedens wählt, da man bei ›multisets‹ von der Anordnung der Elemente (nicht jedoch von ihrer Vielfachheit) abstrahiert. Darüber hinaus erübrigen sich die Kontraktionsregeln, wenn man endliche Mengen wählt. Logiken mit eingeschränkten S.n, sogenannte ›substrukturelle Logiken‹, führen zu Systemen unterhalb der klassischen Logik (↑Logik, klassische, ↑Logik, nicht-klassische). Z.B. ergibt sich eine Variante der ↑Relevanzlogik bei Weglassung der Verdünnung, die kontraktionsfreie Logik bei Weglassung der Kontraktion, die lineare Logik bei Weglassung von Verdünnung und Kontraktion und der (nach J. Lambek benannte) Lambek-Kalkül bei Weglassung aller S.n (er hat insbes. in der Linguistik im Zusammenhang mit der Kategorialgrammatik Anwendung gefunden). Varianten der kontraktionsfreien Logik, die im übrigen schon von H.B. Curry und F.B. Fitch im Zusammenhang mit dem Antinomienproblem diskutiert wurden (↑Antinomie, ↑Currysche Antinomie, ↑Logik, kombinatorische), haben in der neueren theoretischen Informatik besonderes Interesse gefunden, da sie elementare Entscheidbarkeitseigenschaften (↑entscheidbar/Entscheidbarkeit) haben und damit das automatische Beweisen einfach gestalten.

Literatur: K. Došen, A Historical Introduction to Substructural Logics, in: ders./P. Schroeder-Heister (eds.), Substructural Logics, Oxford etc. 1993, 1–30 (mit Bibliographie, 22–30); G. Gentzen, Untersuchungen über das logische Schließen, Math. Z. 39 (1935), 176–210, 405–431 (repr. Darmstadt 1969), Neudr. in: K. Berka/L. Kreiser (eds.), Logik-Texte. Kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik, Berlin (Ost) 1971, [2]1973, 192–253; M.M. Richter, Logikkalküle, Stuttgart 1978. P.S.

Stufe (engl. order, level), Terminus der ↑Logik zur Trennung sprachlicher oder begrifflicher Ebenen. So unterscheidet bereits G. Frege Begriffe, die sich auf ›Gegenstände‹ beziehen (Beispiel: ›Pferd‹) als *Begriffe 1. S.* von Begriffen, die sich auf ↑Begriffe beziehen und *Begriffe 2. S.* heißen (Beispiel: ›nicht leer‹, wobei ein Begriff nicht leer ist genau dann, wenn mindestens ein Gegenstand unter ihn fällt). Entsprechende Unterscheidungen lassen sich auch für Begriffs*wörter* und ↑*Prädikatoren* treffen. Allgemeiner unterscheidet man, einem Vorschlag von A. Tarski folgend, das Sprechen *über* sprachliche Ausdrücke als *Metastufe* (↑Metasprache) von diesen Ausdrücken selbst, der dann so genannten *Objektstufe* (↑Objektsprache). Im Zusammenhang damit ist dann etwa von S.n der Logik (↑Stufenlogik, ↑Stufenkalkül) die Rede: In der S. ist der ↑Variabilitätsbereich der ↑Quantoren auf logisch so genannte Gegenstände (synonym häufig: Individuen) bzw. Gegenstandsausdrücke (Individuenterme, ↑Term) beschränkt. In der 2. S. können sich die Quantoren auch auf ›Attribute‹ (von Individuen) beziehen.

Literatur: G. Frege, Funktion und Begriff, in: ders., Funktion, Begriff, Bedeutung. Fünf logische Studien, ed. G. Patzig, Göttingen 1962, [7]1994, 18–39; ders., Über Begriff und Gegenstand, in: ders., Funktion, Begriff, Bedeutung [s.o.], 66–80; H. Hermes, Einführung in die mathematische Logik. Klassische Prädikatenlogik, Stuttgart 1963 (engl. Introduction to Mathematical Logic, Berlin 1973), [5]1991; A. Tarski, Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen, Studia Philosophica Commentarii Societatis Philosophicae Polonorum 1 (Lemberg 1935), 261–405, Neudr. in: K. Berka/L. Kreiser (eds.), Logik-Texte. Kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik, Berlin (Ost) 1971, [4]1986, 443–546. F.K.

Stufenkalkül, ein ↑Kalkül der ↑Stufenlogik.

Stufenlogik (auch: Logik höherer Stufe; engl. higher-order logic), Bezeichnung für eine Erweiterung der erststufigen ↑Quantorenlogik (engl. first-order logic) um ↑Prädikatkonstanten und ↑Quantoren 2. und höherer Stufe, wobei letztere statt ↑Individuenvariable auch Prädikatvariable binden. Kann man in der Logik 1. Stufe, die mit der gewöhnlichen Quantorenlogik zusammenfällt, Aussagen über ↑Eigenschaften von ↑Individuen machen (›a ist rot‹), so in der Logik 2. Stufe Aussagen über Eigenschaften von Eigenschaften (›Rot ist eine Farbe‹) und auf der 3. Stufe Eigenschaften von Eigenschaftseigenschaften ausdrücken (›Farbe ist eine sekundäre Qualität‹) usw.; auf der Stufe $n + 1$ kommen also neue Prädikatkonstanten für ↑Prädikate n-ter Stufe hinzu. Verfügt des weiteren die S. auf der 1. Stufe nur über Individuenvariable, so kommen auf der 2. Stufe Variable für Prädikate 1. Stufe hinzu, die durch Quantoren gebunden werden können (›es gibt eine Eigenschaft X von a, ...‹), auf der 3. Stufe Variable für Prädikate 2. Stufe usw.. Eine $(n + 1)$-stufige Prädikatvariable ist danach stets eine Variable für n-stufige Prädikatkonstanten.

Die ↑Formalisierung der S. erfolgt analog zum Muster der Quantorenlogik. Um eine formale Sprache (↑Sprache, formale) der S. zu erhalten, ergänzt man die erststufigen Ausdrucksbildungsregeln (↑Ausdruck (logisch), ↑Ausdruckskalkül) mit Regeln für höherstufige Prädikatkonstanten und Prädikatvariable, z.B. ›ist X eine n-stellige Prädikatvariable 2. Stufe und sind $t_1, \ldots, t_n$ erststufige Terme, so ist $Xt_1 \ldots t_n$ ein Ausdruck‹, und für hö-

Dantes (Forschungen von M. A. Palacios), durch die platonische Liebeskonzeption im S., die das Ideal der höfischen Liebe des Mittelalters über die Vermittlung Avicennas (»Über die Liebe«) prägte, durch die Rezeption der spanischen Mystik des 16. Jhs. (Johannes vom Kreuz) und der Lyrik bis zu J. W. v. Goethe (Gedicht »Selige Sehnsucht«).

Literatur: G.-C. Anawati, Philosophie, Theologie, Mystik, in: J. Schacht/C. E. Bosworth (eds.), Das Vermächtnis des Islam II, München 1983, 119–165 (engl. The Legacy of Islam, Oxford 1931, ^{2}1974); ders./L. Gardet, Mystique musulmane, Paris 1961, ^{3}1977; T. Andrae, Islamische Mystiker, Stuttgart 1960, ^{2}1980; A. J. Arberry, An Introduction to the History of Sufism, London etc. 1943; ders., Sufism. An Account of the Mystics of Islam, London 1950, ^{5}1969, 1990; T. Burckhardt, Vom Sufitum. Einführung in die Mystik des Islam, München 1953, erw. Rheinfelden/Freiburg ^{2}1989; S. S. Hameed, Contemporary Relevance of Sufism, New Delhi 1993; Iḫwān aṣ-Ṣafāʾ, Mensch und Tier vor dem König der Dschinnen. Aus den Schriften der Lauteren Brüder von Basra, ed. A. Giese, Hamburg 1990; T. Izutsu, Sufism and Taoism. A Comparative Study of Key Philosophical Concepts, Berkeley Calif./Los Angeles/London 1984; L. Lewisohn, Classical Persian Sufism. From Its Origins to Rumi, London 1993; M. Lings, What Is Sufism?, London 1975, ^{2}1981 (dt. Was ist Sufitum?, Freiburg 1990); L. Massignon, Essai sur les origines du lexique technique de la mystique musulmane, Paris 1922, ^{3}1969; ders., Al-Hallaj. Martyr mystique de l'islam, I–II, Paris 1922, I–IV, Paris 1975 (engl. Al-Hallaj. Mystic and Martyr of Islam, Princeton N. J. 1982); F. Meier, Vom Wesen der islamischen Mystik, Basel 1943; M. Mohaghghegh/H. Landolt (eds.), Collected Papers on Islamic Philosophy and Mysticism, Teheran 1971; M. Molé, Les mystiques musulmans, Paris 1965; R. A. Nicholson, The Mystics of Islam, London 1914, 1975; ders., Studies in Islamic Mysticism, Cambridge 1921, 1967; J. Nurbakhsh, Sufism. Meaning, Knowledge and Unity, New York 1982; M. A. Palacios, El islam cristianizado. Estudio del ›sufismo‹ a través de las obras de Abenarabi de Murcia, Madrid 1931; B. Reinert, Die Lehre vom tawakkul in der klassischen Sufik, Berlin 1968; A. Schimmel, Mystical Dimensions of Islam, Chapel Hill N. C. 1975 (dt. Mystische Dimensionen des Islam. Die Geschichte des S., Köln 1985, München ^{2}1992, ^{3}1995 [mit Bibliographie, 621–665]); I. Shah, The Sufis, New York 1964, London ^{2}1971, 1983 (dt. Die Sufis. Botschaft der Derwische, Weisheit der Magier, Düsseldorf 1976, Köln ^{9}1994); ders., The Way of the Sufi, London 1979, 1983. T. R.

Sukzedens (lat., das Nachfolgende; engl. succedent), Bezeichnung für das Hinterglied *B* eines hypothetischen Urteils (↑Urteil, hypothetisches) ›wenn *A* dann *B*‹ (häufigere Bezeichnung: ↑Konsequens) im Unterschied zum ↑Antezedens *A*. In der Theorie der ↑Sequenzenkalküle bezeichnet das Begriffspaar Antezedens/S. die linke bzw. rechte Seite einer ↑Sequenz. Z. B. ist Γ das Antezedens und Δ das S. der Sequenz $\Gamma \rightarrow \Delta$ (andere Notationen sind $\Gamma \Rightarrow \Delta$ sowie $\Gamma \,||\, \Delta$ und $\Gamma \vdash \Delta$). P. S.

Sukzessionsgesetz, ein Gesetz (↑Gesetz (exakte Wissenschaften)), das zur Erklärung späterer Ereignisse durch frühere dient, im Gegensatz zu *Präzessionsgesetzen* und ↑*Koexistenzgesetzen* (vgl. auch ↑Verlaufsgesetz).

Sulzer, Johann Georg, *Winterthur 5. (bzw. 16.) Okt. 1720, †Berlin 27. Febr. 1779, schweiz. Philosoph und Pädagoge. Ab 1736 Studium der Theologie in Zürich; Hinwendung zu Philosophie und Naturwissenschaften unter dem Einfluß von J. Geßner, mit dem S. im Hause von Geßners Vater lebt. 1739 Ordination, 1741 Vikar in Maschwanden b. Zürich, danach (ab Ende 1743) Hauslehrer in Magdeburg. 1747 Mathematiklehrer am Joachimsthalschen Gymnasium in Berlin, 1765 Prof. an der neugegründeten Militärakademie. Ab 1750 Mitglied der Preußischen Akademie der Wissenschaften (ab 1775 Direktor der philosophischen Klasse). Als Visitator leitet S. im Auftrag Friedrichs II. eine Reform der preußischen Gymnasien ein.

S. ist ein Hauptvertreter der ↑Popularphilosophie der deutschen ↑Aufklärung und Verteidiger der Philosophie C. Wolffs. In seinem Hauptwerk, der enzyklopädieartigen, aus alphabetisch angeordneten Stichworten bestehenden »Allgemeinen Theorie der schönen Künste« (I–II, 1771/1774) knüpft S. an die Hervorhebung der ↑Sinnlichkeit als eines eigenständigen Erkenntnisvermögens an (vor allem bei A. G. Baumgarten, aber auch bei M. Mendelssohn, G. F. Meyer, J. Addison, E. Young). Seine ästhetische (↑ästhetisch/Ästhetik) Theorie stützt sich zum einen psychologisierend auf die ↑Monadentheorie von G. W. Leibniz, zum anderen moralisierend auf die Naturfrömmigkeit, die insbes. die Schweizer Schriftsteller und Literaturkritiker J. J. Bodmer und J. J. Breitinger in ihren Dichtungen und ästhetischen Diskursen repräsentieren. Ästhetische Grundkategorie ist für S. – ähnlich wie später für F. Schiller in seinen Briefen »Über die ästhetische Erziehung des Menschen« – das ↑Gefühl, das zwischen den beiden menschlichen Grundvermögen Erkennen (↑Erkenntnis) und Wollen (↑Wille) steht. Sowohl die auf die ↑Empfindung harmonischer Einheit zielende Produktion als auch die entsprechende Rezeption (↑Rezeptionstheorie) von Kunst erfordern eine erhöhte Wirksamkeit der ↑Seele (von S. im Artikel ›Kraft‹ analysiert), die ihrerseits unmittelbar mit ↑Lust verknüpft ist (wobei S. ↑Mimesis-Konzepte der Kunst kritisiert). Diese steht wiederum in enger Affinität zur Empfindung des ↑Guten. Ästhetische Verschönerung der Welt hat ihre moralische Bes-

Moormann, Olten/Freiburg 1971; Werke [dt.], I–X, Olten/Freiburg 1962–1972; Lettres de voyage 1923–1939, Paris 1956 (dt. Geheimnis und Verheißung der Erde. Reisebriefe 1923–1939, ed. C. Aragonnès, Freiburg/München 1964); Nouvelles lettres de voyage 1939–1955, Paris 1957 (dt. Pilger der Zukunft. Neue Reisebriefe 1939–1955, ed. C. Aragonnès, Freiburg/München 1963); Genèse d'une pensée. Lettres 1914–1919, Paris 1961 (dt. Entwurf und Entfaltung. Briefe aus den Jahren 1914–1919, ed. A. Teillard-Chambon/M. H. Bégouën, Freiburg/München 1963); Lettres d'Égypte 1905–1908, Paris 1963 (dt. Briefe aus Ägypten 1905–1908, Freiburg/München 1965); Tagebücher, I–III, ed. N. Schmitz-Moormann/K. Schmitz-Moormann, Olten/Freiburg 1974–1977 (franz. Journal, Paris 1975). – J. E. Jarque, Bibliographie générale des oeuvres et articles sur P. T., Fribourg 1970; G.-H. Baudry, Bibliographie française de et sur T., Lille 1991 (Cahiers teilhardiens XI).

Literatur: F. J. Ayala, The Evolutionary Thought of T., in: A. D. Breck/W. Yourgrau (eds.), Biology, History, and Natural Philosophy, New York/London 1972, 207–216; T. Becker, Geist und Materie in den ersten Schriften P. T.s, Freiburg/Basel/Wien 1987; T. Broch, P. T.. Wegbereiter des New Age?, Mainz/Stuttgart 1989; J. Carles/A. Dupleix/J.-M. Maldamé, T.. Actualité d'un débat, Toulouse 1991; B. Delfgaauw, T. und das Evolutionsproblem, München 1964, [3]1971; A. Glässer, Konvergenz. Die Struktur der Weltsumme P. T.s, Kevelaer 1970; F.-T. Gottwald, T., in: J. Nida-Rümelin (ed.), Philosophie der Gegenwart in Einzeldarstellungen. Von Adorno bis v. Wright, Stuttgart 1991, 597–599; A. Haas, T.-Lexikon, I–II, Freiburg 1971; J. Hemleben, P. T. in Selbstzeugnissen und Bilddokumenten, Reinbek b. Hamburg 1966; A. Müller, Das naturphilosophische Werk T.s. Seine naturwissenschaftlichen Grundlagen und seine Bedeutung für eine natürliche Offenbarung, Frankfurt 1964; G. Schiwy, T.. Sein Leben und seine Zeit, I–II, München 1981; K. Schmitz-Moormann (ed.), T. in der Diskussion, Darmstadt 1986 (mit Bibliographie, 439–445); Cahiers P. T., Paris 1958 ff.; Revue T., ed. Société T., Brüssel 1960 ff.. G. G.

Teilmenge (engl. subset), Terminus der ↑Mengenlehre. Eine Menge M heißt T. oder Untermenge einer Menge N (symbolisch: $M \subseteq N$), falls jedes Element von M auch Element von N ist:

$$M \subseteq N \leftrightharpoons \bigwedge_x (x \in M \rightarrow x \in N) .$$

N heißt dann Obermenge von M. Falls M und N überdies verschieden sind, heißt M echte T. von N und N echte Obermenge von M (symbolisch: $M \subseteq N$ oder $M \subsetneq N$). In der axiomatischen Mengenlehre (↑Mengenlehre, axiomatische) wird die Existenz von durch ↑Aussageformen beschriebenen T.n gegebener Mengen durch ↑Teilmengenaxiome gefordert. P. S.

Teilmengenaxiom (engl. axiom of subsets), im ↑Zermelo-Fraenkelschen Axiomensystem der Mengenlehre das ↑Aussonderungsaxiom. Genauer ist es ein Axiomen*schema*, das zu einer Aussageform $A(x)$ für jede gegebene Menge M die Existenz einer Teilmenge N von M postuliert, die genau diejenigen Elemente von M enthält, die $A(x)$ erfüllen. Dieses T. ist ableitbar aus dem ↑Ersetzungsaxiom. In ↑Neumann-Bernays-Gödelschen Axiomensystemen, in denen man über Klassen quantifizieren kann, ist das T. kein Schema. Es postuliert für jede gegebene Klasse X und jede gegebene Menge M die Existenz einer Teilmenge N von M, die genau diejenigen Elemente von M enthält, die zugleich in X sind:

$$\bigwedge_X \bigwedge_M \bigvee_N \bigwedge_x (x \in N \leftrightarrow x \in M \wedge x \in X) .$$

In konstruktiven Mengenlehren auf typentheoretischer Basis (↑Typentheorien) werden die Elemente a einer durch die Aussageform $A(x)$ charakterisierten Teilmenge einer gegebenen Menge M konstruiert durch den Nachweis, daß $A(a)$ gilt für $a \in M$. Hier wird das Problem diskutiert, inwieweit die durch diesen Nachweis gegebene Konstruktionsinformation in der Formulierung der Schlußregeln für Teilmengen mitgeführt werden muß, d. h., ob a als Element einer Teilmenge von M zusätzliche Information beinhaltet gegenüber a als Element von M.

Literatur: A. A. Fraenkel/Y. Bar-Hillel/A. Levy, Foundations of Set Theory, Amsterdam 1958, Amsterdam/London [2]1973; B. Nordström/K. Petersson/J. M. Smith, Programming in Martin-Löf's Type Theory. An Introduction, Oxford 1990, bes. 123–150. P. S.

Teil und Ganzes (griech. μέρος – ὅλον, lat. pars – totum, engl. part – whole, franz. tout – partie), neben ›Einheit – Vielheit‹ und ›Einzelnes – Allgemeines‹ zu den ältesten terminologischen Hilfsmitteln der philosophischen Reflexion gehörendes Begriffspaar, mit dessen Hilfe der Mensch (theoretische) Orientierung in der Welt zu gewinnen sucht. Die zugehörige Theorie von T. u. G.m ist die ↑Mereologie; sie gilt als um die Wende zum 20. Jh. entwickeltes Gegenstück zur ↑Mengenlehre und zugleich als eine die überlieferten Theorien der ↑Begriffe (↑Begriffslogik) und der Klassen (↑Klasse (logisch), ↑Klassenlogik) zusammenfassende und durch Einbeziehung auch der ↑Relationen (↑Relationenlogik) verallgemeinernde Theorie vom Einzelnen und Allgemeinen. Die mereologische Ergänzung der Mengenlehre war insbes. deshalb erforderlich, weil in der Entgegensetzung von ›einzeln‹ und ›allgemein‹ ungeklärt blieb, wie ›einzeln‹ (↑singular) von ›individuell‹ oder ›besonders‹ (↑Besonderheit, ↑partikular, ↑Individuum) und damit auch das Allgemeine (↑univer-

Moormann, Olten/Freiburg 1971; Werke [dt.], I–X, Olten/Freiburg 1962–1972; Lettres de voyage 1923–1939, Paris 1956 (dt. Geheimnis und Verheißung der Erde. Reisebriefe 1923–1939, ed. C. Aragonnès, Freiburg/München 1964); Nouvelles lettres de voyage 1939–1955, Paris 1957 (dt. Pilger der Zukunft. Neue Reisebriefe 1939–1955, ed. C. Aragonnès, Freiburg/München 1963); Genèse d'une pensée. Lettres 1914–1919, Paris 1961 (dt. Entwurf und Entfaltung. Briefe aus den Jahren 1914–1919, ed. A. Teillard-Chambon/M. H. Bégouën, Freiburg/München 1963); Lettres d'Égypte 1905–1908, Paris 1963 (dt. Briefe aus Ägypten 1905–1908, Freiburg/München 1965); Tagebücher, I–III, ed. N. Schmitz-Moormann/K. Schmitz-Moormann, Olten/Freiburg 1974–1977 (franz. Journal, Paris 1975). – J. E. Jarque, Bibliographie générale des oeuvres et articles sur P. T., Fribourg 1970; G.-H. Baudry, Bibliographie française de et sur T., Lille 1991 (Cahiers teilhardiens XI).

Literatur: F. J. Ayala, The Evolutionary Thought of T., in: A. D. Breck/W. Yourgrau (eds.), Biology, History, and Natural Philosophy, New York/London 1972, 207–216; T. Becker, Geist und Materie in den ersten Schriften P. T.s, Freiburg/Basel/Wien 1987; T. Broch, P. T.. Wegbereiter des New Age?, Mainz/Stuttgart 1989; J. Carles/A. Dupleix/J.-M. Maldamé, T.. Actualité d'un débat, Toulouse 1991; B. Delfgaauw, T. und das Evolutionsproblem, München 1964, [3]1971; A. Glässer, Konvergenz. Die Struktur der Weltsumme P. T.s, Kevelaer 1970; F.-T. Gottwald, T., in: J. Nida-Rümelin (ed.), Philosophie der Gegenwart in Einzeldarstellungen. Von Adorno bis v. Wright, Stuttgart 1991, 597–599; A. Haas, T.-Lexikon, I–II, Freiburg 1971; J. Hemleben, P. T. in Selbstzeugnissen und Bilddokumenten, Reinbek b. Hamburg 1966; A. Müller, Das naturphilosophische Werk T.s. Seine naturwissenschaftlichen Grundlagen und seine Bedeutung für eine natürliche Offenbarung, Frankfurt 1964; G. Schiwy, T.. Sein Leben und seine Zeit, I–II, München 1981; K. Schmitz-Moormann (ed.), T. in der Diskussion, Darmstadt 1986 (mit Bibliographie, 439–445); Cahiers P. T., Paris 1958 ff.; Revue T., ed. Société T., Brüssel 1960 ff.. G. G.

Teilmenge (engl. subset), Terminus der ↑Mengenlehre. Eine Menge M heißt T. oder Untermenge einer Menge N (symbolisch: $M \subseteq N$), falls jedes Element von M auch Element von N ist:

$$M \subseteq N \leftrightharpoons \bigwedge_x (x \in M \rightarrow x \in N)\,.$$

N heißt dann Obermenge von M. Falls M und N überdies verschieden sind, heißt M echte T. von N und N echte Obermenge von M (symbolisch: $M \subsetneq N$ oder $M \subsetneqq N$). In der axiomatischen Mengenlehre (↑Mengenlehre, axiomatische) wird die Existenz von durch ↑Aussageformen beschriebenen T.n gegebener Mengen durch ↑Teilmengenaxiome gefordert. P. S.

Teilmengenaxiom (engl. axiom of subsets), im ↑Zermelo-Fraenkelschen Axiomensystem der Mengenlehre das ↑Aussonderungsaxiom. Genauer ist es ein Axiomen*schema*, das zu einer Aussageform $A(x)$ für jede gegebene Menge M die Existenz einer Teilmenge N von M postuliert, die genau diejenigen Elemente von M enthält, die $A(x)$ erfüllen. Dieses T. ist ableitbar aus dem ↑Ersetzungsaxiom. In ↑Neumann-Bernays-Gödelschen Axiomensystemen, in denen man über Klassen quantifizieren kann, ist das T. kein Schema. Es postuliert für jede gegebene Klasse X und jede gegebene Menge M die Existenz einer Teilmenge N von M, die genau diejenigen Elemente von M enthält, die zugleich in X sind:

$$\bigwedge_X \bigwedge_M \bigvee_N \bigwedge_x (x \in N \leftrightarrow x \in M \wedge x \in X)\,.$$

In konstruktiven Mengenlehren auf typentheoretischer Basis (↑Typentheorien) werden die Elemente a einer durch die Aussageform $A(x)$ charakterisierten Teilmenge einer gegebenen Menge M konstruiert durch den Nachweis, daß $A(a)$ gilt für $a \in M$. Hier wird das Problem diskutiert, inwieweit die durch diesen Nachweis gegebene Konstruktionsinformation in der Formulierung der Schlußregeln für Teilmengen mitgeführt werden muß, d. h., ob a als Element einer Teilmenge von M zusätzliche Information beinhaltet gegenüber a als Element von M.

Literatur: A. A. Fraenkel/Y. Bar-Hillel/A. Levy, Foundations of Set Theory, Amsterdam 1958, Amsterdam/London [2]1973; B. Nordström/K. Petersson/J. M. Smith, Programming in Martin-Löf's Type Theory. An Introduction, Oxford 1990, bes. 123–150. P. S.

Teil und Ganzes (griech. μέρος – ὅλον, lat. pars – totum, engl. part – whole, franz. tout – partie), neben ›Einheit – Vielheit‹ und ›Einzelnes – Allgemeines‹ zu den ältesten terminologischen Hilfsmitteln der philosophischen Reflexion gehörendes Begriffspaar, mit dessen Hilfe der Mensch (theoretische) Orientierung in der Welt zu gewinnen sucht. Die zugehörige Theorie von T. u. G.m ist die ↑Mereologie; sie gilt als um die Wende zum 20. Jh. entwickeltes Gegenstück zur ↑Mengenlehre und zugleich als eine die überlieferten Theorien der ↑Begriffe (↑Begriffslogik) und der Klassen (↑Klasse (logisch), ↑Klassenlogik) zusammenfassende und durch Einbeziehung auch der ↑Relationen (↑Relationenlogik) verallgemeinernde Theorie vom Einzelnen und Allgemeinen. Die mereologische Ergänzung der Mengenlehre war insbes. deshalb erforderlich, weil in der Entgegensetzung von ›einzeln‹ und ›allgemein‹ ungeklärt blieb, wie ›einzeln‹ (↑singular) von ›individuell‹ oder ›besonders‹ (↑Besonderheit, ↑partikular, ↑Individuum) und damit auch das Allgemeine (↑univerwird dort terminologisch fixiert, nicht aber für die Physik.

Als Erbe des Gebrauchs von ›T.‹ in der ↑Syllogistik – z. B. werden die drei Termini eines Syllogismus terminus medius (↑Mittelbegriff), terminus maior sive primus (↑Oberbegriff, das Prädikat in der ↑Konklusion) und terminus minor sive postremus (↑Unterbegriff, das Subjekt in der Konklusion) genannt – haben sich auch die Ausdrücke ›terminus a quo‹ und ›terminus ad quem‹ erhalten; sie bezeichnen in Erinnerung an eine Kette von syllogistischen Schlüssen (↑Kettenschluß) den Ausgangspunkt bzw. den Endpunkt eines schlüssigen Argumentationsprozesses. K. L.

Termkalkül, Terminus zur Bezeichnung eines ↑Kalküls zur Erzeugung von ↑Termen als Teilen einer formalen Sprache (↑Sprache, formale). Dabei bestimmen die Kalkülregeln, welche Kombinationen aus dem Symbolvorrat des Kalküls als Terme zu gelten haben. Bei der Darstellung von T.en ist zu beachten, daß diese in der ↑Metasprache erfolgt. Dies wird im folgenden Beispiel eines T.s durch Anführungszeichen (»...«) bei Verwendung von Symbolen aus dem Alphabet des T.s deutlich gemacht.

(1) Symbole (›Alphabet‹) des T.s:
  (a) Hilfszeichen: »(«, »)«, »,«,
  (b) ↑Individuenkonstanten: $a_1, a_2, \ldots,$
  (c) ↑Individuenvariable: $x_1, x_2, \ldots,$
  (d) Funktorenbuchstaben:
  $f_1^1, f_2^1, \ldots, f_1^2, f_2^2, \ldots, f_1^k, f_2^k, \ldots.$

Dabei geben die oberen Indizes die Zahl der Argumente (›Stellen‹) eines Funktorenbuchstaben an, während die unteren zur Unterscheidung von Funktorenbuchstaben gleicher Stellenzahl dienen.

(2) Regeln des T.s:
  (a) Individuenkonstanten und Individuenvariable sind Terme,
  (b) ist f_j^k ein Funktorenbuchstabe und sind $t_1, \ldots, t_k$ Terme, dann ist $f_j^k(t_1, \ldots, t_k)$ ein Term.

↑Ausdruckskalküle lassen sich als Erweiterungen von T.en auffassen.

Literatur: H. Hermes, Einführung in die mathematische Logik. Klassische Prädikatenlogik, Stuttgart 1963, [5]1991.
G. W.

Termlogik, Bezeichnung für ein logisches System, dessen zentraler syntaktischer Begriff der des ↑Terms ist. Anders als die ↑Quantorenlogik, die zwischen Termen und ↑Formeln unterscheidet und den Folgerungs- und Ableitungsbegriff (↑Logikkalkül, ↑Folgerung) für Formeln definiert, kommt eine T. allein mit Termen aus und definiert diese Begriffe für Terme. Beispiele für Systeme der T. sind G. Freges logisches System der »Grundgesetze der Arithmetik« (1893/1903), in dem Aussagen ↑Wahrheitswerte bezeichnen, also Terme im heutigen Sinne sind, und der auf A. Church zurückgehende ↑Lambda-Kalkül, der den Begriff der ↑Funktion als eines Berechnungsverfahrens kodifiziert.

Formale Systeme zum Nachweis von Gleichheiten zwischen Termen werden in der Theorie der Termersetzung (›term rewriting‹) entwickelt. Sie spielen eine zentrale Rolle in der Computeralgebra, der Theorie der Berechenbarkeit (↑berechenbar/Berechenbarkeit, ↑Algorithmentheorie) und im automatischen Beweisen. In einem weiter gefaßten Sinne gehören zur T. prädikatenlogische (↑Prädikatenlogik) Systeme, die Terme nicht nur aus ↑Individuenkonstanten, ↑Individuenvariablen und Funktionszeichen bilden, sondern auch variablenbindende Termoperatoren einbeziehen, ferner die Theorie solcher Systeme. Hierhin gehören die Analyse von ↑Kennzeichnungen in den ↑Principia Mathematica (›dasjenige x, das $A(x)$ erfüllt – $\iota_x A(x)$‹), die Diskussion des Auswahloperators bei D. Hilbert und P. Bernays (›ein x, das $A(x)$ erfüllt – $\varepsilon_x A(x)$‹) und die Entwicklung von ↑Mengenlehren mit explizitem Klassenbildungsoperator (›die Klasse derjenigen x, die $A(x)$ erfüllen – $\{x|A(x)\}$ oder $\in_x A(x)$‹). Da solche termlogischen Begriffsbildungen unter gewissen Voraussetzungen aus prädikatenlogischen Formeln eliminierbar sind, verzichtet man häufig auf sie bzw. faßt sie als metasprachliche Abkürzungen auf. In neueren konstruktiven typentheoretischen Systemen (↑Typentheorien) spielen termlogische Begriffsbildungen jedoch eine zentrale Rolle, da man dort Typen selbst als Klassen von Termen interpretiert, die durch Konstruktionsregeln eingeführt werden. – Gelegentlich wird ›T.‹ im Sinne von ↑›Begriffslogik‹ zur Bezeichnung der traditionellen Logik (↑Logik, traditionelle) verwendet, die Begriffe (Termini, ↑Terminus) als die Grundbausteine der Logik ansieht.

Literatur: N. Dershowitz/J.-P. Jouannaud, Rewrite Systems, in: J. van Leeuwen (ed.), Formal Models and Semantics, Amsterdam etc. 1990 (Handbook of Theoretical Computer Science B), 243–320; G. Frege, Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet, I–II, Jena 1893/1903 (repr. Darmstadt, Hildesheim 1962, Hildesheim 1966) (engl. The Basic Laws of Arithmetic. Exposi-

tion of the System, ed. M. Furth, Berkeley Calif. 1964 [repr. 1982]); J.-M. Glubrecht/A. Oberschelp/G. Todt, Klassenlogik, Mannheim/Wien/Zürich 1983; H. Hermes, Eine T. mit Auswahloperator, Berlin/Heidelberg/New York 1965 (engl. Term Logic with Choice Operator, Berlin/New York 1970); D. Hilbert/P. Bernays, Grundlagen der Mathematik, I–II, Berlin 1934/1939, Berlin/Heidelberg/New York [2]1968/1970. P. S.

Terror (lat., Schrecken, Schreckensherrschaft), Terminus der politischen Philosophie (↑Philosophie, politische) und der Ästhetik (↑ästhetisch/Ästhetik). Das Phänomen des *politischen* T.s wird bereits in der Antike in bezug auf die Herrschaftsform der Tyrannis und das Problem des gerechtfertigten Tyrannenmords diskutiert. Seine wesentliche terminologische Prägung erfährt der Begriff des T.s jedoch erst durch die Französische Revolution (↑Revolution (sozial)). So verwenden die Jakobiner den Ausdruck ›régime de terreur‹ zur (positiv konnotierten) Kennzeichnung der eigenen Herrschaftsform, vor allem für den Zeitraum von Mitte 1793 bis zum Sturz M. M. I. Robbespierres am 9. Termidor II (27.7.1794). Für die philosophische Diskussion ist insbes. G. W. F. Hegels Rezeption der Französischen Revolution entscheidend. Hegel zufolge geht ein revolutionärer Zustand, in dem es um die Verwirklichung von ↑Freiheit geht, in einen Zustand des T.s über, solange keine Freiheit garantierenden staatlichen ↑Institutionen eingerichtet sind. T. ist demnach ein Zustand, in dem »die subjektive Tugend, die bloß von der Gesinnung aus regiert, [...] die fürchterlichste Tyrannei mit sich (bringt)« (Vorles. Philos. Gesch., Sämtl. Werke XI, 561).

In der neueren philosophischen Diskussion lassen sich zwei Strategien der begrifflichen Bestimmung unterscheiden. Zum einen handelt es sich um die Bestimmung des T.s allein über seine *Wirkung* (Verbreitung von Angst etc.), wobei nicht berücksichtigt wird, daß eine Handlung auch dann als terroristisch bezeichnet wird, wenn die intendierte Wirkung nicht eintritt. Zum anderen wird der Einsatz von T. im Sinne einer Zweck-Mittel-Relation (↑Zweckrationalität) als ↑Gewalt gegen Personen und Sachen, die der Verwirklichung politischer oder moralischer Zwecke dient, verstanden. Ausgenommen ist die rechtsstaatlich legitimierte Gewaltanwendung (potestas), solange diese nicht selbst kriminelle oder die ↑Menschenrechte verletzende Züge annimmt (violentia). Hinsichtlich seiner Ziele ist T. als ein Phänomen politischer Praxis zwar rechtlich gesehen kriminell, doch von anderen Weisen des Verbrechens unterschieden. Trotz sed eodem nomine reciproco, ut unum, utrobique veniens, vocatur Comparationis seu relationis Tertium, ut generandi vis (activa) Isaaci, & (passiva) Israëlis« (Weigel 1693, 62). Häufig findet sich ›t. c.‹ dann in Rhetoriklehrbüchern der deutschen ↑Aufklärung, in denen die Verwendung von Bildern und ↑Metaphern unter dem Titel ›comparatio‹ abgehandelt und als das Verfahren erläutert wird, an zwei verschiedenen und meist sehr heterogenen Kontexten zugehörigen Dingen oder Ereignissen im allgemeinen ganz unerwartete Ähnlichkeiten zu entdecken; die diesen Vergleich ermöglichenden Merkmale bilden dann als ›t. c.‹ das Dritte, bezüglich dessen die beiden Dinge oder Ereignisse verglichen werden.

Die der Redekunst entlehnten Beispiele (wenn z. B. die Beendigung des Krieges durch den Prinzen Eugen mit der Wendung beschrieben wird, er habe ›die Flammen des Krieges zu löschen gewußt‹, J. M. Weinrich 1721, 47) werden bei C. Wolff in das logische Schema von ↑Unterbegriff und ↑Oberbegriff gebracht. Die Auffindung (inventio) des t. c. einer Metapher erscheint dann als Entdeckung eines dem ursprünglichen und dem metaphorischen Begriff übergeordneten Begriffes, dessen Inhalt als Basis der Übertragung (und damit des Vergleichs) herangezogen wird. Z. B. lassen sich an manchen Begriffen Merkmale entdekken, die bei Pflanzensamen im damaligen Sprachgebrauch als deren Fruchtbarkeit zusammengefaßt werden, weshalb Wolff zur Rede von ›fruchtbaren Begriffen‹ (notiones fœcundae) gelangt, indem er als t. c. ›das Vermögen zu sprossen‹ nimmt, das er metaphorisch einem Begriff zuspricht, aus dessen Merkmalen (als ›intrinsischen‹) sich weitere wichtige Merkmale der unter ihn fallenden Gegenstände herleiten lassen. – Das t. c. ist nicht mit dem Prinzip der ›Drittengleicheit‹ oder Komparativität (↑komparativ/Komparativität) zu verwechseln.

Literatur: I. A. Fabricius, Philosophische Oratorie, Das ist: Vernünftige anleitung zur gelehrten und galanten Beredsamkeit [...], Leipzig 1724 (repr. Kronberg 1974), 111; W. T. Krug (ed.), Allgemeines Handwörterbuch der philosophischen Wissenschaften, nebst ihrer Literatur und Geschichte I, Leipzig ²1832 (repr. Brüssel 1970), 499 (Art. ›Comparation‹); E. Weigel, Philosophia Mathematica, Theologia Naturalis Solida, Per singulas Scientias continuata, Universae Artis Inveniendi prima Stamina complectens, Jena 1693; J. M. Weinrich, Erleichterte Methode die humaniora mit Nutzen zu treiben, vorstellende. I. Die vornehmsten Grund-Regeln der genuinen eloquence, und des dazu benöthigten Styli [...], Coburg 1721; C. Wolff, Gesammlete kleine philosophische Schrifften [...] Zweyter Theil, Halle 1737 (repr., ed. J. École u. a., Hildesheim/New York 1981 [= Gesammelte Werke, I. Abt. Deutsche Schriften XXI/2, 80–87]). C. T.

tertium non datur (lat., ein Drittes gibt es nicht), logisches Prinzip, das, obwohl meist mit dem ↑principium exclusi tertii (Satz vom ausgeschlossenen Dritten) gleichgesetzt, von diesem unterschieden werden sollte. Das t. n. d. formuliert die Allgemeingültigkeit des Aussageschemas $A \vee \neg A$ (A oder nicht-A) bzw. seiner Universalisierung $\bigwedge_x . A(x) \vee \neg A(x).$, oft auch diejenige der klassischen Adjunktion $\bigwedge_x A(x) \vee \bigvee_x \neg A(x)$ (A gilt für alle x, oder aber es gibt ein x, für das A nicht gilt), was sich mit Hilfe des principium exclusi tertii, also der von der klassischen Logik (↑Logik, klassische) zugrundegelegten Annahme, daß jede Aussage entweder wahr oder falsch ist, zusammen mit den ↑Wahrheitstafeln für die ↑Konjunktion und die ↑Negation beweisen läßt.

Die Kritik des mathematischen ↑Intuitionismus an der Allgemeingültigkeit des t. n. d. hat zum Aufbau von Logiksystemen geführt, die bei geeigneter Kalkülisierung zu ↑Logikkalkülen führen, die unter Hinzunahme nur des t. n. d. als weiterem Anfang (an die Stelle des t. n. d. kann in diesen Fällen auch das schwächere ↑duplex negatio affirmat, also $\neg\neg A \rightarrow A$, treten) einen Kalkül der klassischen Logik ergeben (↑Logik, intuitionistische, ↑Stabilitätsprinzip). K. L.

Test, in der Umgangs- und Wissenschaftssprache allgemein gebräuchliche Bezeichnung für Prüfverfahren, z. B. der Leistung einer Person, der Funktionsfähigkeit eines Geräts oder der Richtigkeit einer Behauptung. In der ↑Wissenschaftstheorie spielen T.s im Sinne der Prüfung einer ↑Hypothese eine besondere Rolle (↑Prüfbarkeit, ↑Prüfung, kritische); sie führen zur Verwerfung (↑Falsifikation) oder ↑Bestätigung (↑Bewährung) der Hypothese. Wissenschaftstheoretische Methodologien unterscheiden sich darin, welche Akzeptanz- und Widerlegungsregeln sie zur Grundlage von Hypothesentests machen. Im Falle statistischer Verteilungshypothesen sind die verwendeten Verfahren Anwendungen von *statistischen* T.s, deren Theorie in der mathematischen ↑Statistik behandelt wird. Ein *psychologischer* T. ist ein Verfahren, psychische Merkmale oder Merkmalskomplexe festzustellen und gegebenenfalls zu quantifizieren. Das historisch und auch systematisch herausragende Beispiel stellen Intelligenztests dar. Andere Beispiele sind spezifische Eignungstests oder Persönlichkeitstests. Von einem psychologischen T. erwartet man im allgemeinen, daß er zumindest die T.gütekriterien der Objektivität, Reliabilität und Validität erfüllt. Ein T. ist *objektiv*, wenn das für die getestete Person gefundene Ergebnis unabhängig von der Person ist, die den T. durchführt und auswertet. Er ist *reliabel*, wenn er zuverlässig ist in dem Sinne, daß sich sein Ergebnis reproduzieren läßt. *Validität* liegt vor, wenn der T. diejenige Eigenschaft mißt, die er messen soll. Diese Kriterien sind hierarchisch geordnet: Ein nicht objektiver T. ist nicht reliabel, ein nicht reliabler Test nicht valide.

In der Regel geht man bei der T.konstruktion so vor, daß man zunächst gewisse Aufgaben (›Items‹) auswählt, deren Lösung man für die zu messende Eigenschaft für charakteristisch hält und die gewisse elementare Kriterien erfüllen, die sie als T.aufgaben geeignet machen (Verständlichkeit, Bearbeitungszeit etc.). Dann werden die Aufgaben im Hinblick auf die T.gütekriterien untersucht. Zu diesem Zweck prüft man mit einer Vorform des zu erstellenden T.s Stichproben, die für die Population, auf die der T. angewendet werden soll, repräsentativ sind, und ermittelt anhand der T.ergebnisse Eigenschaften der T.aufgaben wie Trennschärfe, Schwierigkeitsgrad, Homogenität, wechselseitige Abhängigkeit etc., so daß sich anhand der Ergebnisse (für die T.zwecke) brauchbare von unbrauchbaren Aufgaben unterscheiden lassen. Ferner werden die sich insgesamt (nicht nur für die einzelnen Aufgaben) ergebenden Stichprobenresultate daraufhin überprüft, ob sie der Verteilungshypothese entsprechen, von der man in Bezug auf die Gesamtpopulation ausgeht (in vielen Fällen die ↑Normalverteilung) und entsprechend die T.aufgaben (gegebenenfalls auch die Annahme der Repräsentativität der Stichprobe oder die angesetzte Verteilungsannahme) überprüft. Schließlich werden Reliabilität und Validität des anhand der Voruntersuchungen konstruierten Gesamttests experimentell überprüft.

Die Reliabilität ermittelt man durch gewisse statistische Kennwerte, z. B. aus der Korrelation der Ergebnisse einer Testung mit denen einer T.wiederholung oder der Korrelation der Ergebnisse separater Auswertungen verschiedener Teile des T.s. Die Validität mißt man z. B. durch Korrelation mit testunabhängigen Außenkriterien wie der prognostischen Signifikanz von T.resultaten für bestimmtes Verhalten oder durch Analyse der Fähigkeit des T.s, eine einheitliche Eigenschaft zu messen, auch wenn sie sich nicht testunabhängig charakterisieren läßt, sondern etwa nur dadurch, daß die T.ergebnisse mit den Ergebnissen anderer T.s derselben Stichprobe korrelieren. Ein in diesem Sinne erfolgreich konstruierter T. muß noch an einer repräsentativen Stichprobe geeicht werden, d. h., es muß eine Skala (↑Meßtheorie) entwickelt werden, die die Einordnung und den Vergleich gemessener Werte erlaubt. Das Endresultat nennt man auch einen ›standardisierten‹ T., im Unterschied zu Verfahren, die stark von der subjektiven Interpretation der T.ergebnisse abhängen und den Gütekriterien nicht genügen, wie z. B. projektive T.s. – Die Theorie der Konstruktion und Analyse von T.s ist ein wesentliches Teilgebiet der ↑Psychologie, in dem theoretische Überlegungen der ↑Testtheorie, wie z. B. die mathematische Theorie der Reliabilitätsmessung, eng mit praktischen Überlegungen der T.konstruktion verknüpft sind.

Literatur: A. Anastasi, Psychological Testing, New York/London 1954, [6]1988; J. Krauth, T.konstruktion und T.theorie, Weinheim 1995; G. A. Lienert, T.aufbau und T.analyse, Weinheim/Berlin/Basel 1961, erw. [3]1969, München/Weinheim [4]1989, erw., mit U. Raatz, [5]1994.
G. Hei./P. S.

Testtheorie, in der mathematischen ↑Statistik Bezeichnung für die Theorie des Tests statistischer ↑Hypothesen. Als Teilgebiet der ↑Psychologie ist T. die Theorie des psychologischen Messens, d. h. ↑Meßtheorie unter Verwendung psychologischer Methoden. Ihre Resultate sind unmittelbar relevant für die Konstruktion von psychologischen ↑Tests, gehören jedoch meist einer abstrakteren Stufe der mathematisch-statistischen Theoriebildung an. Gegenüber der klassischen T. (H. Gulliksen 1950), für die sich der in einem Test gemessene Wert analog zu klassischen Fehlertheorien in der Physik aus einem wahren Wert plus einem zufälligen Meßfehler ergibt, sind in neuerer Zeit vor allem probabilistische Modelle in den Vordergrund gerückt, wonach in einem Test latente Eigenschaften gemessen werden, die nur nicht-deterministisch (probabilistisch) mit manifestem Verhalten in Beziehung stehen. Zur Rechtfertigung solcher Modelle verwendet man unter anderem meßtheoretische Repräsentationssätze.

Literatur: G. Fischer, Einführung in die Theorie psychologischer Tests. Grundlagen und Anwendungen, Bern/Stuttgart/Wien 1974; H. Gulliksen, Theory of Mental Tests, New York 1950 (repr. Hillsdale N. J./Hove/London 1987); G. Lehmann, T.. Eine systematische Übersicht, in: Enzyklopädie der Psychologie B I 3 (Messen und Testen), ed. H. Feger/J. Bredenkamp, Göttingen/Toronto/Zürich 1983, 427–543; H. K. Suen, Principles of Test Theories, Hillsdale N. J./Hove/London 1990. G. Hei./P. S.

man im allgemeinen, daß er zumindest die T.gütekriterien der Objektivität, Reliabilität und Validität erfüllt. Ein T. ist *objektiv*, wenn das für die getestete Person gefundene Ergebnis unabhängig von der Person ist, die den T. durchführt und auswertet. Er ist *reliabel*, wenn er zuverlässig ist in dem Sinne, daß sich sein Ergebnis reproduzieren läßt. *Validität* liegt vor, wenn der T. diejenige Eigenschaft mißt, die er messen soll. Diese Kriterien sind hierarchisch geordnet: Ein nicht objektiver T. ist nicht reliabel, ein nicht reliabler Test nicht valide.

In der Regel geht man bei der T.konstruktion so vor, daß man zunächst gewisse Aufgaben (›Items‹) auswählt, deren Lösung man für die zu messende Eigenschaft für charakteristisch hält und die gewisse elementare Kriterien erfüllen, die sie als T.aufgaben geeignet machen (Verständlichkeit, Bearbeitungszeit etc.). Dann werden die Aufgaben im Hinblick auf die T.gütekriterien untersucht. Zu diesem Zweck prüft man mit einer Vorform des zu erstellenden T.s Stichproben, die für die Population, auf die der T. angewendet werden soll, repräsentativ sind, und ermittelt anhand der T.ergebnisse Eigenschaften der T.aufgaben wie Trennschärfe, Schwierigkeitsgrad, Homogenität, wechselseitige Abhängigkeit etc., so daß sich anhand der Ergebnisse (für die T.zwecke) brauchbare von unbrauchbaren Aufgaben unterscheiden lassen. Ferner werden die sich insgesamt (nicht nur für die einzelnen Aufgaben) ergebenden Stichprobenresultate daraufhin überprüft, ob sie der Verteilungshypothese entsprechen, von der man in Bezug auf die Gesamtpopulation ausgeht (in vielen Fällen die ↑Normalverteilung) und entsprechend die T.aufgaben (gegebenenfalls auch die Annahme der Repräsentativität der Stichprobe oder die angesetzte Verteilungsannahme) überprüft. Schließlich werden Reliabilität und Validität des anhand der Voruntersuchungen konstruierten Gesamttests experimentell überprüft.

Die Reliabilität ermittelt man durch gewisse statistische Kennwerte, z. B. aus der Korrelation der Ergebnisse einer Testung mit denen einer T.wiederholung oder der Korrelation der Ergebnisse separater Auswertungen verschiedener Teile des T.s. Die Validität mißt man z. B. durch Korrelation mit testunabhängigen Außenkriterien wie der prognostischen Signifikanz von T.resultaten für bestimmtes Verhalten oder durch Analyse der Fähigkeit des T.s, eine einheitliche Eigenschaft zu messen, auch wenn sie sich nicht testunabhängig charakterisieren läßt, sondern etwa nur dadurch, daß die T.ergebnisse mit den Ergebnissen anderer T.s derselben Stichprobe korrelieren. Ein in diesem Sinne erfolgreich konstruierter T. muß noch an einer repräsentativen Stichprobe geeicht werden, d. h., es muß eine Skala (↑Meßtheorie) entwickelt werden, die die Einordnung und den Vergleich gemessener Werte erlaubt. Das Endresultat nennt man auch einen ›standardisierten‹ T., im Unterschied zu Verfahren, die stark von der subjektiven Interpretation der T.ergebnisse abhängen und den Gütekriterien nicht genügen, wie z. B. projektive T.s. – Die Theorie der Konstruktion und Analyse von T.s ist ein wesentliches Teilgebiet der ↑Psychologie, in dem theoretische Überlegungen der ↑Testtheorie, wie z. B. die mathematische Theorie der Reliabilitätsmessung, eng mit praktischen Überlegungen der T.konstruktion verknüpft sind.

Literatur: A. Anastasi, Psychological Testing, New York/London 1954, [6]1988; J. Krauth, T.konstruktion und T.theorie, Weinheim 1995; G. A. Lienert, T.aufbau und T.analyse, Weinheim/Berlin/Basel 1961, erw. [3]1969, München/Weinheim [4]1989, erw., mit U. Raatz, [5]1994.

G. Hei./P. S.

Testtheorie, in der mathematischen ↑Statistik Bezeichnung für die Theorie des Tests statistischer ↑Hypothesen. Als Teilgebiet der ↑Psychologie ist T. die Theorie des psychologischen Messens, d. h. ↑Meßtheorie unter Verwendung psychologischer Methoden. Ihre Resultate sind unmittelbar relevant für die Konstruktion von psychologischen ↑Tests, gehören jedoch meist einer abstrakteren Stufe der mathematisch-statistischen Theoriebildung an. Gegenüber der klassischen T. (H. Gulliksen 1950), für die sich der in einem Test gemessene Wert analog zu klassischen Fehlertheorien in der Physik aus einem wahren Wert plus einem zufälligen Meßfehler ergibt, sind in neuerer Zeit vor allem probabilistische Modelle in den Vordergrund gerückt, wonach in einem Test latente Eigenschaften gemessen werden, die nur nicht-deterministisch (probabilistisch) mit manifestem Verhalten in Beziehung stehen. Zur Rechtfertigung solcher Modelle verwendet man unter anderem meßtheoretische Repräsentationssätze.

Literatur: G. Fischer, Einführung in die Theorie psychologischer Tests. Grundlagen und Anwendungen, Bern/Stuttgart/Wien 1974; H. Gulliksen, Theory of Mental Tests, New York 1950 (repr. Hillsdale N. J./Hove/London 1987); G. Lehmann, T.. Eine systematische Übersicht, in: Enzyklopädie der Psychologie B I 3 (Messen und Testen), ed. H. Feger/J. Bredenkamp, Göttingen/Toronto/Zürich 1983, 427–543; H. K. Suen, Principles of Test Theories, Hillsdale N. J./Hove/London 1990. G. Hei./P. S.

reichs der aktual-unendlichen Mengen, der trotz der bekannten ↑Paradoxien des Unendlichen einer zahlenmäßigen Erfassung zugänglich ist. – Cantor hatte entdeckt, daß unendliche Mengen verschiedene Größen oder ›Mächtigkeiten‹ haben können (↑Cantorsches Diagonalverfahren, ↑Mengenlehre, transfinite). Gewisse Repräsentanten solcher unendlichen Mengen können als t.e ↑Kardinalzahlen und t.e ↑Ordinalzahlen dienen. Die aus dem Endlichen vertrauten Rechenoperationen + und × können dann auf das Transfinite erweitert werden, wobei jedoch verschiedene Eigenschaften dieser Operationen verlorengehen (↑Arithmetik, transfinite). Ebenso sind das Induktionsprinzip (↑Induktion, vollständige, ↑Induktion, transfinite) und das Rekursionsprinzip (↑rekursiv/Rekursivität) ins Transfinite fortsetzbar.

In der konstruktiven Mathematik (↑Mathematik, konstruktive) sind Größenvergleiche von überabzählbaren (↑überabzählbar/Überabzählbarkeit) Mengen nicht erlaubt. Deshalb gibt es dort keine Theorie t.er Kardinalzahlen; für t.e Ordinalzahlen ist eine Strukturierbarkeit jedoch gegeben. Die t.e Induktion als Verallgemeinerung der klassischen vollständigen Induktion ist also auch konstruktiv sinnvoll.

Literatur: H. Bachmann, Transfinite Zahlen, Berlin/Heidelberg/New York 1955, [2]1967; B. Bolzano, Paradoxien des Unendlichen, ed. F. Prihonsky, Leipzig 1851 (repr. Darmstadt 1964), Hamburg 1975; G. Cantor, Über unendliche lineare Punktmannichfaltigkeiten I, Math. Ann. 15 (1879), 1–7, II, Math. Ann. 17 (1880), 355–358, III, Math. Ann. 20 (1882), 113–121, IV, Math. Ann. 21 (1883), 51–58, V, Math. Ann. 21 (1883), 545–591, VI, Math. Ann. 23 (1884), 453–488, Neudr., in 1 Bd., in: ders., Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts, ed. E. Zermelo, Berlin 1932, Neudr. Hildesheim 1962, Berlin/Heidelberg/New York 1980, 139–244, ferner in: ders., Über unendliche lineare Punktmannigfaltigkeiten. Arbeiten zur Mengenlehre aus den Jahren 1872–1884, ed. G. Asser, Leipzig 1984; ders., Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre. Ein mathematisch-philosophischer Versuch in der Lehre des Unendlichen, Leipzig 1883, Neudr. in: ders., Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts, ed. E. Zermelo [s.o.], 165–208; ders., Beiträge zur Begründung der t.en Mengenlehre, Math. Ann. 46 (1895), 481–512; C. Gutberlet, Das Unendliche, mathematisch und metaphysisch betrachtet, Mainz 1878; D. Hilbert, Über das Unendliche, Math. Ann. 95 (1926), 161–190, Neudr. in: Jb. dt. Math.-Ver. 36 (1927), 201–215; H. Meschkowski, Probleme des Unendlichen. Werk und Leben Georg Cantors, Braunschweig 1968; ders., Georg Cantor. Leben, Werk und Wirkung, Mannheim/Wien/Zürich 1983; K. Schütte, Logische Abgrenzungen des Transfiniten, in: M. Käsbauer/F. v. Kutschera (eds.), Logik und Logikkalkül, Freiburg/München 1962, 105–114. H. R.

Transformation, Terminus der Mathematik und der Linguistik: (1) In der Mathematik soviel wie ↑Abbildung oder ↑Funktion, wobei der Terminus ›T.‹ speziell in der ↑Geometrie verwendet wird, wo T.en tatsächlich Umformungen im anschaulichen Sinne sind, z. B. Ähnlichkeitstransformationen (↑ähnlich/Ähnlichkeit). Hier ist insbes. die Invarianz (↑invariant/Invarianz) von Eigenschaften unter T.en, auch im Zusammenhang mit der algebraischen Strukturierung von T.en (z. B. als ↑Gruppe (mathematisch)), von Interesse (↑Erlanger Programm). (2) In der ↑Linguistik ein Regeltypus der ↑Transformationsgrammatik. T.sregeln erzeugen Sätze aus Beschreibungen ihrer syntaktischen Strukturen. P. S.

Transformationsgrammatik (engl. transformational grammar), in ↑Linguistik und ↑Sprachphilosophie Bezeichnung für den Typ einer ↑Grammatik, bei der die durch ↑Sprachanalyse von Ausdrücken einer natürlichen Sprache (↑Sprache, natürliche) ermittelte Relation der *Paraphrase*, die zwischen syntaktisch verschieden strukturierten, aber bedeutungsgleichen sprachlichen Ausdrücken besteht, durch entsprechende syntaktische *Transformationen* auf der Ebene der grammatischen Beschreibung in Hilfsmittel einer Sprachsynthese überführt wird, z. B. die Aktiv-Passiv-Transformation für geeignete Sätze.

In der von N. Chomsky entwickelten Konzeption einer *generativen T.* werden in der Fassung der Standardtheorie (1965) die allein auf Oberflächenstrukturen definierten Transformationen seines Lehrers Z. S. Harris unter Heranziehung des von der formalen Logik (↑Logik, formale) ausgebildeten und in der Analytischen Philosophie (↑Philosophie, analytische) umfassend eingesetzten Werkzeugs der ↑Formalisierung von Theorien und damit auch der ihnen zugrundeliegenden Sprache (↑Sprache, formale) so verallgemeinert, daß ein System von Formationsregeln – es bildet in Form von Phrasenstrukturregeln und anderen Hilfsregeln die ↑Tiefengrammatik – für den Aufbau einer abstrakten, die syntaktische (↑Syntax) Gestalt von Bedeutungen realisierenden ↑Tiefenstruktur verantwortlich ist, während Transformationsregeln daraus die ebenfalls abstrakte, eine syntaktische Basis für die phonologische (oder graphematische) Realisierung bildende ↑Oberflächenstruktur herstellen. Insofern die für eine T. herangezogenen endlich vielen *Ersetzungsregeln* (für eine endliche Klasse von Nicht-Endsymbolen mit einem ausgezeichneten Anfangssymbol, denen eine ebenfalls tion von ihrer materiellen Basis (↑Basis, ökonomische). Dabei geht es der von K. Marx im Anschluß an Überlegungen C.-H. de Saint-Simons und A. Comtes entwickelten Theorie des Verhältnisses von Basis und Ü. darum, den inhaltlichen Zusammenhang der beiden nur analytisch getrennten Ebenen zu betonen. Sie richtet sich damit gegen idealistische (↑Idealismus) und utopische (↑Utopie) Staatstheorien, die eine Veränderung der gesellschaftlichen Verhältnisse über einen von den gesellschaftlichen Grundlagen gelösten Entwurf einer idealen Verfassung für möglich halten. Obwohl die Ü.theorie eine grundsätzliche Abhängigkeit der geistigen Leistungen einer Epoche von ihren ökonomischen Verhältnissen behauptet, betont sie doch das dialektische (↑Dialektik) Verhältnis der beiden Ebenen, die wechselseitig aufeinander einwirken. Damit werden auch die phasenverschobenen Ungleichzeitigkeiten erklärt, die sowohl im Verhältnis von Basis und Ü. als auch innerhalb der Ebenen auftreten.

Zu den Ü.phänomenen zählt die Gesamtheit der für eine Formationsfolge typischen politischen, wissenschaftlichen, ethischen, künstlerischen und religiösen Auffassungen und Ordnungsbegriffe. Insofern verwendet die historisch-materialistische (↑Materialismus, historischer) Theorie den Begriff des Ü.s als Synonym für den Begriff der herrschenden ↑Ideologie. Darüber hinaus werden auch die institutionellen, strukturellen und prozeduralen Verfestigungen der Ideologie im politischen, staatlichen, rechtlichen, kulturellen und kirchlichen Bereich als Ü. bezeichnet. Die in einer Gesellschaft vorherrschenden Ü.phänomene gelten als die Vorstellungen und Interessen der herrschenden Klassen (↑Klasse (sozialwissenschaftlich)). Sie sind damit gleichzeitig vorläufige Ergebnisse wie Mittel des Klassenkampfes.

Literatur: G. Ahrweiler, Basis – Ü. – Verhältnisse, in: H. J. Sandkühler (ed.), Europäische Enzyklopädie zu Philosophie und Wissenschaften I, Hamburg 1990, 309–328; F. Jakubowski, Der ideologische Ü. in der materialistischen Geschichtsauffassung, Frankfurt 1968; P. de Lara, Ü., in: G. Labica/G. Bensussan (eds.), Kritisches Wörterbuch des Marxismus VIII, Hamburg 1989, 1325–1330; F. Tomberg, Basis und Ü. im historischen Materialismus, in: ders., Basis und Ü.. Sozialphilosophische Studien, Neuwied/Berlin 1969, [2]1974, 7–81, separat Berlin 1978 (Argument Studienheft 16); ders., Basis und Ü., in: H. J. Sandkühler (ed.), Europäische Enzyklopädie zu Philosophie und Wissenschaften I, Hamburg 1990, 302–309; weitere Literatur: ↑Materialismus, dialektischer, ↑Materialismus, historischer, ↑Marx, Karl. H. R. G.

Überführungstheorem, Hilfssatz der Semantik der ↑Quantorenlogik. Es sei $[\![t]\!]^{\mathfrak{A}}_{\beta}$ bzw. $[\![A]\!]^{\mathfrak{A}}_{\beta}$ der Wert eines Terms t bzw. der Wahrheitswert einer Formel A in der ↑Struktur $\mathfrak{A}$ unter der ↑Belegung β. Sei $\beta[a/x]$ diejenige Belegung, die sich von β nur dadurch unterscheidet, daß sie x mit a belegt. $A[t/x]$ bezeichne das Resultat der Substitution von t für x in A, falls t frei für x in A ist. Dann besagt das Ü., daß

$$[\![A[t/x]]\!]^{\mathfrak{A}}_{\beta} = [\![A]\!]^{\mathfrak{A}}_{\beta[[\![t]\!]^{\mathfrak{A}}_{\beta}/x]}\,.$$

D. h., man erhält denselben Wahrheitswert, wenn man erst x durch t in A substituiert und dann das Resultat auswertet, wie wenn man A sofort auswertet und dabei x durch den Wert von t interpretiert. Ein Modell von $A[t/x]$ wird so in ein Modell von A überführt. Das Ü. ist für die Semantik der ↑Quantoren zentral, z. B. für den Nachweis der Allgemeingültigkeit (↑allgemeingültig/Allgemeingültigkeit) der Spezialisierung $\bigwedge_x A \rightarrow A[t/x]$. Entsprechende Lemmata finden sich in anderen Theorien variablenbindender Operatoren, z. B. im ↑Lambda-Kalkül.

Literatur: U. Friedrichsdorf, Einführung in die klassische und intensionale Logik, Braunschweig/Wiesbaden 1992, 109–142; H. Hermes, Einführung in die mathematische Logik. Klassische Prädikatenlogik, Stuttgart 1963, [5]1991; weitere Literatur: ↑Quantorenlogik. P. S.

Übergangswahrscheinlichkeit (auch Markovscher Kern oder stochastischer Kern), Terminus der Stochastik und ↑Wahrscheinlichkeitstheorie für das Maß der ↑Tendenz der Entwicklung von stochastischen Geschehnissen. Wenn sich die Zustände eines Systems auf indeterministische (↑Indeterminismus) oder zufallsabhängige (↑zufällig/Zufall) Weise ändern, ist eine kausale Erklärung (↑Ursache) des Systemverhaltens nicht mehr möglich. Zum Zwecke eines rationalen Umgangs mit solchen Systemen ist es dennoch oft wünschenswert, Aussagen und Voraussagen über ihre Entwicklung zu machen. Hierzu müssen neben der Anfangsverteilung auch die Ü.en des Systems gegeben sein.

Im ↑diskreten Fall (↑Diskontinuität) kann ein stochastisches System durch eine Folge von Zufallsvariablen $X_1, X_2, X_3, \ldots$ dargestellt werden, die für einen sich tatsächlich ereignenden Systemverlauf ω die Werte einer interessierenden Größe zu den Zeitpunkten $t_1, t_2, t_3, \ldots$ wiedergeben. Wenn die Wertbereiche aller Zufallsvariablen identisch sind und nur die Werte $\{x_1, \ldots, x_n\}$ enthalten, dann können die Ü.en häufig durch eine stochastische ↑Matrix (p_{ij}) mit den folgenden Elementen angegeben werden:

Texte [Buch II, Traktat III, Kap. 4 von »De summo bono«], Sitz.ber. Bayer. Akad. Wiss., philos.-philol. u. hist. Kl., Jg. 1925, 5. Abh., München 1926 (repr. in: ders., Gesammelte Akademieabhandlungen I, Paderborn etc. 1979, 177–260); F. J. Lescoe, God as First Principle in U. of Strasbourg. Critical Text of »Summa De Bono«, IV,1 Based on Hitherto Unpublished Mediaeval Manuscripts and Philosophical Study, New York 1979.

Literatur: I. Backes, Die Christologie, Soteriologie und Mariologie des U. v. S., I–II, Trier 1975; W. Breuning, Erhebung und Fall des Menschen nach U. v. S., Trier 1959; B. Faes de Mottoni, Il problema del male nella Summa de Bono di Ulrico di Strasburgo, Medioevo 1 (1975), 29–61; dies., La distinzione tra causa agente e causa motrice nella »Summa de Summo Bono« di Ulrico di Strasburgo, Stud. mediev. 20 (1979), 313–355; M. Grabmann, Studien über U. v. S., in: ders., Mittelalterliches Geistesleben. Abhandlungen zur Geschichte der Scholastik und Mystik I, München 1926 (repr. Hildesheim/New York 1956), 147–221; A. de Libera, U. de Strasbourg, lecteur d'Albert le Grand, Freib. Z. Philos. Theol. 32 (1985), 105–136; C. Putnam, U. of Strasbourg and the Aristotelian Causes, Stud. Philos. Hist. Philos. 1 (1961), 139–159; W. A. Wallace, U. of Strasbourg, DSB XIII (1976), 534; J. A. Weisheipl, U. (Engelbert) of Strasbourg, Enc. Ph. VIII (1967), 176–177.

G. W.

ultra posse nemo obligatur, auch: ultra posse nemo tenetur (lat., niemand kann über sein Vermögen hinaus verpflichtet werden), auf den römischen Juristen Celsus (um 100 n. Chr.) zurückgehender Grundsatz, nach dem etwas, das auszuführen oder zu erreichen unmöglich ist, auch nicht geboten werden kann, bzw. nach dem aus dem Nicht-Können das Nicht-Sollen folgt. In der modernen Diskussion um die ›rationale‹, d. h. wissenschaftliche oder methodische Begründbarkeit von Handlungsnormen oder Verpflichtungen überhaupt spielt dieses Prinzip eine zentrale Rolle, da es zu erlauben scheint, ›Seinssätze‹, also Behauptungen über Tatsachen – in diesem Falle über das ›Können‹ von Personen – als (Ausschluß-)Gründe für ›Sollenssätze‹, also Formulierungen von Geboten, zu benutzen. In diesem Sinne führt H. Albert diesen Grundsatz als klassisches Beispiel für ein ↑Brückenprinzip an, d.i. für »eine Maxime zur Überbrückung der Distanz zwischen Soll-Sätzen und Sachaussagen und damit auch zwischen Ethik und Wissenschaft –, dessen Funktion darin besteht, eine wissenschaftliche Kritik an normativen Aussagen zu ermöglichen.« (Traktat über kritische Vernunft, Tübingen [3]1975, 76). In der Sicht I. Kants wäre allerdings einschränkend dagegen anzuführen, daß das ›Können‹ einer Person nicht als eine feststehende Tatsache betrachtet und behandelt werden kann, sondern daß dieses ›Können‹ – bei aller Anerkennung sonstiger, vor allem physischer Unmöglichkeiten – durch das, was moralisch geboten ist (wie im übrigen auch durch andere praktische, z. B. technische, religiöse oder ästhetische Normen), mitbestimmt wird. Für Kant gehört zu dem auch durch die Erfahrung bestätigten, unmittelbaren Bewußtsein des moralischen Gesetzes, daß jemand, wenn er unter Druck in eine moralische Problemsituation gerät, so urteilt, »daß er etwas kann, darum, weil er sich bewußt ist, daß er es soll« (KpV A 54, Akad.-Ausg. V, 30). Ähnlich sieht auch Aristoteles, der ›das Ewige‹ und ›das Unmögliche‹ aus dem Bereich sinnvoller Entscheidungen ausklammert und verantwortliches Handeln nur auf das eingrenzt, was in unserer Macht steht, daß persönliches Können durch frühere Entscheidungen und die darauf aufgebaute Lebensführung beeinflußt ist. Insofern sind wir auch moralisch dafür verantwortlich, daß wir in vielen Fällen anders hätten leben sollen, auch wenn wir es jetzt nicht oder kaum mehr können (Eth. Nic. Γ1.1109b30–8.1117a28). – Gegen den Grundsatz des u. p. n. o. wird gelegentlich ein ↑Prinzip der rückwirkenden Verpflichtung, auch als Rückverpflichtungsprinzip bezeichnet, geltend gemacht, das z. B. in Verbindung mit der Konzeption der strengen Kompression (↑Kompressor) seit dem 18. Jh. Anwendung in der erfolgreichen Herstellung von ↑Enzyklopädien findet. O. S.

Umbenennung (engl. renaming substitution), in der mathematischen Logik (↑Logik, mathematische) Bezeichnung für eine ↑Substitution, bei der ↑Variablen durch Variablen ersetzt werden, in der Regel, um ↑Variablenkonfusionen bei der Anwendung logischer ↑Operationen zu vermeiden. Bei der *freien* U. werden alle Vorkommen einer freien Variablen x in einer Formel oder einem Term A durch eine andere Variable y ersetzt, die für x substituierbar (›frei für x in A‹, ↑Substitution) ist und nicht selbst in A frei vorkommt. Bei der *gebundenen* U. einer Variablen x in einer mit einem variablenbindenden ↑Funktor Q beginnenden Teilformel oder einem solchen Teilterm Q_xB von A wird Q_xB in A durch $Q_y B'$ ersetzt, wobei B' aus B durch freie U. von x durch y hervorgeht. Z. B. geht die Formel

$$F(y) \wedge \bigwedge_z (G(z,y) \rightarrow H(z,y))$$

aus

$$F(x) \wedge \bigwedge_z (G(z,x) \rightarrow H(z,x))$$

durch freie U. von x durch y hervor. Aus der entstandenen Formel geht

$$F(y) \wedge \bigwedge_u (G(u,y) \rightarrow H(u,y))$$

durch gebundene U. von z durch u in der Teilformel

$$\bigwedge_z (G(z,y) \rightarrow H(z,y))$$

hervor. Durch gebundene oder freie U. entstehende Ausdrücke bezeichnet man in manchen Kontexten auch als ›Varianten‹ des ursprünglichen Ausdrucks.
Im ↑Lambda-Kalkül bezeichnet man die durch gebundene U. bewirkte Umformung von λ-Termen (etwa von $\lambda x.fx$ zu $\lambda y.fy$) auch als ›α-Konversion‹. Die α-Konversion galt lange als triviales und unumstößliches Prinzip, da der *Name* einer gebundenen Variablen für die *Beziehung* zwischen variablenbindendem Funktor und gebundener Stelle einer Aussage- oder Termform als unerheblich angesehen wurde. Sie ist in neuerer Zeit in der theoretischen Informatik im Zusammenhang mit Problemen der ›expliziten Substitution‹, bei der Substitutionen nicht wie bisher nur als metalogische (↑Metalogik) Operationen aufgefaßt, sondern in Kalkülen explizit manipuliert werden, problematisiert worden (vgl. M. Abadi u. a., Explicit Substitutions, Journal of Functional Programming 1 [1991], 375–416). P. S.

Umfang, umgangssprachlich Bezeichnung für die Ausdehnung oder Erstreckung einer extensiven, als Aggregat ihrer Teile darstellbaren und daher additiven ↑Größe oder auch deren Maßzahl, z. B. der U. eines Buches (durch Anzahl der Seiten wiedergegeben, im Unterschied zu seinem Inhalt als dem ↑Sinn oder der intensionalen ↑Bedeutung des in ihm enthaltenen Textes). In der ↑Geometrie bezeichnet U. die gesamte *äußere* Begrenzung einer (ebenen) Figur im Unterschied zu dem von ihr eingeschlossenen ↑Inhalt. In der ↑Logik wird vom U. speziell der Begriffswörter (↑Prädikator) gesprochen und darunter die Klasse (↑Klasse (logisch)) der unter den betreffenden ↑Begriff fallenden Gegenstände verstanden. In diesem Falle ist ›U.‹ synonym zu ›Extension‹ (↑extensional/Extension) oder ›extensionale Bedeutung‹ (engl. auch ›denotation‹, ↑Denotation) im Unterschied zu ›Intension‹ (↑intensional/Intension) oder ›intensionale Bedeutung‹ (engl. auch ›connotation‹, ↑Konnotation).
In der traditionellen Logik (↑Logik, traditionelle) wird auch vom U. und vom Inhalt der Begriffe, nicht nur der Begriffswörter, gesprochen, weil ›Begriff‹ nicht, wie gegenwärtig, mit ›intensionale Bedeutung‹ (eines Begriffswortes) gleichgesetzt ist (das heutige Verständnis weicht auch von demjenigen G. Freges ab, der Begriffe als ↑Referenz von Begriffswörtern ansieht). Statt dessen wird in der traditionellen Logik als *Inhalt* eines Begriffs die Klasse der in seiner kanonischen ↑Definition durch genus proximum und differentiae specificae auftretenden ↑Merkmale, also seiner ↑*Oberbegriffe*, bezeichnet. Entsprechend gilt als U. eines Begriffs die Klasse seiner ↑*Unterbegriffe*, d. h. derjenigen, die den betreffenden Begriff als Merkmal haben, unter Einschluß der ↑Individualbegriffe. Allerdings ist in diesem Falle der Unterschied zwischen einem Individualbegriff und dem von ihm gekennzeichneten Gegenstand (falls er existiert) und damit zu der ›U.‹ mit ›Extension‹ gleichsetzenden Deutung nicht immer gemacht worden. Z. B. gilt mit den syllogistischen (↑Syllogistik) Relationen ↑a und ↑i die ↑Implikation ›$MaN \prec MiN$‹ zwar begriffslogisch (↑Begriffslogik), aber nicht klassenlogisch (↑Klassenlogik), nämlich wenn M leer ist. Relativ zu einem (abgeschlossenen) System kanonischer Definitionen – die traditionellen ↑Begriffspyramiden stellen allein die Über- und Unterordnungen von Teilsystemen der Gattungen (genera) und Arten (species) dar – läßt sich das sogenannte Reziprozitätsgesetz angeben: Je größer der Inhalt (lat. complexus), desto kleiner der U. (lat. ambitus), und umgekehrt, d. h., für je zwei Begriffe A und B, deren U. die Inklusionsbeziehung $\mathrm{U}(A) \subseteq \mathrm{U}(B)$ erfüllt, stehen die zugehörigen Inhalte in der Beziehung $\mathrm{I}(B) \subseteq \mathrm{I}(A)$. Der oberste (uneigentliche) Begriff ›Seiendes‹ (auch: ›Gegenstand‹, engl. ›entity‹, ↑Seiende, das) hat danach einen maximalen U., den Universalbereich ›aller denkbaren Gegenstände‹, i. e. Individualbegriffe, und einen minimalen, nämlich leeren, Inhalt. K. L.

Umfangslogik, ↑Logik, extensionale.

Umformung, in ↑Logik, Mathematik und ↑Linguistik Bezeichnung für den Übergang nach gegebenen Regeln (U.sregeln) von einem gegebenen Ausdruck (oder mehreren Ausdrücken) zu einem (oder mehreren) anderen; wichtigste Fälle sind die U.en von Termen, Formeln, Aussagen, Schlüssen und Beweisen durch Umordnung (Permutation), ↑Ersetzung (↑Substitution), ↑Elimination und ↑Adjunktion. ›U.‹ in diesem Sinne wurde von G. W. Leibniz bei seiner Konzeption einer allgemeinen Charakteristik (↑Leibnizsche Charakteristik) als eines der definierenden Merkmale eines ↑Kalküls eingeführt und als ›transmutatio formularum‹ (Philos. Schr. VII, 206) und ›transitus ab expressione ad expressionem‹ (C. 327) beschrieben, wo-begegnet es in der Frage nach einem schlechthin Umfassenden. Das U., das wir selbst sind, bestimmt sich in drei Konkretionen, die es erfahrbar bzw. fühlbar werden lassen. Es ist *Dasein* als das U. aller leiblichen Vollzüge, *Bewußtsein* als das U. alles zeitlich Erlebbaren und Erkennbaren, *Geist* als die Ganzheit verstehenden Denkens, Tuns und Fühlens. Die Grundbegriffe ↑Existenz und ↑Vernunft versteht Jaspers ebenfalls als das U.: *Existenz* als das U. im Sinne des Ursprungs jeder der Weisen des U.n; *Vernunft* als Zusammenhang und Einheit aller Weisen des U.n.

In methodischer Abstraktion von dieser konkreten Entwicklung definiert sich das U. bei Jaspers als ›umwendender Gedanke‹ im Kantischen Sinne. Das gewohnte Erkennen von Gegenständen wird aufgegeben zugunsten der Thematisierung verschiedener Erfahrungsweisen von Gegenständen, die in der Erfahrung auf ihre Grenze hin entworfen werden. Das U. ist nicht Gegenstand des Erkennens, sondern dasjenige, ›worin‹ Gegenstände existenziell erfahrbar, erkennbar werden.

Literatur: K. Jaspers, Philosophie, I–III, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1932, ^{3}1956, Berlin/Heidelberg/New York ^{4}1973, München/Zürich 1994; ders., Vernunft und Existenz. 5 Vorlesungen gehalten vom 25.-29. März 1935, Groningen 1935, München ^{4}1987; ders., Von der Wahrheit (Philosophische Logik I), München 1947, ^{4}1991. A.G.-S.

Umkehrfunktion (auch: Umkehrabbildung, ↑inverse Funktion oder inverse Abbildung; engl. inverse function/mapping), Bezeichnung für diejenige ↑Funktion (↑Abbildung) g, die zu einer gegebenen injektiven Funktion f für jedes Element des Wertebereichs von f das eindeutig bestimmte zugehörige Argument von f liefert, für die also gilt: $g(f(x)) = x$ für jedes x im Definitionsbereich von f. In verschiedenen Bereichen der Mathematik werden die Bedingungen untersucht, unter denen U.en mit bestimmten Eigenschaften existieren, z.B. in der ↑Analysis differenzierbare Umkehrfunktionen zu differenzierbaren Funktionen. P.S.

Umkehrproblem, Bezeichnung für das Problem, ein ↑Urteil, z.B. in der ↑Syllogistik oder in der ↑Junktorenlogik (↑Fehlschluß), eine Schlußfigur oder Regel (↑Inversionsprinzip), eine ↑Funktion (↑Abbildung, ↑Umkehrfunktion), eine ↑Relation, eine bedingte Wahrscheinlichkeitsaussage (↑Bayessches Theorem) oder ähnliches umzukehren, d.h. zu einem gegebenen Objekt oder einer gegebenen Aussage ein inverses (↑invers/Inversion) Objekt bzw. eine inverse Aussage zu finden. P.S.

Umkehrung, ↑invers/Inversion.

Umwelt (engl. environment), Grundbegriff (1) der ↑Ökologie als der Wissenschaft von den Beziehungen des ↑Organismus zu seiner U., (2) der Theorie der natürlichen ↑Selektion als differentieller Fitneß in oder Angepaßtheit an eine gemeinsame U., (3) der ökologischen ↑Ethik (↑Wissenschaftsethik), die die moralischen Pflichten zur Erhaltung der natürlichen U. untersucht.

Nach einem Vorschlag von R.N. Brandon lassen sich externe, ökologische und selektive U.en von Organismen unterscheiden. Externe U.en von Organismen bestehen in der Summe der biotischen und abiotischen Faktoren außerhalb des Organismus, ohne daß diese einen weiteren Bezug zu den betreffenden Organismen besitzen. Die ökologische U. besteht in jenen Zügen der externen U., die einen Einfluß auf den Beitrag der Organismen zum Populationswachstum besitzen, während die selektive U. durch den differentiellen Fortpflanzungserfolg von Genotypen an unterschiedlichen Orten zu unterschiedlichen Zeiten charakterisiert ist. Eine genaue Analyse enthüllt komplexe, koevolutive Organismus-U.-Interaktionen.

Eine zentrale Rolle spielt der U.begriff in der theoretischen Biologie von J. v. Uexküll. Die ›Merkwelt‹ als (rezeptive) Repräsentation der Außenwelt von Tieren bildet zusammen mit der (effektorischen) ›Wirkwelt‹ als ihrem Aktionsraum eine geschlossene Einheit, eben die U.. Nur Menschen können neben ihren je subjektiven U.en auch eine für alle gleiche objektive ›Welt‹ besitzen. Daß U. in diesem Zusammenhang auch ein ↑normativer Begriff ist, macht die Einführung von U.standards deutlich (vgl. C.F. Gethmann/J. Mittelstraß 1992).

Literatur: R.N. Brandon, Adaptation and Environment, Princeton N.J. 1990, 1995; ders./J. Antonovics, The Coevolution of Organism and Environment, in: G. Wolters/J.G. Lennox (eds.), Concepts, Theories, and Rationality in the Biological Sciences. The Second Pittsburgh-Konstanz Colloquium in the Philosophy of Science. University of Pittsburgh, October 1–4, 1993, Konstanz/Pittsburgh Pa. 1995 (Pittsburgh-Konstanz Ser. Philos. Hist. Sci. III), 211–232 (Kommentar von G. Wolters, a.a.O., 233–240); C.F. Gethmann/J. Mittelstraß, Maße für die U., Gaia. Ecological Perspectives in Science, Humanities, and Economics 1 (1992), 16–25; R.E. Hart (ed.), Ethics and the Environment, Lanham Md./New York/London 1992; R. Langthaler, Organismus und U.. Die biologische U.lehre im Spiegel traditioneller Naturphilosophie, Hildesheim/Zürich/New York 1992; K. Pinkau u.a., U.standards. Grundlagen, Tatsachen und Bewertungen am Beispiel des Strahlenrisikos, Berlin/New York 1992 (Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Forschungsbericht 2); J. v. Uexküll, Theoretische Biologie, Berlin 1920, ^{2}1928, Neudr. Frank-

begegnet es in der Frage nach einem schlechthin Umfassenden. Das U., das wir selbst sind, bestimmt sich in drei Konkretionen, die es erfahrbar bzw. fühlbar werden lassen. Es ist *Dasein* als das U. aller leiblichen Vollzüge, *Bewußtsein* als das U. alles zeitlich Erlebbaren und Erkennbaren, *Geist* als die Ganzheit verstehenden Denkens, Tuns und Fühlens. Die Grundbegriffe ↑Existenz und ↑Vernunft versteht Jaspers ebenfalls als das U.: *Existenz* als das U. im Sinne des Ursprungs jeder der Weisen des U.n; *Vernunft* als Zusammenhang und Einheit aller Weisen des U.n.
In methodischer Abstraktion von dieser konkreten Entwicklung definiert sich das U. bei Jaspers als ›umwendender Gedanke‹ im Kantischen Sinne. Das gewohnte Erkennen von Gegenständen wird aufgegeben zugunsten der Thematisierung verschiedener Erfahrungsweisen von Gegenständen, die in der Erfahrung auf ihre Grenze hin entworfen werden. Das U. ist nicht Gegenstand des Erkennens, sondern dasjenige, ›worin‹ Gegenstände existenziell erfahrbar, erkennbar werden.

Literatur: K. Jaspers, Philosophie, I–III, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1932, [3]1956, Berlin/Heidelberg/New York [4]1973, München/Zürich 1994; ders., Vernunft und Existenz. 5 Vorlesungen gehalten vom 25.-29. März 1935, Groningen 1935, München [4]1987; ders., Von der Wahrheit (Philosophische Logik I), München 1947, [4]1991. A.G.-S.

Umkehrfunktion (auch: Umkehrabbildung, ↑inverse Funktion oder inverse Abbildung; engl. inverse function/mapping), Bezeichnung für diejenige ↑Funktion (↑Abbildung) g, die zu einer gegebenen injektiven Funktion f für jedes Element des Wertebereichs von f das eindeutig bestimmte zugehörige Argument von f liefert, für die also gilt: $g(f(x)) = x$ für jedes x im Definitionsbereich von f. In verschiedenen Bereichen der Mathematik werden die Bedingungen untersucht, unter denen U.en mit bestimmten Eigenschaften existieren, z.B. in der ↑Analysis differenzierbare Umkehrfunktionen zu differenzierbaren Funktionen. P.S.

Umkehrproblem, Bezeichnung für das Problem, ein ↑Urteil, z.B. in der ↑Syllogistik oder in der ↑Junktorenlogik (↑Fehlschluß), eine Schlußfigur oder Regel (↑Inversionsprinzip), eine ↑Funktion (↑Abbildung, ↑Umkehrfunktion), eine ↑Relation, eine bedingte Wahrscheinlichkeitsaussage (↑Bayessches Theorem) oder ähnliches umzukehren, d.h. zu einem gegebenen Objekt oder einer gegebenen Aussage ein inverses (↑invers/Inversion) Objekt bzw. eine inverse Aussage zu finden. P.S.

Umkehrung, ↑invers/Inversion.

Umwelt (engl. environment), Grundbegriff (1) der ↑Ökologie als der Wissenschaft von den Beziehungen des ↑Organismus zu seiner U., (2) der Theorie der natürlichen ↑Selektion als differentieller Fitneß in oder Angepaßtheit an eine gemeinsame U., (3) der ökologischen ↑Ethik (↑Wissenschaftsethik), die die moralischen Pflichten zur Erhaltung der natürlichen U. untersucht.
Nach einem Vorschlag von R.N. Brandon lassen sich externe, ökologische und selektive U.en von Organismen unterscheiden. Externe U.en von Organismen bestehen in der Summe der biotischen und abiotischen Faktoren außerhalb des Organismus, ohne daß diese einen weiteren Bezug zu den betreffenden Organismen besitzen. Die ökologische U. besteht in jenen Zügen der externen U., die einen Einfluß auf den Beitrag der Organismen zum Populationswachstum besitzen, während die selektive U. durch den differentiellen Fortpflanzungserfolg von Genotypen an unterschiedlichen Orten zu unterschiedlichen Zeiten charakterisiert ist. Eine genaue Analyse enthüllt komplexe, koevolutive Organismus-U.-Interaktionen.
Eine zentrale Rolle spielt der U.begriff in der theoretischen Biologie von J. v. Uexküll. Die ›Merkwelt‹ als (rezeptive) Repräsentation der Außenwelt von Tieren bildet zusammen mit der (effektorischen) ›Wirkwelt‹ als ihrem Aktionsraum eine geschlossene Einheit, eben die U.. Nur Menschen können neben ihren je subjektiven U.en auch eine für alle gleiche objektive ›Welt‹ besitzen. Daß U. in diesem Zusammenhang auch ein ↑normativer Begriff ist, macht die Einführung von U.standards deutlich (vgl. C.F. Gethmann/J. Mittelstraß 1992).

Literatur: R.N. Brandon, Adaptation and Environment, Princeton N.J. 1990, 1995; ders./J. Antonovics, The Coevolution of Organism and Environment, in: G. Wolters/J.G. Lennox (eds.), Concepts, Theories, and Rationality in the Biological Sciences. The Second Pittsburgh-Konstanz Colloquium in the Philosophy of Science. University of Pittsburgh, October 1–4, 1993, Konstanz/Pittsburgh Pa. 1995 (Pittsburgh-Konstanz Ser. Philos. Hist. Sci. III), 211–232 (Kommentar von G. Wolters, a.a.O., 233–240); C.F. Gethmann/J. Mittelstraß, Maße für die U., Gaia. Ecological Perspectives in Science, Humanities, and Economics 1 (1992), 16–25; R.E. Hart (ed.), Ethics and the Environment, Lanham Md./New York/London 1992; R. Langthaler, Organismus und U.. Die biologische U.lehre im Spiegel traditioneller Naturphilosophie, Hildesheim/Zürich/New York 1992; K. Pinkau u.a., U.standards. Grundlagen, Tatsachen und Bewertungen am Beispiel des Strahlenrisikos, Berlin/New York 1992 (Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Forschungsbericht 2); J. v. Uexküll, Theoretische Biologie, Berlin 1920, [2]1928, Neudr. Frank-

verschiedenen Strategieentwürfen zu ihrer Behebung.

Literatur: A. Naess, En del elementaerelogiske emner, Oslo 1941, Oslo/Bergen/Tromsø [11]1975 (dt. Kommunikation und Argumentation. Eine Einführung in die angewandte Semantik, Kronberg 1975); M. Pinkal, Logik und Lexikon. Die Semantik des Unbestimmten, Berlin/New York 1985; W. V. O. Quine, Word and Object, Cambridge Mass. 1960, [14]1985 (dt. Wort und Gegenstand, Stuttgart 1980, 1987); ders., Theories and Things, Cambridge Mass./London 1981, 1982 (dt. Theorien und Dinge, Frankfurt 1985, 1991); W. Wolski, Schlechtbestimmtheit und Vagheit. Tendenzen und Perspektiven. Methodische Untersuchungen zur Semantik, Tübingen 1980. K. L.

Unbestimmtheitsrelation, ↑Unschärferelation.

unbeweisbar/Unbeweisbarkeit (engl. unprovable/unprovability), in der mathematischen Logik (↑Logik, mathematische) das Gegenteil von ↑beweisbar/Beweisbarkeit, in der Regel synonym zu ↑unableitbar/Unableitbarkeit verwendet. Das klassische U.sresultat ist K. Gödels Nachweis, daß sich die (arithmetisch kodifizierte) Behauptung der Widerspruchsfreiheit der Peano-Arithmetik unter bestimmten, sehr allgemeinen Voraussetzungen nicht in dieser selbst beweisen läßt (↑Unableitbarkeitssatz). P. S.

Unbewußte, das, vor allem in der sich an S. Freud anschließenden ↑Psychoanalyse verwendeter Terminus für wirksame und dennoch unbemerkt verlaufende psychische Prozesse. Die Annahme derartiger Prozesse definiert die ↑Tiefenpsychologie. Die Vorgeschichte der Annahme unbewußter psychischer bzw. geistiger Ereignisse und Energien reicht von der archaischen Medizin über die Anamnesislehre (↑Anamnesis) Platons, die psychotherapeutischen Praktiken der antiken Philosophie, die Besessenheitsvorstellungen des ausgehenden Mittelalters und der frühen Neuzeit, die Lehre von den unmerklichen Perzeptionen in der ↑Monadentheorie (↑Monade) und Erkenntnistheorie von G. W. Leibniz bis hin zur dynamischen Psychiatrie der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts (J. J. Gassner, F. A. Mesmer).

Den Begriff des U.n führt 1846 C. G. Carus in die Philosophie ein. Für ihn ist – anknüpfend an romantische (↑Romantik) Konzeptionen, insbes. in ↑Naturphilosophie und Medizin – das menschliche Seelenleben wesentlich durch ein bewußtseinsfähiges bzw. ein bewußtseinsunfähiges U.s bestimmt. E. v. Hartmann (Philosophie des U.n, 1869) verbindet – an F. W. Schelling und A. Schopenhauer anknüpfend – ebenfalls einen naturphilosophisch-kosmologischen Begriff des U.n (›absolut U.s‹) mit dem Begriff eines psychischen U.n (›relativ U.s‹). Er sieht den kosmischen Prozeß als eine Bewußtwerdung des metaphysisch gedachten ›absolut U.n‹ an; das psychische U. wirkt sich naturgesetzlich im Bewußtsein aus. In dem von T. Lipps 1883 vertretenen philosophischen Ansatz ist das ›Unbewußtsein‹ das eigentliche reale Psychische. Lipps unterscheidet das prinzipiell bewußtseinsunfähige U. vom bewußtseinsunfähigen U.n, das noch keine ichliche Zentrierung hat. Er lehrt eine Dynamik der unbewußten Prozesse und unterscheidet die ihrem Wesen nach völlig unbekannten seelischen Erregungen von den inhaltlich ins Bewußtsein tretenden psychischen Repräsentanzen. Sein Schüler M. Geiger weist in phänomenologischer Perspektive nach, daß das Wollen als Gesamtphänomen von sich aus bereits auf die immanente Realität unbewußter Instanzen angewiesen ist. Gedächtnisdispositionen und sonstige psychische Anlagen sind nach Geiger zwar bereits ichlich zentriert, jedoch prinzipiell bewußtseinsunfähig.

Freuds Theorie des U.n vereinigt ein psychologisch-praktisches und ein wissenschaftstheoretisch-metapsychologisches Interesse. Das Gedächtnis, die Erinnerungen, Lücken im Bewußtseinsleben, Fehlleistungen, Witze, Träume und die Erfahrungen mit der Hypnose geben Anlaß zur Annahme einer unbewußten bzw. vorbewußten Dimension des psychischen Lebens. Insofern sich dieses U. genetisch auf frühkindliche ↑Verdrängungen und infantile Amnesien bewußter Inhalte vor allem des Sexualbereichs zurückführen läßt, ist es für den Ausbruch neurotischer Erkrankungen verantwortlich. Im psychoanalytischen Prozeß (Anamnese, Widerstand, Übertragung usw.) wird unter Anwendung bestimmter Techniken und unter Ausnutzung stets wiederkehrender Ereignisse versucht, einen Zugang zu den einer Verschiebung und Verdichtung unterworfenen Vorstellungen zu gewinnen, sie mit psychischer Energie besetzt zu erinnern, um auf diesem Wege die neurotische Symptomatik zu beseitigen.

Mit seiner Metapsychologie verbindet Freud zusätzlich zu den therapeutischen Zielsetzungen das Interesse, die Psychoanalyse als Wissenschaft zu etablieren. Er unterscheidet topisch die psychischen Instanzen des U.n, Vorbewußten und Bewußten, dann die des ↑Es, des bewußten ↑Ich und des die sozialen Repräsentanzen vereinigenden Über-Ich, bezieht sie in ihrer Konkurrenz dynamisch aufeinander und zieht eine energetische Bilanz hinsichtlich der unter der Herrschaft des Lustgung für die Wahrheit von $A \wedge B$, und damit objektbezogen (ontologisch) durch das Bestehen des komplexen ↑Sachverhalts, wie er aus den von A und B dargestellten Sachverhalten durch ›Koexistenz‹ gebildet wird, andererseits durch Angabe der Bedingungen für die Berechtigung von $A \wedge B$ im Behauptungsmodus, also bei einer Behauptung von $A \wedge B$ durch Rückgang auf die Behauptung *sowohl* von A *als auch* von B, und damit begründungsbezogen (epistemologisch) durch die ›Koexistenz‹ zweier Behauptungshandlungen.

Eine eigenständige Bedeutungsbestimmung von $A \wedge B$ ohne Bezug auf Wahrheit oder Falschheit der Konjunktion und damit eine weder objektbezogene noch begründungsbezogene, sondern eine *sprachbezogene* (logisch-grammatische) Erklärung der Bedeutung von ›u.‹ ist erst in der dialogischen Logik (↑Logik, dialogische) durch die zu den ↑Partikelregeln gehörende *Signifikationsregel* für Konjunktionen möglich geworden: ›Wer eine Konjunktion $A \wedge B$ äußert, verpflichtet sich zur ↑Verteidigung mit der Äußerung A auf den Angriff mit der Aufforderung zur Äußerung des ersten Konjunktionsgliedes und zur Verteidigung mit der Äußerung B auf den Angriff mit der Aufforderung zur Äußerung des zweiten Konjunktionsgliedes.‹ Auf dieser Grundlage erst lassen sich die Geltungsbedingungen für eine logisch mit ›u.‹ zusammengesetzte Aussage in einem ↑Modus, also etwa die Wahrheitsbedingungen im Behauptungsmodus oder die Rechtmäßigkeitsbedingungen im Aufforderungsmodus, ermitteln.

Literatur: K. Gloy, Einheit und Mannigfaltigkeit. Eine Strukturanalyse des ›u.‹. Systematische Untersuchungen zum Einheits- und Mannigfaltigkeitsbegriff bei Platon, Fichte, Hegel sowie in der Moderne, Berlin/New York 1981; E. Lang, Semantik der koordinativen Verknüpfung, Berlin 1977 (studia grammatica XIV) (engl. The Semantics of Coordination, Amsterdam 1984 [Studies in Language Companion Series IX]). K. L.

undefinierbar/Undefinierbarkeit (engl. undefinable/undefinability), Terminus der mathematischen Logik (↑Logik, mathematische). Man unterscheidet zwischen (1) Definierbarkeit bzw. U. eines formalen (objektsprachlichen) Prädikats in einem formalen System (↑definierbar/Definierbarkeit) und (2) Definierbarkeit bzw. U. eines inhaltlichen (metasprachlichen) Prädikats durch eine offene ↑Formel einer formalen Theorie. Die zweite Bedeutung hat man meist im Blick, wenn man den negativen Terminus ›U.‹ verwendet. Dieses Verständnis setzt voraus, daß sich die Gegenstände, auf die sich die inhaltlichen Prädikate beziehen, formal repräsentieren lassen. Entsprechend bezieht sich die Definierbarkeitstheorie meist auf die ↑Arithmetik natürlicher Zahlen. Hier kann man eine ↑*Zahl* k formal durch eine ↑*Ziffer* $\underline{k}$ repräsentieren. Andere Gegenstandsbereiche lassen sich darstellen, indem man deren Elemente durch Zahlen benennt oder kodiert, z. B. beliebige Zeichenketten α durch ihre Gödelzahlen $\ulcorner\alpha\urcorner$ (↑Gödelisierung), so daß der formale Repräsentant von α die Ziffer $\underline{\ulcorner\alpha\urcorner}$ ist. In ausdrucksstarken Theorien wie der ↑Mengenlehre muß der Umweg über Zahlen und Ziffern nicht genommen werden, da sich in ihnen Objekte wie z. B. Zeichenreihen direkt strukturell beschreiben lassen.

Sei T eine deduktiv abgeschlossene arithmetische Theorie, d. h. eine Formelmenge über der Sprache L der Arithmetik, die alle ihre logischen Konsequenzen enthält. A *gilt* in T, falls $A \in T$. Dann heißt ein einstelliges (inhaltliches) arithmetisches Prädikat P (oder gleichwertig: eine Menge von Zahlen) definierbar in T, falls es in L eine Formel $A_P(x)$ mit genau einer freien Variablen x gibt, so daß für jede Zahl k gilt:

– falls $P(k)$, dann gilt $A_P(\underline{k})$ in T;
– falls nicht $P(k)$, dann gilt $\neg A_P(\underline{k})$ in T.

Das Prädikat P heißt u. in T, falls es kein solches A_P gibt. Man spricht von *interner* Definierbarkeit bzw. U., falls Prädikate über T bzw. Teilklassen von T (via Gödelisierung) in T definierbar bzw. u. sind.

U.ssätze für Mengen von Ausdrücken benutzen in der Regel das Verfahren der Diagonalisierung (↑Cantorsches Diagonalverfahren). Entsprechend setzt man für T meist voraus, daß eine Diagonalisierungseigenschaft folgender Art besteht: Zu jeder Formel $A(x)$ von L mit genau einer freien Variablen x gibt es eine Aussage D, so daß in T gilt: $D \leftrightarrow A(\underline{\ulcorner D\urcorner})$ (d. h., ›D drückt aus, daß A auf D zutrifft‹). – Ein klassischer U.ssatz ist A. Tarskis Resultat, daß arithmetische Wahrheit nicht intern definierbar ist, d. h., daß es keine arithmetische Formel $W(x)$ (mit genau einer freien Variablen x) gibt, so daß für alle Aussagen A die Aussage $W(\underline{\ulcorner A\urcorner})$ in der Arithmetik genau dann wahr ist, wenn A wahr ist.

Definierbarkeits- und U.seigenschaften spielen eine wichtige Rolle nicht nur in der Theorie der arithmetischen Definierbarkeit, sondern auch in stärkeren, in der Rekursionstheorie behandelten Theorien und in der axiomatischen Mengenlehre (↑Mengenlehre, axiomatische), dort insbes. in Konsistenz- und Unabhängigkeitsbeweisen (↑Kontinuumhypothese).

Literatur: J. Barwise, Admissible Sets and Structures. An Approach to Definability Theory, Berlin/Heidelberg/New York 1975; G. S. Boolos/R. C. Jeffrey, Computability and Logic, Cambridge 1974, [3]1989, 1991; M. Davis (ed.), Solvability, Provability, Definability. The Collected Works of Emil L. Post, Boston 1994; J. H. Fetzer/D. Shatz/G. N. Schlesinger (eds.), Definitions and Definability. Philosophical Perspectives, Dordrecht/Boston/London 1991; M. Makkai, Duality and Definability in First-Order Logic, Providence R. I. 1993; R. M. Smullyan, Gödel's Incompleteness Theorems, Oxford 1992; ders., Recursion Theory for Metamathematics, Oxford 1993; ders., Diagonalization and Self-Reference, Oxford 1994. P. S.

Undurchdringbarkeit (auch: Undurchdringlichkeit) (lat. impenetrabilitas, auch: soliditas), Bezeichnung für die Fähigkeit eines ↑Körpers, einen bestimmten Rauminhalt unter Ausschluß anderer Körper einzunehmen. Die U. wurde unter Rückgriff auf den Satz vom Widerspruch (↑Widerspruch, Satz vom) begründet: Es ist unmöglich, daß zwei verschiedene Körper gleichzeitig denselben Raum einnehmen. Schon in der Aristotelischen Physik gilt es als evident, daß es zwei Körper am selben Ort nicht geben könne (Phys. *Δ*1.209a6–7). In der neuzeitlichen ↑Mechanik und der mechanischen Philosophie (↑Mechanismus) zählt die U. zu den primären bzw. wesentlichen Eigenschaften der Körper, so daß Stöße (↑Stoßgesetze) als Grundwechselwirkungen der Materie gelten konnten.

Die Cartesische Physik versucht zwar, ohne U. auszukommen, muß aber in der Erklärung des Weltsystems (Princ. philos. III § 121, Oeuvres VIII/1 (1964), 170–172) den Begriff der Solidität einführen, der zu Widersprüchen führt. J. Locke setzt ›Solidität‹ mit ›U.‹ gleich (Essay II, 4). Auch I. Newton betrachtet die U. als wesentliche Eigenschaft der Materie. I. Kant verwirft dagegen in den »Metaphysischen Anfangsgründen der Naturwissenschaft« (1786) die U. als ›leeren Begriff‹ (Akad.-Ausg. IV, 523) – »Allein der Satz des Widerspruchs treibt keine Materie zurück, welche anrückt, um in einen Raum einzudringen, in welchem eine andere anzutreffen ist« (Akad.-Ausg. IV, 498) – und ersetzt die U. durch eine Repulsionskraft (↑Attraktion/Repulsion). Der Widerspruch zwinge nicht die Körper, etwas zu tun, sondern uns, unsere Theorien so zu konstruieren, daß die darin postulierten Kräfte diesen Zustand ausschließen.

Literatur: E. J. Dijksterhuis, De Mechanisering van het Wereldbeeld, Amsterdam 1950, 1977 (dt. Die Mechanisierung des Weltbildes, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1956 [repr. 1983]; engl. The Mechanization of the World Picture, London 1969, Princeton N. J. 1986); M. Friedman, Kant and the Exact Sciences, Cambridge Mass. 1992; A. Gabbey, The Mechanical Philosophy and Its Problems. Mechanical Explanations, Impenetrability, and Perpetual Motion, in: J. Pitt (ed.), Change and Progress in Modern Science, Dordrecht/Boston/Lancaster 1985, 9–84; E. Grant, The Principle of the Impenetrability of Bodies in the History of Concepts of Separate Space from the Middle Ages to the Seventeenth Century, Isis 69 (1978), 551–571; K. Laßwitz, Geschichte der Atomistik vom Mittelalter bis Newton, I–II, Hamburg/Leipzig 1890 (repr. Darmstadt 1963, 1984); R. S. Westfall, Force in Newton's Physics. The Science of Dynamics in the Seventeenth Century, London/New York 1971. P. M.

unendlich/Unendlichkeit (engl. infinite/infinity), Terminus der Philosophie und der Mathematik. Seit den Anfängen der abendländischen Philosophie spielt das Problem der U. eine Rolle sowohl im Bereich metaphysischer Spekulation (↑Unendliche, das) als auch in den Untersuchungen der ↑Naturphilosophie und der exakten Wissenschaften, insbes. der Mathematik. Dabei zeigt bereits bei den ↑Vorsokratikern (Anaximander) der Prädikator ›u.‹ (ἄπειρον, ↑Apeiron) jene Bedeutungsvielfalt, die für seine spätere Verwendung charakteristisch ist: z. B. grenzenlos, unbestimmt, unvorstellbar groß, göttlich, unvergänglich.

(1) Eine erste, für alle (bis heute andauernden) Kontroversen grundlegende Präzisierung des Wortgebrauchs trifft Aristoteles (Phys. *Γ*6.206a14–15) mit der Gegenüberstellung von ›aktual-unendlich‹ (ἐντελεχείᾳ ἄπειρον) und ›potentiell-unendlich‹ (δυνάμει ἄπειρον). Potentielle U. besteht nach Aristoteles darin, »daß immer ein Anderes und wieder ein Anderes genommen wird, das eben Genommene aber wieder ein Begrenztes, jedoch ein Verschiedenes und wieder ein Verschiedenes ist« (Phys. *Γ*6.206a27–29). Als systematisches Paradigma der *potentiellen* U. können geregelte, nicht abbrechende Verfahren wie das ›Immer-weiter-Zählen‹ angesehen werden, während für den von Aristoteles verworfenen Begriff der *aktualen* U. die Vorstellung irgendwie existierender u.er ›Gesamtheiten‹ wie derjenigen ›aller‹ natürlichen oder reellen Zahlen leitend ist. Historisch dürfte sich Aristoteles für die potentielle U. auf wohldefinierte Verfahren wie die ↑Proportionenlehre des Eudoxos (Elemente V) beziehen, für die aktuale U. auf die geometrisch-anschaulichen, ›atomistischen‹ Vorstellungen des ↑Kontinuums, deren problematischer Charakter bereits in den Zenonischen Paradoxien (↑Paradoxien, zenonische) zum Ausdruck kommt (↑Paradoxien des Unendlichen). Auffälligerweise tritt in der griechischen Mathematik der Begriff der U. so gut wie gar nicht terminologisch auf, obwohl heute so genannte infinitesimale Me-

Über die Vollständigkeit eines gewissen Systems der Arithmetik ganzer Zahlen, in welchem die Addition als einzige Operation hervortritt, Comptes-rendus du I congrès des mathématiciens des pays slaves, Warszawa 1929, Warschau 1930, 92–101, 395; M.O. Rabin, Decidable Theories, in: J. Barwise (ed.), Handbook of Mathematical Logic [s.o.], 595–629; H. Rogers Jr., Theory of Recursive Functions and Effective Computability, New York 1967, Cambridge Mass. 1992; J.B. Rosser, Extensions of Some Theorems of Gödel and Church, J. Symb. Log. 1 (1936), 87–91 (repr. in: M. Davis [ed.], The Undecidable [s.o.], 231–235); T. Skolem, Über einige Satzfunktionen in der Arithmetik, in: Skrifter utgitt av Det Norske Videnskaps-Akademi I Oslo, matematisk-naturvidenskapelig Kl. 7 (1930), 1–28 (repr. in: ders., Selected Works in Logic, ed. J.E. Fenstad, Oslo/Bergen/Tromsø 1970, 281–306); R.M. Smullyan, Theory of Formal Systems, Princeton N.J. 1961, 1971; R.I. Soare, Recursively Enumerable Sets and Degrees. A Study of Computable Functions and Computable Generated Sets, Berlin etc. 1987; J. Suranyi, Reduktionstheorie des Entscheidungsproblems im Prädikatenkalkül der ersten Stufe, Budapest 1959; A. Tarski/A. Mostowski/R.M. Robinson, Undecidable Theories, Amsterdam 1953, 1971; A.M. Turing, On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem, Proc. London Math. Soc. 2nd Ser. 42 (1937), 230–265, 2nd Ser. 43 (1937), 544–546 (repr. in: M. Davis [ed.], The Undecidable [s.o.], 116–154). B.B.

unerfüllbar/Unerfüllbarkeit (engl. unsatisfiable/unsatisfiability), Terminus der logischen Semantik (↑Semantik, logische). Eine ↑Aussageform oder eine ↑Formel heißt u., wenn sie nicht erfüllbar (↑erfüllbar/Erfüllbarkeit) ist, d.h. unter keiner Deutung der in ihr vorkommenden schematischen Zeichen (↑Schema, junktorenlogisches, ↑Schema, quantorenlogisches, ↑Konstante, ↑Variable, schematische) und freien ↑Variablen wahr ist. Z.B. ist die junktorenlogische Formel $p \wedge \neg p$ u., weil sie bei jeder Ersetzung der Aussagenvariablen p durch eine Aussage bzw. bei jeder ↑Belegung (↑Bewertung (logisch)) durch einen ↑Wahrheitswert falsch ist. Die quantorenlogische (↑Quantorenlogik) Formel $Px \wedge \neg Py \wedge x = y$ ist u., weil es keine Interpretation (↑Interpretationssemantik) und keine Variablenbelegung gibt, unter denen sie wahr ist, d.h., weil es kein ↑Modell für sie gibt: Bei jeder Zuordnung eines einstelligen Prädikats zum schematischen Prädikatzeichen (↑Prädikatorenbuchstabe, schematischer) P und jeder Zuordnung von Gegenständen zu den Variablen x und y ist die Formel falsch. Allgemeiner überträgt man die Begriffe der Erfüllbarkeit und der U. auf Formelmengen. Auch relativiert man sie oft auf den betrachteten Individuenbereich oder dessen Größe (im Sinne der Mächtigkeit, ↑Kardinalzahl). So ist die Formelmenge $\{\bigwedge_x \bigwedge_y (f(x) = f(y) \rightarrow x = y), \neg \bigvee_x a = f(x)\}$ über keinem endlichen Bereich erfüllbar, jedoch

z.B. über dem abzählbaren Bereich der natürlichen Zahlen (mit a interpretiert als Null und f interpretiert als Nachfolgerfunktion). – Eine Formel ist genau dann u., wenn ihre Negation allgemeingültig (↑allgemeingültig/Allgemeingültigkeit) ist. P.S.

ungleich/Ungleichheit, Gegenbegriff zu Gleichheit (↑Gleichheit (logisch), ↑Gleichheit (sozial)).

Ungleichung (engl. inequality), Bezeichnung für einen numerischen Vergleich von Größen. Die Negation der ↑Relation der Gleichheit (↑Gleichheit (logisch)) führt, falls man Aussagen wie ›$a = b$‹ als ›Gleichungen‹ bezeichnet, zu U.en wie ›$\neg(a = b)$‹, gewöhnlich geschrieben: ›$a \neq b$‹. Falls in dem betrachteten Bereich Größenvergleiche möglich sind, z.B. durch ›$<$‹ (›kleiner‹) eine ↑Ordnungsrelation definiert ist, wird auch eine Aussage wie ›$a < b$‹ U. genannt. In Mathematik und Physik spielen U.en eine bedeutende Rolle und drücken im allgemeinen eine durch die Relationen ›$<$‹ (›kleiner‹), ›$>$‹ (›größer‹), ›$\leq$‹ (›kleiner oder gleich‹) bzw. ›$\geq$‹ (›größer oder gleich‹) definierte Beziehung aus. G.W.

Unhintergehbarkeit, ausgehend von der hermeneutischen Philosophie (↑Hermeneutik) verwendete Bezeichnung für den Sachverhalt, daß eine thematische Erfassung und Begründung der Sprache selbst nur im Medium der Sprache erfolgen kann. ›U.‹ in diesem terminologischen Sinne bezieht sich also auf die U. der Sprache. Mit dem gleichen Topos argumentiert bereits die Analytische Philosophie (sowohl der formal- als auch der normalsprachlichen Richtung, ↑Philosophie, analytische) für die grundlegende Rolle der Sprache gegenüber allen anderen menschlichen Vollzügen. Die Bestimmung der Sprache als unhintergehbar führt insofern zur Auszeichnung der ↑Sprachphilosophie als der methodisch ›ersten‹ philosophischen Disziplin.
Die Auszeichnung eines Primats der Sprache zufolge ihrer U. wird der Sache nach schon in der frühen Kritik an der neuzeitlichen Bewußtseinsphilosophie durch J.G. Hamann, J.G. Herder und W. v. Humboldt vorgenommen. Die Kritik der Vernunftphilosophie unter dem Gesichtspunkt ihrer Sprachvergessenheit setzt zeitgleich und in direkter Auseinandersetzung mit I. Kant ein. Bei Hamann, der damit Gedanken G. Vicos aufgreift, steht der Hinweis auf die sprachliche Verfassung der ↑Vernunft im Zusammenhang mit der Kritik an der aufklärerischen (↑Aufklärung) Vorstellung

1178; G. Greshhake, Tod – und dann? Ende – Reinkarnation – Auferstehung. Der Streit der Hoffnungen, Freiburg/Basel/Wien 1988; K. Groos, Die U.sfrage, Berlin 1936; G. Heidingsfelder, Die U. der Seele, München 1930; F. Heiler, U.sglaube und Jenseitshoffnung in der Geschichte der Religionen, Basel 1950; R. Heinzmann, Die U. der Seele und die Auferstehung des Leibes. Eine problemgeschichtliche Untersuchung der frühscholastischen Sentenzen- und Summenliteratur von Anselm von Laon bis Wilhelm von Auxerre, Münster 1965; J. Hirschberger, Seele und Leib in der Spätantike, Wiesbaden 1969; Q. Huonder, Das U.sproblem in der abendländischen Philosophie, Stuttgart etc. 1970; W. Jaeger, The Greek Ideas of Immortality, Harv. Theol. Rev. 52 (1959), 135–147, ferner in: ders., Humanistische Reden und Vorträge, Berlin [2]1960, 287–299; C. Lamont, The Illusion of Immortality, New York 1935, [2]1950; H. D. Lewis, The Self and Immortality, London/Basingstoke 1973; ders., Persons and Life After Death. Essays by Hywel D. Lewis and Some of His Critics, London/Basingstoke 1978; N. M. Luyten u. a. (eds.), U., Basel 1957; G. Marcel, Présence et immortalité, Paris 1959; E. Mattiesen, Das persönliche Überleben des Todes. Eine Darstellung der Erfahrungsbeweise, I–II, Berlin 1936/1939 (repr. 1962, 1987); H. Mayr, U., LThK X ([2]1965), 525–528; C. H. Moore, Ancient Beliefs in the Immortality of the Soul. With Some Account of Their Influence on Later Views, London, New York 1931, New York 1963; M. P. Nilsson, The Immortality of the Soul in Greek Religion, Eranos 39 (Göteborg 1941), 1–16; W. F. Otto, Die Manen oder Von den Urformen des Totenglaubens. Eine Untersuchung zur Religion der Griechen, Römer und Semiten und zum Volksglauben überhaupt, Berlin 1923, Darmstadt [2]1958, [4]1981; W. Pannenberg, Was ist der Mensch?, Göttingen 1962, [2]1964; R. Perdelwitz, Die Lehre von der U. der Seele in ihrer geschichtlichen Entwickelung bis auf Leibniz, Leipzig 1900; G. Pfannmüller (ed.), Tod, Jenseits und U. in der Religion, Literatur und Philosophie der Griechen und Römer, München/Basel 1953; D. Z. Philipps, Death and Immortality, London/Basingstoke 1970; J. Pieper, Tod und U., München 1968; O. Pluta, Kritiker der U.sdoktrin in Mittelalter und Renaissance, Amsterdam 1986; K. Rahner, Zur Theologie des Todes. Mit einem Exkurs über das Martyrium, Freiburg/Wien/Basel 1958, [5]1965; E. Rohde, Psyche. Seelenkult und U.sglaube der Griechen, I–II, Freiburg 1890/1894, Freiburg/Leipzig/Tübingen [2]1898 (repr. Darmstadt 1991); B. Russell, Why I Am Not a Christian and Other Essays on Religion and Related Subjects, ed. P. Edwards, London, New York 1957, London 1979 (dt. [gekürzt] Warum ich kein Christ bin, München 1963, Neudr. [ungekürzt] unter dem Titel: Warum ich kein Christ bin. Über Religion, Moral und Humanität. Von der Unfreiheit der Christenmenschen, Reinbek b. Hamburg 1972, 1989); G. Ryle, The Concept of Mind, London etc. 1949, 1990 (dt. Der Begriff des Geistes, Stuttgart 1969, 1987); H. Scholz, Der U.sgedanke als philosophisches Problem, Berlin 1920, [2]1922; K. Watermann, Die Antike und der U.sglaube, Münster 1928; A. Wenzl, U.. Ihre metaphysische und anthropologische Bedeutung, Bern 1951; J. Witte, Das Jenseits im Glauben der Völker, Leipzig 1929. M. G.

Unstetigkeit, Negation von ↑Stetigkeit.

Unterbegriff (engl. subordinate concept), in der ↑Logik Bezeichnung für einen Begriff A, der

einem Begriff B untergeordnet (subordiniert, ↑Subordination) ist, d. h., für den auf Grund definitorischer Bestimmungen gilt, daß jedes A ein B ist. In der Regel verlangt man dabei nicht, daß A dem B *unmittelbar* untergeordnet ist im Sinne traditioneller Begriffshierarchien (d. h., B muß nicht genus *proximum* zu A sein, ↑arbor porphyriana, ↑Definition, ↑Merkmal). In jedem Falle muß es sich jedoch bei der Unterordnung um eine intensionale (↑intensional/Intension) Beziehung und nicht nur um eine extensionale (↑extensional/Extension) ↑Inklusion des ↑Umfangs von A in dem von B handeln. In der ↑Syllogistik hat die Bezeichnung ›U.‹ den technischen Sinn des ›terminus minor‹, eines der beiden ↑Außenbegriffe eines Syllogismus.

Literatur: G. Gabriel, Oberbegriff, Hist. Wb. Ph. VI (1984), 1021–1022. P. S.

Unterbestimmtheit (engl. underdetermination), Bezeichnung für die auf P. Duhem und W. V. O. Quine zurückgeführte erkenntnistheoretische These, daß wissenschaftliche Theorien durch die ↑Erfahrung nicht eindeutig festgelegt sind. Bei ausschließlichem Bezug auf die Erfahrung bleibt für die theoretische Behandlung stets ein Spielraum, der durch methodologische und pragmatische Kriterien gefüllt wird.
Für Duhem ergibt sich die U. aus einem holistischen Modell (↑Holismus) der empirischen Prüfung, demzufolge nicht einzelne ↑Hypothesen, sondern immer nur umfassende Hypothesensysteme der Beurteilung durch die Erfahrung zugänglich sind. Entsprechend ist bei Auftreten einer ↑Anomalie nicht aus der Datenlage allein ableitbar, welche Hypothese unzutreffend ist. Dieser Ansatz wurde zur *Duhem-Quine-These* (↑experimentum crucis) verschärft. Danach ist es immer möglich, jede anomale ↑Beobachtung mit jeder beliebigen Theorie in Einklang zu bringen, falls man bereit ist, hinreichend drastische Änderungen in anderen Teilen des theoretischen Systems vorzunehmen. Quines Begründung dieser These setzt zunächst voraus, daß Beobachtungsaussagen von theoretischen Prinzipien klar zu trennen sind, und stützt sich dann auf die Tatsache, daß das hypothetisch-deduktive Verfahren der Prüfung von Theorien logisch gesehen einen ↑Fehlschluß von der Geltung der Beobachtungskonsequenzen auf die Geltung der theoretischen Prämissen beinhaltet. Da aus falschen Prämissen zutreffende Konsequenzen abgeleitet werden können, besteht stets

Mathematical Logic [s. o.], 821–865; ders., Fifty Years of Self-Reference in Arithmetic, Notre Dame J. Formal Logic 22 (1981), 357–374; ders., The Varieties of Arboreal Experience, The Mathematical Intelligencer 4 (1982), 182–189, Neudr. in: L. A. Harrington u. a. (eds.), Harvey Friedman's Research on the Foundations of Mathematics, Amsterdam/New York/Oxford 1985, 381–397; ders., Modal Logic and Self-Reference, in: D. Gabbay/F. Guenthner (eds.), Handbook of Philosophical Logic II, Dordrecht/Boston/Lancaster 1984, 441–495; ders., Self-Reference and Modal Logic, New York etc. 1985; W. Stegmüller, Unvollständigkeit und Unentscheidbarkeit. Die metamathematischen Resultate von Gödel, Church, Kleene, Rosser und ihre erkenntnistheoretische Bedeutung, Wien/New York 1959, [3]1973; J. C. Webb, Mechanism, Mentalism, and Metamathematics. An Essay on Finitism, Dordrecht/Boston/London 1980. B. B.

unwiderlegbar/Unwiderlegbarkeit, in Logik und Mathematik Bezeichnung für das Gegenteil von ↑widerlegbar/Widerlegbarkeit, gelegentlich auch in bestimmten nicht-klassischen Logiken (↑Logik, nicht-klassische) verwendeter Terminus, der ausdrückt, daß die doppelte ↑Negation $\neg\neg A$ einer Aussage A gilt, im Unterschied zur Aussage A selbst. Die U. einer Aussage A, d. h. die Gültigkeit von $\neg\neg A$, ist in der intuitionistischen oder konstruktiven Logik (↑Logik, intuitionistische, ↑Logik, konstruktive), in der $\neg\neg A$ die Aussage A nicht notwendigerweise impliziert, eine Weise, sich die klassische Allgemeingültigkeit (↑allgemeingültig/Allgemeingültigkeit) von A verständlich zu machen. Für junktorenlogisch zusammengesetzte Aussagen (↑Junktorenlogik) A gilt $\neg\neg A$ intuitionistisch genau dann, wenn A klassisch gilt. Im quantorenlogischen Fall (↑Quantorenlogik) ist die Art der logischen Zusammensetzung von A zu berücksichtigen. Z. B. gilt für folgende, an G. Gentzen anschließende Übersetzung für quantorenlogische Formeln, daß A^* intuitionistisch genau dann gilt, wenn A klassisch gilt:

$p^* \leftrightharpoons \neg\neg p$, falls p atomar,
$(\neg p)^* \leftrightharpoons \neg p^*$,
$(p \wedge q)^* \leftrightharpoons p^* \wedge q^*$,
$(p \rightarrow q)^* \leftrightharpoons p^* \rightarrow q^*$,
$(\bigwedge_x p)^* \leftrightharpoons \bigwedge_x p^*$,
$(p \vee q)^* \leftrightharpoons \neg(\neg p^* \wedge \neg q^*)$,
$(\bigvee_x p)^* \leftrightharpoons \neg\bigwedge_x \neg p^*$

(vgl. S. C. Kleene, Introduction to Metamathematics, Amsterdam/Groningen 1952, Groningen etc. 1991, 492–501 [§ 81 Reductions of Classical to Intuitionistic Systems]). P. S.

Unzufriedenheitssatz (engl. dissatisfaction theorem, auch: unsatisfiability theorem), ursprünglich wohl auf Heraklit (»wir sind und wir sind nicht«, Quaest. hom. 24,5 [VS 22 B 49a]) zurückgehendes, später vielfach modifiziertes philosophisches Theorem zur Bezeichnung der epistemischen Normalsituation, die durch die Nicht-Existenz von Entscheidungsverfahren über die Allgemeingültigkeit (↑allgemeingültig/Allgemeingültigkeit) philosophischer und/oder wissenschaftlicher Aussagen bzw. durch die Unerfüllbarkeit von auf ↑Letztbegründungen zielenden Geltungsansprüchen (↑Geltung) charakterisierbar ist, in der Form ›es gibt keine philosophische Zufriedenheit mit philosophischen Einsichten‹ (eigenen gelegentlich ausgenommen) bzw. ›es gibt keine wissenschaftliche Zufriedenheit mit dem wissenschaftlichen Wissen (dem jeweiligen Stand des wissenschaftlichen Wissens)‹ Motor und Wesen der philosophischen bzw. wissenschaftlichen Wissensbildung und Entwicklung. Im Unterschied zu der ebenfalls auf griechische Vorstellungen zurückgehenden These, daß der Ursprung der philosophischen und wissenschaftlichen Wissensbildung in der Neugier liege (Platon, Theait. 155d2–3; Aristoteles, Met. A2.982b12–21) und der neueren Vorstellung, daß eine philosophie- bzw. wissenschaftsimmanente Dynamik (↑Theoriendynamik) Philosophie und Wissenschaft vorantriebe, besagt der U., daß das Wesen der philosophischen bzw. wissenschaftlichen Wissensbildung in seiner (epistemischen) Vorläufigkeit und diese wiederum in der Unzufriedenheit der Wissensbildung an allen Formen der ↑Endlichkeit begründet sei. Damit stellt die (epistemische) Unzufriedenheit selbst die Form des Wissens (im Unterschied zu den in Theorien, Systemen etc. realisierten Inhalten des Wissens) dar.
In der ↑Philosophie wirkt der U. korrigierend und erkenntnisfördernd z. B. gegenüber ↑Begründungen hinsichtlich Vollständigkeit (↑vollständig/Vollständigkeit) und gegebenenfalls Letztbegründungsvorstellungen, gewählten ↑Anfängen hinsichtlich Fundiertheit (↑fundiert/Fundiertheit) und Auszeichnungsfähigkeit gegenüber Alternativen, erhobenen Geltungsansprüchen hinsichtlich Einlösbarkeit, Fundamentalitätskonzeptionen (↑Fundamentalphilosophie) hinsichtlich behaupteter Alternativlosigkeit und ↑Prinzipien hinsichtlich methodischer Leistungsfähigkeit. Er trieb C. Darwin zu den Galapagos-Inseln, J. J. Feinhals nach Java, J. Pilzbarth nach Girenbad, Faust zu Mephistopheles, charakterisiert einen kognitiven und emotionalen Zustand, der häufig einer Kompression (↑Kompressor) nahekommt, und wirkt wegen der dabei häufig anzutreffenden ontologischen Unzufrieden-

Urelement (engl. urelement, atom), von E. Zermelo (1930) eingeführte Bezeichnung für von der leeren Menge (↑Menge, leere) verschiedene mengentheoretische Objekte, die keine ↑Elemente enthalten, jedoch Elemente von ↑Mengen sein können. Da die Zulassung von U.en zusätzlich zur leeren Menge mathematisch keine wesentliche konzeptionelle oder technische Erweiterung darstellt, verzichtet man in Darstellungen der axiomatischen Mengenlehre (↑Mengenlehre, axiomatische, ↑Zermelo-Fraenkelsches Axiomensystem, ↑Neumann-Bernays-Gödelsche Axiomensysteme) häufig auf die Annahme von U.en und baut die Mengenhierarchie auf der leeren Menge als dem einzigen Objekt, das keine Elemente enthält, auf. Für Anwendungen, in denen Bereiche von mengentheoretisch unzerlegbaren Individuen vorgegeben sind, sind mengentheoretische Systeme mit U.en jedoch sehr sinnvoll. Dies gilt offensichtlich für außermathematische Anwendungen, aber auch für Bereiche der mathematischen Logik (↑Logik, mathematische) – hier insbes. für die auf S. Kripke und R. Platek zurückgehende Theorie zulässiger Mengen (vgl. J. Barwise 1975).

Literatur: J. Barwise, Admissible Sets and Structures. An Approach to Definability Theory, Berlin/Heidelberg/New York 1975; A. A. Fraenkel/Y. Bar-Hillel/A. Levy, Foundations of Set Theory, Amsterdam 1958, Amsterdam/London ²1973; T. J. Jech, The Axiom of Choice, Amsterdam/London/New York 1973; E. Zermelo, Über Grenzzahlen und Mengenbereiche. Neue Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre, Fund. Math. 16 (1930), 29–47. P. S.

Urgrund, in der durch neuplatonischen (↑Neuplatonismus) Einfluß geprägten philosophischen Tradition gemeinsam mit den Termini ›Ungrund‹ und ↑›Abgrund‹ mehrdeutige Bezeichnung für den Realgrund alles Seienden, für das Urweltchaos (↑Chaos), insbes. aber für die Unergründlichkeit Gottes, dessen Grundlosigkeit bzw. die Grundlosigkeit des Grundes (Meister Eckart). Der U. ist das aller Gründung und Differenz noch vorausliegende unsagbare ›Eine‹, so etwa in der Bestimmung Gottes als das ›Nicht-Andere‹ (non aliud) durch Nikolaus v. Kues; analog M. Heidegger in der Identifikation von ›Grund‹ und ›Sein‹. I. Kant verwendet den Ausdruck ›U.‹ im Zusammenhang mit der problematischen Idee eines Welturhebers aller Dinge (KrV B 725, vgl. KrV B 669). S. B.

Urkommunismus, Bezeichnung der ↑Staatsphilosophie für die älteste menschliche Gesellschaftsform (Urgesellschaft), in der es keine Klassen (↑Klasse (sozialwissenschaftlich)), keine Ausbeutung, kein Privateigentum (↑Eigentum) gibt und die durch rechtliche Gleichstellung und Gemeineigentum charakterisiert ist. Die Annahme eines U. stellt anfänglich einen spekulativen Rekonstruktionsversuch über den Urzustand der Menschen (etwa bei J.-J. Rousseau) dar und wird im 19. Jh. durch den Historischen Materialismus (↑Materialismus, historischer) aufgegriffen. Der U. ist hier Teil der Dreiphasentheorie der Menschheitsentwicklung (Wildheit, Barbarei, Zivilisation) L. H. Morgans, die dieser durch eigene empirische Untersuchungen von Indianervölkern Nordamerikas bestätigt sieht. Die Vorstellung eines U. wird zudem durch historische Quellen zur griechischen, römischen und germanischen Frühgeschichte nahegelegt.

Vertreter neuzeitlicher Kommunismustheorien (↑Kommunismus) verweisen auf die gemeinschaftliche, urkommunistische Lebensform Spartas, meist ohne zu berücksichtigen, daß diese nur die herrschenden Spartiaten umfaßte, während die beherrschten Bevölkerungsschichten (Heloten und Periöken) ausgeschlossen blieben. Auch Platon beschränkt in der »Politeia« seine Konstruktion einer Gütergemeinschaft im Idealstaat auf den Wächterstand. Der sogenannte frühchristliche ›Liebeskommunismus‹ verurteilt zwar die extreme Ungleichheit des Besitzes, überläßt aber die dem Liebesgebot entsprechende Umverteilung – unter Aufrechterhaltung der Institution des Privateigentums – der Entscheidung des einzelnen. – Ob die Annahme eines U. berechtigt ist oder nicht, ist bis heute wissenschaftlich umstritten.

Literatur: G. Adler, Geschichte des Sozialismus und Kommunismus. Von Plato bis zur Gegenwart, Leipzig 1899; G. Caire, Ursprüngliches Gemeinwesen, in: G. Labica/G. Bensussan (eds.), Kritisches Wörterbuch des Marxismus VIII, Hamburg 1989, 1357–1358; H. Eildermann, U. und Urreligion, geschichtsmaterialistisch beleuchtet, Berlin 1921 (repr. Hannover 1990); F. Engels, Der Ursprung der Familie, des Privateigentums und des Staats. Im Anschluß an Lewis H. Morgans Forschungen, Zürich 1884, Berlin ¹⁷1989; K. Kautsky, Vorläufer des neueren Sozialismus, I–II, Stuttgart, Berlin 1895, Berlin/Bonn-Bad Godesberg I ⁸1976, II ⁹1976, ed. H.-J. Mende, Berlin 1991; C. D. Kernig, Kommunismus, Hist. Wb. Ph. IV (1976), 899–908; L. H. Morgan, The Ancient Society or Researches in the Lines of Human Progress From Savagery Through Barbarism to Civilization, London, New York, Calcutta 1877 (repr. Calcutta 1982) (dt. Die Urgesellschaft. Untersuchungen über den Fortschritt der Menschheit aus der Wildheit durch die Barbarei zur Zivilisation, Stuttgart 1891, ²1908 [repr. Lollar 1976, Wien 1987]); R. Pöhlmann, Geschichte des antiken Kommunismus und Sozialismus, I–II, München 1893/1901; H. v. Schubert, Christentum und Kommunismus: Ein Vertrag, Tübingen

len V.n‹ in der Mathematik eine V. mit reellen Zahlen als Werten verstanden wird.

Literatur: H. B. Curry, Apparent Variables from the Standpoint of Combinatory Logic, Ann. Math. 34 (1933), 381–404; ders., Foundations of Mathematical Logic, New York etc. 1963; ders./R. Feys/W. Craig, Combinatory Logic I, Amsterdam 1958; G. Frege, Was ist eine Funktion?, in: Festschrift Ludwig Boltzmann gewidmet zum sechzigsten Geburtstage, 20. Februar 1904, Leipzig 1904, 656–666, Neudr. in: ders., Kleine Schriften, ed. I. Angelelli, Darmstadt, Hildesheim 1967, Hildesheim/Zürich/New York [2]1990, 273–280, ferner in: ders., Funktion, Begriff, Bedeutung. Fünf logische Studien, ed. G. Patzig, Göttingen 1962, 79–88, [7]1994, 81–90 (engl. What Is a Function?, in: P. Geach/M. Black [eds.], Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege, Oxford 1952, [2]1966, 107–116); D. Hilbert/W. Ackermann, Grundzüge der theoretischen Logik, Berlin 1928, Berlin/Heidelberg/New York [5]1967 (engl. Principles of Mathematical Logic, New York 1950); S. C. Kleene, Mathematical Logic, New York/London/Sydney 1967; P. Lorenzen, Formale Logik, Berlin 1958, [4]1970; ders., Metamathematik, Mannheim 1962, Mannheim/Wien/Zürich [2]1980; ders., Differential und Integral. Eine konstruktive Einführung in die klassische Analysis, Frankfurt 1965 (engl. Differential and Integral. A Constructive Introduction to Classical Analysis, Austin Tex./London 1971); G. Peano, Formulaire des mathématiques I, Turin 1895; ders., Studi di logica matematica, Atti Reale Accad. Sci. di Torino. Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali 32 (1897), 565–583 (dt. Über mathematische Logik, in: A. Genocchi, Differentialrechnung und Grundzüge der Integralrechnung, ed. G. Peano, Leipzig 1899, 336–352 [Anhang I]); ders., Formulaire des mathématiques III, Paris 1901; W. V. O. Quine, Variables Explained Away, Proc. Amer. Philos. Soc. 104 (1960), 343–347, Neudr. in: ders., Selected Logic Papers, New York 1966, erw. Cambridge Mass./London 1995, 227–235; ders., The Variable, in: R. Parikh (ed.), Logic Colloquium. Symposium on Logic Held at Boston, 1972–73, Berlin/Heidelberg/New York 1975, 155–168, Neudr. [gekürzt] in: ders., The Ways of Paradox and Other Essays, Cambridge Mass./London 1976, 272–282; ders., Quiddities. An Intermittently Philosophical Dictionary, Cambridge Mass./London 1987, 236–238 (Variables); B. Russell, The Principles of Mathematics I, Cambridge 1903, London [2]1937, 1992, 89–94 (Chap. VIII The Variable). C. T.

Variable, schematische, Terminus der ↑Logik zur Bezeichnung von Buchstaben, die als Hilfsmittel zur Rede über die Form sprachlicher Ausdrücke verwendet werden; sie markieren Stellen, an denen in den konkreten Ausdrücken, von deren Form die Rede sein soll, inhaltlich bestimmte Teilausdrücke stehen. Wird z. B. die Form einer ↑affirmativen ↑Elementaraussage durch das Schema

›$x_1, \ldots, x_n \, \varepsilon \, P$‹

erläutert, so sind ›x_1‹, ..., ›x_n‹ s. V.n. Diese zeigen an, an welchen Stellen in einer konkreten Elementaraussage (in vorgeschriebener Reihenfolge) die ↑Eigennamen der Gegenstände stehen, denen der ↑Prädikator zugesprochen wird, dessen Stelle durch die weitere s. V. ›P‹ kenntlich gemacht ist. Solche Buchstaben, über die nicht quantifiziert (↑Quantifizierung) werden soll, sind keine ↑Variablen im gebräuchlichen Sinne. Deren andersartige Rolle verdeutlicht das Beispiel des logisch gültigen ↑Aussageschemas

$$\bigvee_x [A(x) \rightarrow B(x)] \rightarrow [\bigwedge_y A(y) \rightarrow \bigvee_z B(z)],$$

in dem ›x‹, ›y‹, ›z‹ echte, hier durch ↑Quantoren gebundene Variablen sind, ›A‹ und ›B‹ jedoch als s. V.n nur dazu dienen, die Formel als ↑*Schema* kenntlich zu machen, das die gemeinsame Form aller Subjunktionssätze (↑Subjunktion) wiedergibt, in denen an der Stelle von ›A‹ und ›B‹ aus einem inhaltlich gedeuteten Alphabet aufgebaute Aussageformen ›$A(\ldots)$‹ bzw. ›$B(\ldots)$‹ stehen und ›x‹, ›y‹ und ›z‹ Variablen für Elemente eines inhaltlich gedeuteten nicht-leeren Bereichs von logischen Eigennamen sind. Zur Hervorhebung dieses Unterschiedes bezeichnet man s. V.n neuerdings unmißverständlich einfach als ›schematische Buchstaben‹.

Literatur: ↑Variable. C. T.

Variablenkollision, von P. Bernays eingeführter Terminus zur Bezeichnung des Auftretens von ↑Quantoren im Wirkungsbereich gleichnamiger Quantoren wie in $\bigwedge_x \bigvee_x P(x,x)$. Im Unterschied zu ↑Variablenkonfusionen führen V.en nicht zu Fehlschlüssen. In der ↑Prädikatenlogik hängt es von pragmatischen Überlegungen ab, ob man die ↑Bildungsregeln für die Formeln eines vorgeschlagenen Systems (↑Ausdruckskalkül) so einschränkt, daß V.en nicht auftreten – ähnlich wie beim allgemeineren Verbot leerer Quantifikationen z. B. in einer Formel $\bigwedge_x A$, in der x in A nicht frei (also z. B. überhaupt nicht) vorkommt. In Systemen des getypten ↑Lambda-Kalküls führt die Nicht-Zulassung von V.en bzw. leeren Bindungen durch λ-Operatoren zu nicht nur syntaktisch andersartigen Formalismen. Diese entsprechen relevanzlogischen Versionen der Junktorenlogik (↑Relevanzlogik), in denen z. B. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ nicht mehr allgemeingültig (↑allgemeingültig/Allgemeingültigkeit) ist.

Literatur: D. Hilbert/P. Bernays, Grundlagen der Mathematik I, Berlin 1934, 97–98, 384–386, Berlin/Heidelberg/New York [2]1968, 97, 394–395; H. Scholz/G. Hasenjaeger, Grundzüge der mathematischen Logik, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1961, 136. P. S.

Variablenkonfusion, in der formalen Logik (↑Logik, formale) Bezeichnung für einen syntaktischen Fehler, der sich ergibt, wenn man die bei Substitutionsoperationen vorausgesetzten Variablenbedingungen nicht beachtet. Z. B. beinhaltet die aus $\bigvee_x P(x,y)$ durch Ersetzung von y durch $f(x)$ hervorgehende Formel $\bigvee_x P(x,f(x))$ eine V.: Obwohl die freie Variable x des Terms $f(x)$ ebenso wie die freie Variable y universell verstanden werden müßte, gerät x bei der Ersetzung von y durch $f(x)$ in den Wirkungsbereich des Existenzquantors (↑Einsquantor), d. h., $f(x)$ ist nicht frei für y in $\bigvee_x P(x,y)$ (↑Substitution). Entsprechend ergibt sich ein Fehlschluß, wenn man etwa $P(x,y)$ als $x = y + 1$ und $f(x)$ als $x + 1$ über dem Bereich der natürlichen Zahlen versteht. Um diese V. zu vermeiden, müßte man zunächst in der Ausgangsformel eine gebundene ↑Umbenennung von x in eine neue Variable z mit dem Resultat $\bigvee_z P(z,y)$ und dann die Ersetzung durchführen: $\bigvee_z P(z,f(x))$. Eine andere Möglichkeit der Vermeidung von V.en besteht darin, freie und gebundene Variablen syntaktisch durch verschiedene Zeichenklassen zu unterscheiden.

V.en anderer Art ergeben sich bei der (fehlerhaften) Substitution von Formeln für ↑Prädikatvariable: Faßt man $\bigvee_x P(x,y)$ als Formel zweiter Stufe mit der zweistelligen Prädikatvariablen P (oder auch als Formel erster Stufe mit P als schematischem Prädikatzeichen; ↑Prädikatorenbuchstabe, schematischer) auf und ersetzt P durch die zweistellige Aussageform $\bigwedge_y Q(x_1,x_2,y)$, dann ergibt sich mit $\bigvee_x \bigwedge_y Q(x,y,y)$ eine V.. Diesmal gerät durch die Substitution die Variable y der Ausgangsformel in den Bereich des ↑Allquantors des Substituts (dasselbe Problem tritt auf, wenn P als durch $P(x_1,x_2) \leftrightharpoons \bigwedge_y Q(x_1,x_2,y)$ definierte Konstante aufgefaßt wird, die dann in $\bigvee_x P(x,y)$ durch ihr Definiens ersetzt werden soll). Dieser Art der V. läßt sich durch gebundene Umbenennung im Substitut, nämlich von $\bigwedge_y Q(x_1,x_2,y)$ zu $\bigwedge_z Q(x_1,x_2,z)$ entgehen. Die syntaktische Unterscheidung zwischen freien und gebundenen Variablen löst dieses Problem nicht, da es analog bei einer Ausgangsformel $\bigwedge_y \bigvee_x P(x,y)$ ohne freie Individuenvariable auftritt, aus der man durch Ersetzung mit V. $\bigwedge_y \bigvee_x \bigwedge_y Q(x,y,y)$ erhält. Diese Formel enthält überdies eine ↑Variablenkollision.

Der Grund für das Problem der V. liegt darin, daß gebundene Variablen keine eigenständige Funktion haben, sondern nur dazu dienen, Argumentstellen von Prädikaten oder Funktionen zu markieren, auf die sich ein ↑Quantor bezieht. Dementsprechend treten sie in Logiken ohne gebundene Variablen, wie der kombinatorischen Logik (↑Logik, kombinatorische) oder der Prädikat-Funktor-Logik W. V. O. Quines nicht auf.

Literatur: H. Scholz/G. Hasenjaeger, Grundzüge der mathematischen Logik, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1961, bes. 136. P. S.

Variation (von lat. variatio, Verschiedenheit), Terminus verschiedener Fachsprachen zur Bezeichnung der herbeigeführten oder vorgefundenen Veränderung einer Grundgröße. Der Begriff der V. wird ab dem 16. Jh. zunächst in der Grammatik- und Musiktheorie verwendet, dann in Astronomie, Mathematik und Physik. Nach seiner Einführung in das evolutionstheoretische Vokabular des 19. Jhs. verbreitet er sich in vielen Fachsprachen.

(1) *Philosophie:* F. Bacons Plädoyer (Novum Organon, London 1620) für die ↑Methode der ›interpretatio naturae‹, d. h. für einen methodisch abgesicherten empirischen Gang der Naturforschung, schließt die Forderung nach einer systematischen V. aller einschlägigen Situationsumstände ein. Denn nur so läßt sich das Geflecht der ↑Wirkungen klären und einzelnen Wirkungen eindeutig ↑Ursachen zuordnen. Für gradierbare Wirkungen bedeutet dies direkte Korrelation: Eine Intensivierung der Ursache ist mit einer Intensivierung der Wirkung verknüpft und umgekehrt. Um dieser zweiten V., der unterschiedlichen Ausprägung der Wirkung, auf die Spur zu kommen, enthält Bacons Methodenkanon unter anderem die Aufstellung einer sogenannten ›Tafel der Grade oder Vergleichung‹ (tabula graduum sive comparativae) und die Betrachtung der ›variierenden Fälle‹ (instantias migrantes). J. F. W. Herschel übernimmt später (Preliminary Discourse on the Study of Natural Philosophy, 1830) Bacons Vorgaben nahezu wörtlich. Dabei betont er, daß die V. der Umstände einen zentralen Bestandteil des Experimentierens ausmacht und die V. der Intensität der Wirkung für die Aufklärung quantitativer Kausalverhältnisse unerläßlich ist. J. S. Mill (A System of Logic, 1843) prägt für die Baconsche V. der Wirkungsintensität den Terminus ›Methode der begleitenden Veränderung‹ (method of concomitant variation): Wann immer eine Erscheinung zusammen mit einer anderen variiert, sind diese beiden kausal miteinander verbunden. Mills induktive Methode (↑Induktion, ↑Induktivismus, ↑Logik, induktive) wurde von seinen forschenden Zeitgenossen vielfach als treffliche Kanonisierung ihres alltäglichen Vorgehens angesehen; auch heute noch sind viele der diesbezüglichen Baconschen Forderungen

hier: 123–129); H.-H. Schrey (ed.), Entfremdung, Darmstadt 1975 (mit Bibliographie, 481–507); G. Simmel, Philosophie des Geldes, München/Leipzig 1900, [8]1987 (engl. The Philosophy of Money, Boston/London 1978, [2]1990; franz. Philosophie de l'argent, Paris 1987). S. B.

Verdrängung (engl. repression, franz. refoulement), in der ↑Psychoanalyse Bezeichnung für eine als neurotisch gewertete Form der psychischen Abwehr. Sie besteht darin, einen als unerträglich empfundenen ↑Konflikt zwischen den Ansprüchen antagonistischer ↑Triebe (z. B. Libido und Aggression) oder zwischen ↑Es und Über-Ich ins Unterbewußtsein (↑Unbewußte, das) zu verschieben bzw. ihn in Fällen, in denen der Konflikt selbst unbewußt ist, am Eintritt in das Bewußtsein zu hindern. V. ist somit ein motiviertes Vergessen. Motiviert wird es unter anderem durch ↑Angst, die jene Konflikte hervorrufen. V. läßt sich als der (untaugliche, weil vergebliche) Versuch der Angst- und Konfliktabwehr zum Zwecke der Erhaltung bzw. Wiederherstellung psychischen Gleichgewichts (z. B. im Sinne einer erträglicheren Selbstwahrnehmung im Hinblick auf das eigene Ichideal) verstehen. Bei dem Versuch der Bewußtmachung (und damit der Bearbeitung) von Konflikten in einer Psychoanalyse (und Therapie) macht sich dem Analytiker (und Therapeuten) die V. als ›Widerstand‹ bemerkbar.

Literatur: ↑Psychoanalyse. R. Wi.

Verdünnung (engl. thinning), Terminus der formalen Logik (↑Logik, formale), von G. Gentzen 1933 zunächst für die Hinzufügung von Annahmen bzw. Prämissen zu den Vordergliedern eines (als ↑Implikation oder ↑Regel geschriebenen) Schlußschemas (↑Schluß) eingeführt, dann 1935 verallgemeinert auf die durch Vermehrung der Antezedentien (↑Antezedens) oder der Sukzedentien (↑Sukzedens) bewirkte Abschwächung (↑Abschwächungsregel) einer Sequenz $\Sigma \parallel \Pi$ zu $\Sigma, \Sigma' \parallel \Pi$ bzw. zu $\Sigma \parallel \Pi, \Pi'$. In Anlehnung an diese für ↑Sequenzenkalküle formulierten ↑Strukturregeln spricht man heute von ›$\wedge$-Verdünnung‹ bzw. ›$\vee$-Verdünnung‹ bei den junktorenlogischen Gesetzen (›V.sgesetzen‹, ›V.sregeln‹)

$$\begin{array}{llll} & (a \wedge b) \rightarrow a & \text{und} & (a \wedge b) \rightarrow b \\ \text{bzw.} & a \rightarrow (a \vee b) & \text{und} & b \rightarrow (a \vee b)\,; \end{array}$$

gelegentlich wird auch $a \rightarrow (b \rightarrow a)$ als ein V.sgesetz bezeichnet.

Literatur: G. Gentzen, Über die Existenz unabhängiger Axiomensysteme zu unendlichen Satzsystemen, Math. Ann. 107 (1933), 329–350; ders., Untersuchungen über das logische Schließen, I–II, Math. Z. 39 (1935), 176–210, 405–431, separat Darmstadt 1969; H. Hermes, Einführung in die mathematische Logik. Klassische Prädikatenlogik, Stuttgart 1963, erw. [2]1969, [4]1976 (repr. 1991), 160 (engl. Introduction to Mathematical Logic, Berlin etc. 1973, 169); S. C. Kleene, Introduction to Metamathematics, Amsterdam, Groningen 1952 (repr. 1962, 1988), 443 f.; H. A. Schmidt, Mathematische Gesetze der Logik I (Vorlesungen über Aussagenlogik), Berlin/Göttingen/Heidelberg 1960. C. T.

Vereinigung (mengentheoretisch) (engl. union [of sets]), in der ↑Mengenlehre Bezeichnung für die aus zwei Mengen M und N gebildete Menge $M \cup N \leftrightharpoons \{x: x \in M \vee x \in N\}$, also die Menge derjenigen x, welche wenigstens einer der Mengen M und N als Element angehören. Allgemeiner ist die V. der Mengen einer Mengenfamilie $(M_i)_{i \in I}$ die Menge $\bigcup_{i \in I} M_i \leftrightharpoons \{x: \bigvee_{i \in I} x \in M_i\}$, und die V. der Mengen in einer Menge $\mathcal{M}$ von Mengen die Menge $\bigcup \mathcal{M} \leftrightharpoons \{x: \bigvee_{M \in \mathcal{M}} x \in M\}$. In bestimmten Axiomatisierungen der Mengenlehre (↑Mengenlehre, axiomatische) wie dem ↑Zermelo-Fraenkelschen Axiomensystem wird die Existenz von $\bigcup \mathcal{M}$ für beliebige Mengen $\mathcal{M}$ axiomatisch gefordert. Verbandstheoretisch (↑Verband) ist die V. von Mengen deren Supremum und damit das Gegenstück zum ↑Durchschnitt als deren Infimum. Die in der älteren Mengenlehre gebräuchliche Schreibweise ›$M + N$‹ (entsprechend der Rede von der ›Summe‹ von Mengen) wird in modernen konstruktiven ↑Typentheorien in modifiziertem Sinn wieder verwendet. Hier bezeichnet ›$M + N$‹ die disjunkte Vereinigung von M und N (klassische mengentheoretische Bezeichnung ›$\dot{\cup}$‹), bei deren Elementen es aufgrund der Konstruktionsregeln für $M + N$ immer feststeht, aus welcher Ausgangsmenge bzw. welchem Ausgangstyp (M oder N) sie stammen. P. S.

Vergegenständlichung, in G. W. F. Hegels dialektischem (↑Dialektik) Konzept Bezeichnung für die Auffassung des ↑Selbstbewußtseins als eines sich entäußernden (↑Entäußerung) und die Entäußerung zurücknehmenden (↑aufheben/Aufhebung) Prozesses. In der Entäußerung gibt sich das sonst abstrakt bleibende Für-sich-Sein ein äußeres Dasein und vergegenständlicht sich damit; es tritt in einen selbstentfremdeten (↑Entfremdung, ↑Verdinglichung), mit sich entzweiten (↑Entzweiung) Zustand ein. Terminologisch wird der Begriff der V. beim jungen K. Marx (Ökonomisch-philosophische Manuskripte aus dem Jahre 1844, MEW Erg.bd. I, 574–588), der im Rekurs auf Hegels ↑Phänomenologie des Geistes dessen Verdienst darin sieht, den Menschen als sich selbst erzeuvon xRy und zRw folgt nach der V.sforderung $(x \circ z)R(y \circ z)$ bzw. $(y \circ z)R(y \circ w)$, aus diesen beiden aber $(x \circ z)R(y \circ w)$ auf Grund der Transitivität (↑transitiv/Transitivität) von R. Führt man also durch ↑Abstraktion zu jedem x die durch x festgelegte ›Äquivalenzklasse‹ $R(x) \leftrightharpoons \{u|uRx\}$ bezüglich der Äquivalenzrelation xRy ein (im mathematischen Sprachgebrauch: die Äquivalenzklasse $R(x)$ mit dem ›Repräsentanten‹ x), so wird durch $R(x) \odot R(y) \leftrightharpoons R(x \circ y)$ eine Verknüpfung zwischen diesen Äquivalenzklassen definiert, für die die ›natürliche Abbildung‹, die jedem x ›seine‹ Äquivalenzklasse $R(x)$ zuordnet, ein ↑Homomorphismus ist. Die Äquivalenzklassenbildung ist also ›repräsentantenunabhängig‹ und mit der erklärten Verknüpfung v..

Nimmt man Aussageformen $A(x)$ als darstellende Objekte für Mengen (Klassen) $\in_x A(x)$ oder $\{x|A(x)\}$, so ist $A(x)$ v. mit der Äquivalenzrelation xRy, wenn $(xRy \wedge A(x)) \rightarrow A(y)$, d. h. $xRy \rightarrow (A(x) \rightarrow A(y))$, gilt. Statt der in der älteren Literatur in diesem Falle verwendeten Bezeichnung des Erfülltseins der V.sforderung als ›V. von xRy mit sich selbst‹ spricht man heute zweckmäßiger von der ›Invarianz der Aussageform ›xRy‹ bezüglich der Äquivalenzrelation xRy‹ (↑Abstraktion, ↑Abstraktionsschema).

Literatur: N. Bourbaki, Éléments de mathématique XVII (Théorie des ensembles. Chapitres 1 et 2. Description de la mathématique formelle. Théorie des ensembles), Paris 1966; K. W. Clauberg/W. Dubislav, Systematisches Wörterbuch der Philosophie, Leipzig 1923; P. Lorenzen, Einführung in die operative Logik und Mathematik, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1955, Berlin/Heidelberg/New York [2]1969; ders., Formale Logik, Berlin 1958, [4]1970 (engl. Formal Logic, Dordrecht 1965). C. T.

verum (lat., das Wahre), Zeichen: $\curlyvee$, metasprachlich (↑Metasprache) einer der beiden ↑Wahrheitswerte bei wertdefiniten (↑wertdefinit/Wertdefinitheit) Aussagen, daneben objektsprachlich (↑Objektsprache) eine beliebige wahre Aussage (das ↑Aussageschema v.) als Ergebnis der Anwendung eines der beiden verschiedenen 0-stelligen ↑Junktoren. Zugleich ist ›v.‹ Bezeichnung derjenigen identischen ↑Wahrheitsfunktion beliebiger Stellenzahl, die für jede Wahl der Argumente den Wert ›wahr‹ liefert und daher extensional mit jeder ↑Tautologie, d.i. eine klassisch logisch wahre Aussage, z. B. $A \vee \neg A$, äquivalent ist. Antonym: ↑falsum. – In der scholastischen (↑Scholastik) Philosophie tritt v. neben ↑bonum, ↑unum und teilweise auch neben ↑res und aliquid auf als Bezeichnung für eine der sogenannten ↑Transzendentalien, d. h. derjenigen Eigenschaften, die einem Gegenstand koextensiv damit zukommen, daß er seiend ist (↑Seiende, das). K. L.

Verursachung, adäquate (engl. adequate causation), probabilistischer (↑Wahrscheinlichkeit) Kausalitätsbegriff (↑Kausalität), der heute vor allem im Rahmen des juristischen, bes. zivilrechtlichen Zurechnungsproblems (↑Zurechnung) Verwendung findet. Die Theorie der a.n V. (auch ›Adäquanztheorie‹) steht im Gegensatz zur ›Äquivalenztheorie‹, die alle notwendigen Bedingungen eines Ereignisses für gleichwertig erklärt, d. h. zwischen ihnen keinen Unterschied im Grad der kausalen Relevanz anerkennt. Sie wurde 1888 von dem Physiologen und Logiker J. v. Kries zur Klärung logischer und begriffsbildungspragmatischer Unklarheiten in der juristischen Kausalitätsdiskussion entwickelt. Es handelt sich um eine partiell generalisierende Kausalitätstheorie, die aus der wahrscheinlichkeitstheoretischen (↑Wahrscheinlichkeitstheorie) Diskussion den Begriff des begünstigenden Umstands heranzieht: »Es soll also, wo das ursächliche Moment A den Erfolg B verursachte (bedingte), A die adäquate Ursache von B, B die adäquate Folge von A heissen, falls generell A als begünstigender Umstand von B anzusehen ist; im entgegengesetzten Falle soll von zufälliger Verursachung und zufälligem Effecte gesprochen werden (Kries, Ueber den Begriff der objectiven Möglichkeit [...], 202). Den bereits von Kries selbst erhobenen Anspruch, dieses Kausalitätskonzept sei auch außerhalb der Jurisprudenz z. B. für die Geschichtswissenschaft und die Sozialwissenschaften relevant, hat später M. Weber erneuert.

Literatur: J. v. Kries, Ueber den Begriff der objectiven Möglichkeit und einige Anwendungen desselben, Vierteljahrsschr. wiss. Philos. 12 (1888), 179–240, 287–323, 393–428; W. Lübbe, Die Theorie der a.n V.. Zum Verhältnis von philosophischem und juristischem Kausalitätsbegriff, Z. allg. Wiss.theorie 24 (1993), 87–102; G. Radbruch, Die Lehre von der a.n V., Berlin 1902; M. Rümelin, Die Verwendung der Causalbegriffe in Straf- und Civilrecht, Tübingen 1900, ferner in: Arch. f. civilistische Praxis 90 (1900), 171–344; S. P. Turner/R. A. Factor, Objective Possibility and Adequate Causation in Weber's Methodological Writings, Sociolog. Rev. 29 (1981), 5–28; M. Weber, Objektive Möglichkeit und a. V. in der historischen Kausalbetrachtung, Arch. Sozialwiss. u. Sozialpolitik 22 (1906), 185–207. W. L.

Verweistheorie, Bezeichnung für eine Hilfsdisziplin im Programm der enzyklopädischen Repräsentation des Wissens (↑Enzyklopädie). Gegenstand der V. ist die relationale Struktur der Beziehung zwischen Begriffen und ihren Erläuterungen. Dabei wird zwischen Nahbeziehung und Fernbeziehung unterschieden. Die Nahbeziehung ist durch die Form eines *Artikels* gegeben. Ein Artikel A ist ein geordnetes Paar (↑Paar, geordnetes), notiert als $A_k :- A_r$. Hier ist A_k der Kopf (engl. head), auch ›Stichwort‹ genannt, und A_r der Rumpf (engl. body) von A, der die Erläuterungen zu A_k enthält. Mit $\mathcal{T}_A$ wird die Menge der in A_r vorkommenden Termini (↑Terminus) bezeichnet. Für eine Menge von Artikeln $\mathcal{E}$, genannt *Enzyklopädie*, heißt $\mathcal{N}^{\mathcal{E}} \leftrightharpoons \{A_k \mid A \in \mathcal{E}\}$ auch *Nomenklatur* von $\mathcal{E}$. Die Fernbeziehung ist eine interartikuläre Relation und durch *Verweise* (auch: Querverweise, engl. cross-references) konstituiert. Ein Verweis in Artikel A auf Artikel B liegt dann vor, wenn sich Erläuterungen zu einem Terminus $T \in \mathcal{T}_A$ in B_r befinden und bei der Verwendung von T in A_r auf diese Erläuterungen Bezug genommen wird. Diese Bezugnahme erfolgt in der Regel durch einen Verweispfeil ›↑‹ gefolgt von B_k, wobei T häufig mit B_k identisch ist. A heißt *Verweisartikel*, wenn A_r nur aus Verweisen besteht. Die Menge

$$\mathcal{P}_A^{\mathcal{E}} \leftrightharpoons \{B_k \in \mathcal{N}^{\mathcal{E}} \mid A \text{ enthält einen Verweis auf } B\}$$

wird als das *Verweisprofil* von A in $\mathcal{E}$ bezeichnet. Die Menge

$$\mathcal{K}_B^{\mathcal{E}} \leftrightharpoons \{A_k \in \mathcal{N}^{\mathcal{E}} \mid A \text{ enthält einen Verweis auf } B\}$$

heißt *Verweiskarte* zu B in $\mathcal{E}$,

$$\mathcal{K}^{\mathcal{E}} \leftrightharpoons \{\langle B_k, \mathcal{K}_B^{\mathcal{E}} \rangle \mid B \in \mathcal{E}\}$$

heißt *Verweiskartei* für $\mathcal{E}$. Ein Verweis in A auf A heißt *Selbstverweis* (↑Verweistheorie), ein Verweis auf einen Verweisartikel *Kettenverweis* (↑Konkatenation), ein Verweis auf einen nicht zu $\mathcal{E}$ gehörenden Artikel leerer Verweis oder ↑*Pseudoverweis*. Selbstverweise und Kettenverweise werden in der Regel aus Ökonomiegründen (↑Denkökonomie) ausgeschlossen, wiewohl sie verweistheoretisch harmlos sind. Die Zulässigkeit von Pseudoverweisen ist dagegen ein aktuelles Thema der Fiktionalitätsdebatte (↑Fiktion, ↑scientia fictiva). Die Mehrzahl der Editoren vertreten allerdings auch hier immer noch einen naiven verweistheoretischen Realismus (↑Realismus (ontologisch), ↑Realismus, semantischer), nach dem nur auf real existierende Stichwörter verwiesen werden kann. Entsprechend dieser Auffassung heißt ein Artikel A verweistheoretisch *korrekt*, falls

$$\mathcal{P}_A^{\mathcal{E}} \subseteq \mathcal{N}^{\mathcal{E}} \setminus (\{A_k\} \cup \{B_k \mid B \text{ Verweisartikel}\}),$$

d.h., falls A keine Selbstverweise, Kettenverweise und Pseudoverweise enthält. Ein Artikel A heißt verweistheoretisch *vollständig*, falls

$$\mathcal{T}_A \cap \mathcal{N}^{\mathcal{E}} \subseteq \mathcal{P}_A^{\mathcal{E}},$$

d.h., wenn alle in A_r vorkommenden Termini, die zur Nomenklatur gehören, *Verweise* sind. Eine Enzyklopädie $\mathcal{E}$ heißt verweistheoretisch korrekt bzw. vollständig, wenn alle ihre Artikel diese Bedingung erfüllen. Verweistheoretische Korrektheit wird allgemein als notwendige Bedingung für die Brauchbarkeit einer Enzyklopädie angesehen. Der Begriff der verweistheoretischen Vollständigkeit spielt jedoch allenfalls eine architektonisch-systematische Rolle. Aus pragmatischen Gründen führt die Überfülle von Verweisen zur Konfusion, solange keine Gewichtung der Verweise erfolgt. Daher wurden in neuester Zeit Ansätze zu einer metrischen V. entwickelt, in der jedem Verweis eine reelle Zahl als Signifikanzwert zugeordnet ist. Diese Ansätze haben in bisherigen Enzyklopädien jedoch noch keine Anwendung gefunden, hauptsächlich aus darstellungstechnischen Gründen. Sie werden jedoch als zukunftsträchtig angesehen, insbes. deshalb, weil sie durch die Möglichkeit der niedrigen Bewertung von Verweisen die Nachteile der Proliferation von Verweisen bei der Erstellung von Enzyklopädien (↑Proliferationsprinzip, philosophisches) kompensieren.

Argumentationstheoretisch (↑Argumentationstheorie) stellt die Verwendung von Verweisen eine subthiele (↑subthiel/Subthielität) Form eines ↑argumentum in distans dar, bei der man anderweitig zu gebende Erläuterungen als unmittelbar präsent ansieht. Dabei werden diese Erläuterungen ↑kontrafaktisch in jedem Fall auch rückwirkend (z.B. bei schon erschienenen Artikeln) als erfolgt unterstellt (↑Prinzip der rückwirkenden Verpflichtung), etwa im Sinne eines präsupponierten (↑Präsupposition) ›geht man davon aus, daß‹-Satzes (↑Gehtmanscher Doppelschluß). Ob Verweise ausschließlich der Verdichtung von Artikeln dienen, indem sie mögliche Eigenbestandteile in andere Artikel verlagern und auf diese Weise die Funktion eines ↑Kompressors erfüllen, oder ob sie vielmehr als Ausdruck der essentiellen Unzufriedenheit (↑Unzufriedenheitssatz) mit dem unmittelbaren Gehalt eines Artikels irreduzibel sind, ist umstritten. Die orthosprachliche (↑Orthosprache) Schule der V. behauptet die grundsätzliche Eliminierbarkeit von Verweisen durch Einfügung der jeweiligen Erläuterung an der jeweiligen Stelle, während die hermeneutische (↑Hermeneutik) Schule der V. die prinzipielle Unhintergehbarkeit von Verweisstrukturen (trotz zugestandener Eliminierbarkeit in Einzelfällen) postuliert. Die orthosprachliche Schule hat ihre Eliminierbarkeitsbehauptung bisher nur exemplarisch illustrieren können im Rahmen von Übungen zur logischen ↑Propädeutik (↑Erlanger Schule, ↑Orthodidaktik). Die hermeneutische Schule beruft sich zur Begründung der Irreduzibilität von Verweisstrukturen auf den von M. Heidegger im Zusammenhang seiner Theorie des Fahrtrichtungsanzeigers eingeführten Begriff der ›Verweisungsganzheit‹ (Sein und Zeit § 17). In neuester Zeit erhält diese Schule Unterstützung durch Theorien der Hypertextualität und deren softwaremäßigen Realisierungen, die es unter Verwendung telekommunikativer Hilfsmittel ermöglichen, Verweise (›links‹) auf beliebige Orte im Internet einzubinden. Um Verweise nicht nur auf Texte, sondern auch auf Programme durchführen zu können, wurde in diesem Kontext die ↑Programmiersprache *Java* entwickelt, deren Name in nicht unprätentiöser Weise auf die bahnbrechenden Forschungen zur javanischen Grammatik von J. J. Feinhals anspielt. Auch wenn dieser moderne Ansatz in seiner Selbstdarstellung bisweilen vesikulizistische Züge (↑Vesikulizismus) trägt, stellt er eine Herausforderung an Theorien der Darstellung (↑Darstellung (semiotisch)) von Wissen dar, die sich gegenüber Anwendungen des ↑X-Kriteriums auf Erläuterungen zur V. als stabil erweist. P. S.

Verwissenschaftlichung, wahrscheinlich auf F. Nietzsche zurückgehende kritische Bezeichnung für eine allgemeine Tendenz der europäischen Kultur, die in unterschiedlichen Aspekten des gesellschaftlichen ↑Fortschritts seit der ↑Aufklärung faßbar ist. Diese Aspekte sind: (1) der ↑Erkenntnisfortschritt, negativ verstanden als zunehmende methodologische Abstraktion von der ↑vorwissenschaftlichen Erfahrung sowie als Vereinnahmung immer weiterer Erfahrungsbereiche durch einzelwissenschaftliche Theoriebildung. (2) Die aus dem Erkenntnisfortschritt resultierende schnelle Entwicklung der ↑Technik und ihrer Auswirkungen auf Alltagsleben und Politik, einschließlich der technokratischen Systematisierung des menschlichen Zusammenlebens. (3) Die zunehmende Abhängigkeit gesellschaftlicher Willensbildung und staatlicher Steuerungsmaßnahmen von institutionalisierter ↑Wissenschaft und technischen Möglichkeiten. Diesen Aspekten korrespondieren (4) die Verselbständigung der ↑Theorie gegenüber praktischen Bedürfnissen und damit verbunden das Problem, die Selbständigkeit des praktischen Diskurses gegenüber theoretischen und technokratischen Implikationen zu bewahren; (5) die Transformation einer zunächst von außerwissenschaftlichen, geistigen Orientierungen und Werten konstituierten ↑Kultur in eine substantiell von technischer Verfügbarkeit abhängige ↑Zivilisation. Alle Aspekte durchdringen und überformen das Alltagsleben durch Denkmuster und konkrete Folgen der Wissenschaft, bis hinein in die fortschreitende V. der Selbstdeutung des modernen Menschen.
Die tendenzielle Gleichschaltung aller Lebensbereiche durch die Übernahme (einzel-)wissenschaftlicher Denk- und Deutungsmuster wird bereits in der ↑Phänomenologie E. Husserls als Gefährdung durch den neuzeitlichen ›Objektivismus‹ und die damit einhergehende ›Vergessenheit des lebensweltlichen Sinnfundaments‹ (↑Lebenswelt) in den Blick gerückt. Die so erwachsende ›Krisis‹ erfaßt nach Husserl nicht nur die abendländische Wissenschaft, sondern droht, in Folge der Ausbreitung europäischer Zivilisation und des wissenschaftlichen ↑Weltbildes, als globale Sinnkrise. – Unter den an Nietzsche und die ↑Lebensphilosophie anknüpfenden Ansätzen der Kulturkritik (O. Spengler, T. Lessing, K. Jaspers) findet M. Heideggers Technikkritik besondere Resonanz. Eine auch an marxistische (↑Marxismus) Positionen anschließende Gesellschaftskritik (↑Theorie, kritische) stellt die durch ↑Szientismus und Technokratie forcierte ↑Entfremdung und ↑Verdinglichung in den Mittelpunkt. Die diagnostizierte ›Instrumentalisierung‹ von Natur und Mensch manifestiert sich in einer umfassenden gesellschaftlichen ↑›Rationalisierung‹ (J. Habermas: ›Kolonialisierung der Lebenswelt‹ durch die Imperative von Expertenwissen, Bürokratie und Ökonomie). V. als Schattenseite der ↑Aufklärung ist im Rahmen von ↑Wissenschaftskritik damit ihrerseits zum Objekt vielfältiger wissenschaftlicher Aufklärungsbemühungen in Philosophie, Soziologie und zunehmend auch in ↑Wissenschaftsforschung und ↑Wissenschaftsethik geworden.

Literatur: G. Frey, Die Mathematisierung unserer Welt, Stuttgart etc. 1967; J. Habermas, Technik und Wissenschaft als ›Ideologie‹, Frankfurt 1968; ders., Theorie des kommunikativen Handelns, I–II, Frankfurt 1981; J. Mittelstraß, Fortschritt und Eliten. Analysen zur Rationalität der Industriegesellschaft, Konstanz 1984; ders., Leonardo-Welt. Über Wissenschaft, Forschung und Verantwortung, Frankfurt 1992; W. Schulz, Philosophie in der veränderten Welt, Pfullingen 1972, [6]1993, 12–245 (Teil 1: V.); H. Seigfried, Heideggers Technikkritik, in: C. F. Gethmann (ed.), Lebenswelt und Wissenschaft. Studien zum Verhältnis von Phänomenologie und Wissenschaftstheorie, Bonn 1991, 209–242. R. W.

Verzweigung (engl. ramification, branching), in Logik und Mathematik Terminus vor allem zur Beschreibung von Baumstrukturen (allgemeinere Verwendung bei gerichteten Graphen). Eine V. in einem Baum liegt dann vor, wenn ein Knoten mehr als einen unmittelbaren Nachfolger hat. Ein Baum heißt endlich verzweigt, wenn jeder Knoten höchstens endlich viele Nachfolger hat. Das in der klassischen Logik (↑Logik, klassische) unter anderem im Zusammenhang mit ↑Vollständigkeitssätzen zentrale *Lemma von König* besagt, daß jeder unendliche, aber endlich verzweigte Baum mindestens einen unendlichen Ast besitzt. In der *verzweigten ↑Typentheorie* hat jedes Prädikat neben seinem Typ oder seiner Stufe noch eine Ordnung, die von der Weise abhängt, in der es unter Rückgriff auf höherstufige ↑Quantoren definiert ist. Dieser Ordnungsparameter stellt also eine V. in der Typhierarchie dar. In der ↑Algorithmentheorie werden *nicht-deterministische Verfahren*, die im strengen Sinne keine Algorithmen sind, z.B. nichtdeterministische ↑Turing-Maschinen, oft durch Diagramme beschrieben, deren V.en besagen, daß an bestimmten Punkten des Rechenprozesses mehrere Fortsetzungen, deren Auswahl nicht festgelegt ist, möglich sind. P.S.

Vesikulizismus (von lat. vesica bzw. vesicula, Blase, Redeschwulst), Bezeichnung für eine auch als *Zystizismus* (von griech. κύστις, Blase) bekannte, uneinheitliche philosophische Richtung der Gegenwart, die sich zwar nicht als eigenständige Schule identifizieren läßt, deren charakteristische Methodik und Metaphorik sich aber in vielfältigen wissenschaftlichen Bereichen als wirkungsmächtig nachweisen lassen. Zentrales Konzept des V. ist die Idee der Zystogonie (lat. inflatio vesicae, populärphilosophisch ›Blasenbildung‹), in deren Rahmen die wesentlichen grammatischen Mittel zur Theoriebildung und Erkenntniserweiterung in ↑Kosmologie, ↑Metaphysik und ↑Wissenschaftssoziologie bereitgestellt werden.

Der kosmologische bzw. kosmogonische (↑Kosmogonie) V. hat seine Wurzeln in der Theorie der Expansion des Weltalls und findet seine radikale Erweiterung in der Theorie eines ›Polyversums‹ (S. Lem) mit verschiedenen ›Baby-Universen‹ (S.W. Hawking), dessen Annahme es unter anderem erlaubt, die metaphysischen Ansprüche des ›Anthropischen Prinzips‹ zurückzuweisen. In diesem naturwissenschaftlichen Kontext hat der V. seinen akzeptierten Sitz im Leben, denn hier fungiert er als gewagte ↑Hypothese, die zwar empirisch nicht direkt überprüfbar ist, aber doch der weiteren Forschung eine neue Richtung weisen kann (↑scientia fictiva).

Problematischer ist die Verselbständigung des V. im Rahmen einer induktiven Metaphysik. Dieser spekulative V. übernimmt von J.J. Feinhals die an G.W. Leibnizens ↑Monadentheorie (↑Monade) erinnernde Ontologie der Tier- und Pflanzenseelen und verbindet diese mit J. Pilzbarths dynamistischer ↑Anthropologie zu einer ›experimentellen Theogonie‹. Während dabei die Links-Vesikulizisten von einem ständigen Fortschritt des zystogonischen Prozesses (unter Umständen mit revolutionären Umbrüchen) ausgehen, neigen die Rechts-Vesikulizisten eher zu zyklischen Modellen eines An- und Abschwellens. Die in diesem Zusammenhang entstehenden notorischen Unentscheidbarkeitsprobleme vermeidet der konstruktivistische V. (↑Konstruktivismus). Geht man davon aus (↑Gehtmanscher Doppelschluß), daß bei Plattenverschweißungen und diskursiven Konfliktbewältigungen (↑Diskurs, ↑Konflikt) jeweils spezifische Blasen entstehen, für deren Korrektur jeweils spezifische Instrumente ausgearbeitet werden können (↑Orthodidaktik), dann erweist sich der V. als rückgebunden an eine lebensweltlich (↑Lebenswelt) eingeübte Praxis, so daß weitergehende Objektivierungsprojekte (etwa im Sinne eines Letztbegründungsprogramms, ↑Letztbegründung, ↑Retorsion) überflüssig werden.

Als fruchtbar erweist sich das begriffliche Instrumentarium des V. vor allem in der Wissenschaftssoziologie. Schon R.K. Merton etablierte das ›Matthäus-Prinzip‹ (»Denn wer da hat, dem wird gegeben werden, und er wird die Fülle haben; wer aber nicht hat, dem wird auch, was er hat, genommen werden«, Matth. 25, 29) zur Beschreibung der Eigendynamik in der Vergabepraxis von Reputationen und Drittmitteln. Dieses Prinzip stellt für den wissenschaftssoziologischen V. jedoch nur den Spezialfall eines allgemeineren Prinzips dar, dessen präzise Formulierung allerdings noch aussteht. Seine Erklärungskraft soll hinreichen, um so disparate Phänomene wie die Zunahme der Publikationsflut bei gleichzeitiger Abnahme des kognitiven Gehalts und das Anwachsen der bedeutendsten wissenschaftlichen Werke der Gegenwart auf enzyklopädische Länge (↑Proliferationsprinzip, philosophisches) adäquat zu erfassen. Inwiefern moderne Produktionstechniken nicht nur zur Beschleunigung, sondern auch zur Verlangsamung der Zystogonie beigetragen haben, ist strittig.

Verschwörungstheoretiker sehen in den Titelträ-

IV Falsifizierbarkeit) (engl. The Logic of Scientific Discovery, London, New York 1959, New York ²1968, 78–92 [Chap. IV Falsifiability]); H. Wagner, Hugo Dinglers Beitrag zur Thematik der Letztbegründung, Kant-St. 47 (1955/1956), 148–167. C. F. G.

Vollformalismus, von P. Lorenzen (1962) eingeführte Bezeichnung für ein formales System (↑System, formales, ↑Formalismus, ↑Kalkül), bei dem die Ableitungsregeln endlich viele ↑Prämissen haben. Die Bezeichnung ›V.‹ dient dabei zur Abgrenzung von (durch K. Schütte 1960 eingeführte und so bezeichnete) ↑*Halbformalismen*, in denen man Regeln mit unendlich vielen Prämissen zuläßt. Die Unterscheidung zwischen V.en und Halbformalismen spielt vor allem in der ↑Beweistheorie der ↑Arithmetik und ↑Analysis (↑Metamathematik) eine Rolle, insbes. im Zusammenhang mit der ω-Regel (Regel der unendlichen Induktion, ↑Induktion, unendliche):

$$\frac{A(0) \quad A(1) \quad A(2) \quad \ldots}{\bigwedge_x A(x)}$$

Nach dem üblichen *syntaktischen* Verständnis von Regeln, wonach Anwendungen von Ableitungsregeln rein syntaktisch spezifizierte Operationen auf Zeichenketten sind, ist die Bezeichnung ›Halbformalismus‹ und damit die Unterscheidung zwischen V.en und Halbformalismen irreführend, da Halbformalismen keine Formalismen im eigentlichen Sinne sind. Die unendliche Prämissenfolge etwa der ω-Regel, die nicht effektiv hingeschrieben, sondern nur mit Hilfe einer (berechenbaren) Funktion aufgezählt werden kann, ist danach eher eine *semantische* Charakterisierung ihrer Konklusion (einer arithmetischen Allaussage). Das Motiv für die Untersuchung von Halbformalismenn und damit für die Unterscheidung zwischen Halbformalismus und V. ist die Unvollständigkeit der V.en der Arithmetik (Gödelscher ↑Unvollständigkeitssatz, ↑unvollständig/Unvollständigkeit). Ein präziser Begriff des V. und der durch V.en generierbaren Zeichenketten (erstmals von E. L. Post angegeben) führt zu einer Charakterisierung berechenbarer Funktionen, die äquivalent zum Begriff der rekursiven Funktion (↑Funktion, rekursive, ↑berechenbar/Berechenbarkeit, ↑Algorithmentheorie) ist.

Literatur: P. Lorenzen, Metamathematik, Mannheim 1962, Mannheim/Wien/Zürich ²1980; K. Schütte, Beweistheorie, Berlin/Heidelberg/New York 1960; ders., Proof Theory, Berlin/Heidelberg/New York 1977. P. S.

Vollkommenheit (engl. perfection), (1) als Terminus der Ontologie und der Metaphysik (z. B. bei C. Wolff, A. G. Baumgarten und I. Kant) Bezeichnung (a) in quantitativer Hinsicht für Vollständigkeit, (b) in qualitativer Hinsicht für die Übereinstimmung aller Bestimmungen eines Objektes mit einer geordneten Einheit bzw. (teleologisch verstanden) mit einem ↑Zweck; (2) als Terminus der ↑Ethik Bezeichnung für ein anzustrebendes, aber nie ganz erreichbares ↑Ideal. Nach Kant besteht die moralische V. darin, »seine Pflicht zu tun, und zwar aus Pflicht (daß das Gesetz nicht bloß die Regel, sondern auch die Triebfeder der Handlung sei)« (Met. Sitten, Tugendlehre, Einl. VIII/1, Akad.-Ausg. VI, 392); negativ wird die ethische V. bestimmt als Freiheit von Fehlern, Begierden und Leidenschaften bzw. (theologisch) als Sündenlosigkeit.

Literatur: E. Conee, The Nature and the Impossibility of Moral Perfection, Philos. Phenom. Res. 54 (1994), 815–825; FM III (1994), 2749–2751 (Perfección, Perfecto); M. Foss, The Idea of Perfection in the Western World, Lincoln Neb., Princeton N. J. 1946, Lincoln Neb. 1964; C. Hartshorne, ›The Logic of Perfection‹ and Other Essays in Neoclassical Metaphysics, La Salle Ill. 1962; J. Passmore, The Perfectibility of Man, New York, London 1970, London 1976 (dt. Der vollkommene Mensch. Eine Idee im Wandel von drei Jahrtausenden, Stuttgart 1975); M. Stocker, Some Comments on ›Perfectionism‹, Ethics 105 (1995), 386–400; R. Wokler, Perfectibility of Man, in: W. F. Bynum/E. J. Browne/R. Porter (eds.), Dictionary of the History of Science, London/Basingstoke 1981, 1983, 316–317. M. G.

vollständig/Vollständigkeit (engl. complete/completeness), Terminus zur Charakterisierung von Systemen oder Verfahren; diese heißen v. bezüglich einer Eigenschaft E, wenn sie ausnahmslos alle Elemente mit der Eigenschaft E enthalten bzw. liefern. In diesem Sinne will z. B. I. Kant in seiner Urteilstafel »die Funktionen der Einheit in den Urteilen vollständig darstellen« (KRV B 94). Im gleichen Sinne nennt man eine komplexe Handlung v. ausgeführt, wenn alle ihre Teilhandlungen vollzogen sind. Im logisch-mathematischen Sinne (↑Logik, mathematische) ist V. eine Eigenschaft mancher formaler Systeme (↑System, formales) bzw. der ihnen zugrundeliegenden Axiomensysteme (↑System, axiomatisches). Obwohl dabei durchwegs die Beziehungen zwischen deren semantischen (↑Semantik) und syntaktischen (↑Syntax) Eigenschaften interessieren, formuliert man je nach Art der Fragestellung verschiedene Arten von V.. Ein in einer formalen Sprache (↑Sprache, formale) $\mathcal{L}$ formuliertes widerspruchsfreies (↑widerspruchsfrei/Widerspruchsfreiheit) Axiomensystem $\mathfrak{A}$ heißt bezüglich $\mathcal{L}$ (1) *semantisch* v., wenn jede inhaltlich

Southern J. Philos. 6 (1968), 167–171; N. Rescher, Hypothetical Reasoning, Amsterdam 1964; ders., The Epistemology of Pragmatic Beliefs, Proc. Amer. Cath. Philos. Assoc. 58 (1984), 173–187; A. Stroll, Presupposing, Enc. Ph. VI (1967), 446–449; H. P. Weingartner, A System of Rational Belief, Knowledge and Assumption, in: R. Haller (ed.), Science and Ethics, Amsterdam 1981, 143–166; ders., Conditions of Rationality for the Concepts Belief, Knowledge and Assumption, Dialectica 36 (1982), 243–263; D. H. Whittier, Basic Assumption and Argument in Philosophy, Monist 48 (1964), 486–500; weitere Literatur: ↑Annahme, ↑Präsupposition. F. K.

voraussetzungslos/Voraussetzungslosigkeit, Bezeichnung für die der Philosophie und Wissenschaft zugeschriebene Haltung, die Argumentation nicht durch eine Vorabverpflichtung auf fraglos akzeptierte Prämissen und Postulate zu beschränken. Der Terminus ›v.‹ bzw. ›V.‹ diente zunächst dazu, den Anspruch der Hegelschen Philosophie zu verdeutlichen, nicht mit Behauptungen (und insofern ›Voraussetzungen‹) anzufangen, sondern mit dem *Entschluß* (Postulat), »sich denkend zu verhalten« (J. E. Erdmann, Grundriß der Logik und Metaphysik, 1841, § 24). Später wird der Terminus ›V.‹, häufig auch im Anschluß an die Methodenlehre R. Descartes', für ein Verständnis philosophischer und wissenschaftlicher Forschung verwendet, nach dem keine der *Beurteilung entzogenen Voraussetzungen* gemacht werden dürfen. Bei der Etablierung dieses Sprachgebrauchs spielt vor allem die Forderung nach der Unabhängigkeit der Wissenschaft von religiösen und metaphysischen Überzeugungen und Dogmen eine wesentliche Rolle. Es wurde dabei bestritten, daß insbes. die wissenschaftliche Theologie und die Geisteswissenschaften in diesem Sinne v. sein können. Demgegenüber gelten Mathematik und Naturwissenschaften als unbestritten v.e Wissenschaften. Diese Entgegensetzung vermengt sich mit der von M. Weber eingeleiteten Auseinandersetzung um die ↑Wertfreiheit der Wissenschaften, insbes. der Kulturwissenschaften. V. erhält hier den Sinn einer ›Wertvorurteilslosigkeit‹ (J. v. Kempski), wobei häufig irrtümlich Wertungen generell nicht als begründungsfähig und in diesem Sinne als ↑Vorurteile verstanden werden.

Literatur: H. A. Durfee, Ultimate Meaning and Presuppositionless Philosophy, Ultimate Reality and Meaning 6 (1983), 244–262; J. v. Kempski, »V.«. Eine Studie zur Geschichte eines Wortes, in: ders., Brechungen. Kritische Versuche zur Philosophie der Gegenwart, Hamburg 1964, 140–159, Neudr. in: Gesammelte Schriften I, Frankfurt 1991, 174–197; K. Rossmann, Wissenschaft, Ethik und Politik. Erörterung des Grundsatzes der V. in der Forschung, Heidelberg 1949; E. Spranger, Der Sinn der V. in den Geisteswissenschaften, Heidelberg 1949, [3]1964. F. K.

Vordersatz, Bezeichnung (1) für die erste ↑Prämisse eines Syllogismus bzw. (2) für das ↑Antezedens eines hypothetischen Urteils (↑Urteil, hypothetisches). G. W.

Vorgang, Bezeichnung für ein ↑Ereignis unter ausdrücklicher Berücksichtigung seines Verlaufs, also seiner dynamischen Binnenstruktur; synonym mit ↑Prozeß. Dabei können die einzelnen Phasen eines V.s, etwa eines Spaziergangs – besser: eines Spazierengehens, weil mit ›Spaziergang‹ eher der V. als ein Ganzes ohne Berücksichtigung seines Verlaufs artikuliert wird –, unter Bezug auf einen Gegenstand, hier etwa des Spaziergängers, als Beschreibungen eines ↑Zustands wiedergegeben werden. K. L.

Vorgängerfunktion, in der ↑Arithmetik natürlicher Zahlen Bezeichnung für diejenige ↑Funktion, die jeder Nachfolgerzahl n' ihren Vorgänger n zuordnet und für 0 entweder (als partielle Funktion) undefiniert ist oder (als totale Funktion) einen willkürlich gewählten Wert (in der Regel 0) hat. Entsprechend bezeichnet man mit ›V.‹ in einer Termalgebra eine Funktion, die einem Term einen bestimmten seiner unmittelbaren Teilterme zuordnet, z. B. bei Termen t der Form $(t_1, \ldots, t_n)$ eine Funktion $(t)_i$ $(1 \leq i \leq n)$, die jedem t den i-ten unmittelbaren Teilterm t_i zuordnet, oder allgemeiner eine Funktion, die einen bestimmten (nicht notwendigerweise unmittelbaren) Teilterm liefert, im Beispiel etwa die Funktion $(t)_{312}$, die für jedes t den zweiten unmittelbaren Teilterm des ersten unmittelbaren Teilterms des dritten unmittelbaren Teilterms von t als Wert hat. In der Logik spielen V.en eine Rolle bei der Arithmetisierung (↑Gödelisierung) formaler Systeme.

Literatur: S. C. Kleene, Introduction to Metamathematics, Amsterdam 1952, Groningen 1991, bes. 246–261; P. Lorenzen, Metamathematik, Mannheim 1962, Mannheim/Wien/Zürich [2]1980, bes. 97–106. P. S.

Vorgängergleichung, Bezeichnung für eine Gleichung $f(w_1) = g(w_2)$ zwischen Vorgängern (d. h. Werten von ↑Vorgängerfunktionen f und g) von (eindeutig zerlegbaren) Worten über einem gegebenen Alphabet. Solche entscheidbaren Gleichungen und deren junktorenlogische Zusammensetzungen gehen in P. Lorenzens Definition der elementaren Berechenbarkeit und Entscheidbarkeit (↑elementar-berechenbar, ↑elementar-entscheidbar) ein.

Vordersatz, Bezeichnung (1) für die erste ↑Prämisse eines Syllogismus bzw. (2) für das ↑Antezedens eines hypothetischen Urteils (↑Urteil, hypothetisches). G. W.

Vorgang, Bezeichnung für ein ↑Ereignis unter ausdrücklicher Berücksichtigung seines Verlaufs, also seiner dynamischen Binnenstruktur; synonym mit ↑Prozeß. Dabei können die einzelnen Phasen eines V.s, etwa eines Spaziergangs – besser: eines Spazierengehens, weil mit ›Spaziergang‹ eher der V. als ein Ganzes ohne Berücksichtigung seines Verlaufs artikuliert wird –, unter Bezug auf einen Gegenstand, hier etwa des Spaziergängers, als Beschreibungen eines ↑Zustands wiedergegeben werden. K. L.

Vorgängerfunktion, in der ↑Arithmetik natürlicher Zahlen Bezeichnung für diejenige ↑Funktion, die jeder Nachfolgerzahl n' ihren Vorgänger n zuordnet und für 0 entweder (als partielle Funktion) undefiniert ist oder (als totale Funktion) einen willkürlich gewählten Wert (in der Regel 0) hat. Entsprechend bezeichnet man mit ›V.‹ in einer Termalgebra eine Funktion, die einem Term einen bestimmten seiner unmittelbaren Teilterme zuordnet, z. B. bei Termen t der Form $(t_1, \ldots, t_n)$ eine Funktion $(t)_i$ $(1 \leq i \leq n)$, die jedem t den i-ten unmittelbaren Teilterm t_i zuordnet, oder allgemeiner eine Funktion, die einen bestimmten (nicht notwendigerweise unmittelbaren) Teilterm liefert, im Beispiel etwa die Funktion $(t)_{312}$, die für jedes t den zweiten unmittelbaren Teilterm des ersten unmittelbaren Teilterms des dritten unmittelbaren Teilterms von t als Wert hat. In der Logik spielen V.en eine Rolle bei der Arithmetisierung (↑Gödelisierung) formaler Systeme.

Literatur: S. C. Kleene, Introduction to Metamathematics, Amsterdam 1952, Groningen 1991, bes. 246–261; P. Lorenzen, Metamathematik, Mannheim 1962, Mannheim/Wien/Zürich ²1980, bes. 97–106. P. S.

Vorgängergleichung, Bezeichnung für eine Gleichung $f(w_1) = g(w_2)$ zwischen Vorgängern (d. h. Werten von ↑Vorgängerfunktionen f und g) von (eindeutig zerlegbaren) Worten über einem gegebenen Alphabet. Solche entscheidbaren Gleichungen und deren junktorenlogische Zusammensetzungen gehen in P. Lorenzens Definition der elementaren Berechenbarkeit und Entscheidbarkeit (↑elementar-berechenbar, ↑elementar-entscheidbar) ein.

Literatur: P. Lorenzen, Metamathematik, Mannheim 1962, Mannheim/Wien/Zürich ²1980, bes. 97–106. P. S.

vorgeometrisch, in der Konstruktiven Wissenschaftstheorie (↑Wissenschaftstheorie, konstruktive) Bezeichnung für die methodisch (und historisch) vor der als Theorie ausformulierten ↑Geometrie liegenden Sachverhalte bzw. Wissensbestände. In der ↑vorwissenschaftlichen bzw. außerwissenschaftlichen Praxis werden Form, Größe und Lage von Körpern und Hohlkörpern im Zusammenhang handwerklicher Herstellung und technischer Beherrschung alltagssprachlich (↑Alltagssprache) beschrieben bzw. vorgeschrieben. Für das Rekonstruktionsprogramm (↑Rekonstruktion) der ↑Protophysik sind es die bereits v. größeninvarianten Verwendungen von Wörtern wie ›Kugel‹, ›Würfel‹, ›Zylinder‹ für räumliche Formen, die ein Rekonstruktionsziel für die methodische Begründung abgeben. Hinzu kommt eine schon vorwissenschaftlich skaleninvariante Meßkunst räumlicher Parameter, die das Rekonstruktionsziel einer formentheoretischen Geometriebegründung rechtfertigen.
Als Begründungsanfang steht zur Verfügung, daß bereits außerwissenschaftlich künstlich erzeugte Oberflächenformen an Körpern wie Ebene, rechtwinkliger Keil und rechte Ecke mit der Erwartung spezifischer Passungseigenschaften hergestellt und verwendet werden. Damit ist v. das Problem aufgeworfen, wie aus der ↑operativen ↑Definition der Grundform der Ebene (↑Dreiplattenverfahren), wonach eine Körperoberfläche eben heißt, wenn es für sie zwei passende Gegenstücke gibt, die auch untereinander passen, die Allaussage ›alle ebenen Oberflächen passen aufeinander‹ gewonnen werden kann. Diese in technischer Praxis generell in Anspruch genommene Passung heißt im Rahmen der Protophysik Eindeutigkeit (↑eindeutig/Eindeutigkeit) der Ebenendefinition und bedarf eines expliziten Beweises aus den Beschreibungen des Realisierungsverfahrens der ebenen Form. Methodologisch ist die Eindeutigkeit gleichbedeutend mit einer prototypenfreien technischen ↑Reproduzierbarkeit von Grundformen und damit mit der Sicherung eines methodischen Begründungsanfangs. Analoges gilt für die Grundformen des rechten Winkels und der Parallelität. Die v.e Praxis liefert damit eine Rechtfertigung, über Vorschreiben und Beschreiben der technischen Praxis hinaus Herstellungszwecke ›ideativ‹ (↑Ideation), d. h. als ob sie vollständig realisiert wären, zu diskutieren. Empirisch beobachtete Abweichungen von

blematisierten Verwendungszusammenhang (›Auffälligkeit‹, ›Aufdringlichkeit‹, ›Aufsässigkeit‹) erzwingen eine Ausdifferenzierung isolierter und mit Eigenschaften ausgestatteter, insofern v.er Dinge aus ihrem Verwendungszusammenhang.
Mit der Unterscheidung von v./z. soll vor allem eine Untersuchung der ›ontologischen Genese‹ der empirischen Wissenschaften aus der ↑Lebenswelt ermöglicht werden, da Vorhandenheit der den neuzeitlichen Wissenschaften zugrundeliegende ontologische Modus ist. Insoweit die neuzeitliche Philosophie ihre Auffassung vom ↑Ding (↑res cogitans/res extensa) an diesem fundierten Modus ausrichtet, ist sie kritikbedürftig. Heideggers phänomenologische Weltanalyse (↑Phänomenologie, ↑Welt) beeinflußte das Programm einer konstruktiven Begründung der Wissenschaften aus der elementaren lebensweltlichen Praxis der Geräteherstellung und Geräteverwendung (↑Prototheorie, ↑Wissenschaftstheorie, konstruktive).

Literatur: H. L. Dreyfus (ed.), Heidegger. A Critical Reader, Oxford 1992, 1993; C. F. Gethmann, Verstehen und Auslegung. Das Methodenproblem in der Philosophie Martin Heideggers, Bonn 1974, bes. 196–203 (§ 3.2.6); ders., Phänomenologie, Lebensphilosophie und Konstruktive Wissenschaftstheorie. Eine historische Skizze zur Vorgeschichte der Erlanger Schule, in: ders. (ed.), Lebenswelt und Wissenschaft. Studien zum Verhältnis von Phänomenologie und Wissenschaftstheorie, Bonn 1991, 28–77; ders., Der existenziale Begriff der Wissenschaft. Zu »Sein und Zeit«, § 69 b, in: ders., Dasein: Erkennen und Handeln. Heidegger im phänomenologischen Kontext, Berlin 1993, 169–206; K. J. Huch, Philosophiegeschichtliche Voraussetzungen der Heideggerschen Ontologie, Frankfurt 1967; G. Prauss, Erkennen und Handeln in Heideggers »Sein und Zeit«, Freiburg 1977; M. Sena, The Phenomenal Basis of Entities and the Manifestation of Being According to Sections 15–17 of »Being and Time«. On the Pragmatist Misunderstanding, Heidegger Stud. 11 (1995), 11–31; M. Theunissen, Intentionaler Gegenstand und ontologische Differenz. Ansätze zur Fragestellung Heideggers in der Phänomenologie Husserls, Philos. Jb. 70 (1962/1963), 344–362; B. Waldenfels, In den Netzen der Lebenswelt, Frankfurt 1985; R. Welter, Der Begriff der Lebenswelt. Theorien vortheoretischer Erfahrungswelt, München 1986. C. F. G.

Vorkommen (engl. occurrence), in der ↑Logik und allgemeiner der ↑Semiotik Bezeichnung für ein Teilzeichen eines Zeichens (↑Zeichen (logisch)) zusammen mit seiner relativen Position in diesem Zeichen. Z. B. enthält die atomare Aussage ›$P(a,b,a)$‹ die ↑Konstante ›a‹ als Teilzeichen, jedoch zwei V. von ›a‹: das linke und das rechte. In der logischen Syntax (↑Syntax, logische) ist die Unterscheidung zwischen einem Zeichen (im Beispiel ›a‹) und dem V. eines Zeichens in einem anderen Zeichen (im Beispiel das linke ›a‹ in ›$P(a,b,a)$‹ oder das rechte ›a‹ in ›$P(a,b,a)$‹) fundamental, da sich manche Begriffe auf Zeichen und andere auf V. von Zeichen beziehen, bisweilen sogar unter demselben Namen. So unterscheidet man etwa eine *gebundene* ↑*Variable* in einer Formel als Variable, die *an irgendeiner Stelle* in dieser Formel im Bereich eines zugehörigen ↑Quantors steht, von einem *gebundenen V. einer Variablen* als Variable *an einer bestimmten Stelle* im Bereich eines zugehörigen Quantors. Z. B. ist in der Formel $P(x) \wedge \bigwedge_x Q(x)$ das letzte V. der Variablen x gebunden und das erste frei. Die Variable x ist damit zugleich eine gebundene und eine freie Variable in dieser Formel. Die Unterscheidung zwischen Zeichen und V. eines Zeichens ist nicht zu verwechseln mit der type-and-token-Dichotomie (↑type and token). Vielmehr ist sie eine Unterscheidung auf der Ebene von Zeichentypen, also von Zeichen als abstrakten Gegenständen. P. S.

Vorländer, Karl, * Marburg 2. Jan. 1860, † Münster 6. Dez. 1928, Vertreter des ↑Neukantianismus der Marburger Schule. Studium bei H. Cohen und P. Natorp in Marburg, ab 1883 Gymnasiallehrer in Neuwied, dann in Mönchen-Gladbach, 1887 Oberlehrer in Solingen. 1919 Oberschulrat in Münster und Honorarprof. für Philosophie an der Universität. V. erwarb sich Verdienste vor allem um die Kant-Forschung, verteidigte die Ethik I. Kants gegen den Formalismusvorwurf und versuchte sie zur Grundlage des von ihm vertretenen Sozialismus zu machen. Bekannt wurde V. vor allem durch seine »Geschichte der Philosophie« (I–II, Leipzig 1903) und seine noch heute benutzten Editionen der Hauptwerke Kants in der »Philosophischen Bibliothek«.

Werke: Der Formalismus der Kantischen Ethik in seiner Notwendigkeit und Fruchtbarkeit, Diss. Marburg 1893; Geschichte der Philosophie, I–II, Leipzig 1903, I–III, ed. H. Schnädelbach, Reinbek b. Hamburg [9]1990; Kant, Schiller, Goethe. Gesammelte Aufsätze, Leipzig 1907, [2]1923 (repr. Aalen 1984); Immanuel Kants Leben, Leipzig 1911, ed. R. Malter, Hamburg [4]1985; Kant und Marx. Ein Beitrag zur Philosophie des Sozialismus, Tübingen 1911, [2]1925; Die älteste Kant-Biographie. Eine kritische Studie, Berlin 1918 (Kant-St. Erg.hefte 41) (repr. Vaduz 1978); Kant und der Gedanke des Völkerbundes, Leipzig 1919; Kants Weltanschauung aus seinen Werken, Darmstadt 1919; Immanuel Kant und sein Einfluß auf das deutsche Denken, Bielefeld 1921, [3]1925; Die Philosophie unserer Klassiker. Lessing, Herder, Schiller, Goethe, Berlin 1923; Französische Philosophie, Breslau 1923; Volkstümliche Geschichte der Philosophie, Berlin 1923; Die griechischen Denker vor Sokrates, Leipzig 1924; Einführung in die Philosophie, Leipzig 1924; Immanuel Kant. Der Mann

Grundlagen und Bezüge M. W.s im Spiegel neuer Studien und Materialien, Philos. Rdsch. 40 (1993), 34–56; A. Germer, Wissenschaft und Leben. M. W.s Antwort auf eine Frage Friedrich Nietzsches, Göttingen 1994; C. Gneuss/ J. Kocka (eds.), M. W.. Ein Symposion, München 1988; P. Hamilton (ed.), M. W.. Critical Assessments 1, I–IV, London/New York 1991; W. Hennis, M. W.s Fragestellung. Studien zur Biographie des Werks, Tübingen 1987 (engl. M. W.. Essays in Reconstruction, London etc. 1988); A. Horowitz/T. Maley (eds.), The Barbarism of Reason. M. W. and the Twilight of Enlightenment, Toronto 1994; S. Kalberg, M. W.'s Comparative Historical Sociology, Cambridge 1994; D. Käsler (ed.), M. W.. Sein Werk und seine Wirkung, München 1972; ders., Einführung in das Studium M. W.s, München 1979 (engl. M. W.. An Introduction to His Life and Work, Oxford 1988); ders., M. W.. Eine Einführung in Leben, Werk und Wirkung, Frankfurt 1995; R. König/J. Winckelmann (eds.), M. W. zum Gedächtnis. Materialien und Dokumente zur Bewertung von Werk und Persönlichkeit (= Kölner Zeitschr. f. Soziologie u. Sozialpsychologie, Sonderh. 7), Köln/Opladen 1963, [2]1985; M. H. Lessnoff, The Spirit of Capitalism and the Protestant Ethic. An Enquiry Into the W. Thesis, Aldershot/Brookfield Vt. 1994; W. J. Mommsen, M. W. und die deutsche Politik 1890–1920, Tübingen 1959, [2]1974; ders./W. Schwentker (eds.), M. W. und seine Zeitgenossen, Göttingen/Zürich 1988; R. Prewo, M. W.s Wissenschaftsprogramm. Versuch einer methodischen Neuerschließung, Frankfurt 1979; P. Rossi, Vom Historismus zur historischen Sozialwissenschaft. Heidelberger M. W.-Vorlesungen 1985, Frankfurt 1987; A. v. Schelting, M. W.s Wissenschaftslehre. Das logische Problem der historischen Kulturerkenntnis. Die Grenzen der Soziologie des Wissens, Tübingen 1934 (repr. New York 1975); W. Schluchter, Religion und Lebensführung, I–II, Frankfurt 1988; T. Schwinn, M. W.s Verstehensbegriff, Z. philos. Forsch. 47 (1993), 573–587; O. Stammer (ed.), M. W. und die Soziologie heute (= Verhandlungen des 15. deutschen Soziologentages), Tübingen 1965 (engl. M. W. and Sociology Today, Oxford 1971); S. P. Turner, M. W.. The Lawyer as a Social Thinker, London/New York 1994; L. Waas, M. W. und die Folgen. Die Krise der Moderne und der moralisch-politische Dualismus des 20. Jahrhunderts, Frankfurt 1995; G. Wagner/H. Zipprian, M. W.s Wissenschaftslehre. Interpretation und Kritik, Frankfurt 1994; M. (Marianne) Weber, M. W. – Ein Lebensbild, Tübingen 1926, Neudr. Tübingen [3]1984, München etc. 1989 (engl. M. W.. A Biography, New York etc. 1975, New Brunswick N. J./Oxford 1988); J. Weiß, M. W.s Grundlegung der Soziologie. Eine Einführung, München 1975, [2]1992; ders. (ed.), M. W. heute. Erträge und Probleme der Forschung, Frankfurt 1987; J. Winckelmann, M. W.s hinterlassenes Hauptwerk: Die Wirtschaft und die gesellschaftlichen Ordnungen und Mächte. Entstehung und gedanklicher Aufbau, Tübingen 1986. W. L.

Weber-Fechnersches Gesetz, Bezeichnung für ein Gesetz der ↑Psychophysik. Genauer unterscheidet man es als *Fechnersches Gesetz* vom *Weberschen Gesetz*, auf dem es aufbaut. Das von G. T. Fechner nach E. H. Weber benannte Webersche Gesetz besagt, daß das Verhältnis zwischen der Unterschiedsschwelle ΔR einer Reizgröße R, deren Addition zu oder Subtraktion von R gerade noch wahrgenommen werden kann, und R selbst konstant ist:

$$\frac{\Delta R}{R} = k.$$

Dies bedeutet z. B., daß bei Verdoppelung der Reizgröße sich auch die Unterschiedsschwelle verdoppelt. Das Webersche Gesetz gilt näherungsweise in bestimmten Bereichen (z. B. der Optik und Akustik), keineswegs jedoch universell. Das Fechnersche Gesetz erhält man aus dem Weberschen Gesetz durch die zusätzliche Annahme, daß eben merkliche Änderungen ΔE der Empfindungsstärke E unabhängig von der Größe von E sind, woraus sich ergibt:

$$E = c \cdot \log\left(\frac{R}{R_0}\right),$$

wobei R_0 die Größe der absoluten Reizschwelle und c eine Konstante ist. Dies besagt, daß die Empfindungsgröße logarithmisch von der Reizgröße abhängt. Das Fechnersche Gesetz ist ein Beispiel für die Angabe einer psychophysischen Funktion $E = f(R)$, die die Abhängigkeit einer Empfindungsgröße von einer Reizgröße beschreibt. Die Empfindungsdimension wird dabei auch als Maß für die Anzahl unterscheidbarer Reizgrößen angesehen, um die sich ein wahrgenommener Reiz R vom Schwellenreiz R_0 unterscheidet. Andere Definitionen der Messung von E als durch eben merkliche, als gleichgroß angenommene Unterschiede, etwa durch direkte Verhältnisschätzungen von Empfindungen, führen zu anderen psychophysischen Funktionen, insbes. zu Exponentialgesetzen

$$E = c \cdot R^n,$$

auf denen heute viele psychophysische Skalen basieren, z. B. die Sone-Skala für die (subjektive) Lautheit, die mit dem Exponenten $n = 0{,}3$ vom (objektiven) Schalldruck abhängt (vgl. S. S. Stevens 1957). Ihre wissenschaftstheoretische und wissenschaftshistorische Bedeutung verdanken das Webersche und das Fechnersche Gesetz der Tatsache, daß sie erstmals zu subjektiven Skalen führten und damit paradigmatisch den Nachweis erlaubten, daß der Bereich des Subjektiven der quantitativen Messung (↑Meßtheorie) zugänglich ist.

Literatur: G. T. Fechner, Über ein psychophysisches Grundgesetz und dessen Beziehung zur Schätzung der Sterngrössen, Abh. math.-phys. Cl. Königl. Sächs. Ges. Wiss. 4 (1859), 455–532; S. S. Stevens, On the Psychophysical Law, Psychol. Rev. 64 (1957), 153–181; E. H. Weber, Der Tastsinn und das Gemeingefühl, in: R. Wagner

(ed.), Handwörterbuch der Physiologie mit Rücksicht auf physiologische Pathologie III/2, Braunschweig 1846 (repr. unter dem Titel: Die Lehre vom Tastsinne und Gemeingefühle auf Versuche gegründet, für Aerzte und Philosophen, Braunschweig 1851), 481–588; weitere Literatur: ↑Psychophysik. G. Hei./P. S.

Webersches Gesetz, ↑Weber-Fechnersches Gesetz.

Wechselbegriffe, Terminus der traditionellen Logik (↑Logik, traditionelle) für umfangsgleiche Begriffe (↑extensional/Extension); synonym mit: äquipollente (↑äquipollent/Äquipollenz) Begriffe. W. können intensional (↑intensional/Intension) verschieden sein (z. B. ›Morgenstern‹ und ›Abendstern‹). G. W.

Wechselwirkung (engl. interaction), wechselseitige Verursachung. Objekte oder Systeme befinden sich in W., wenn ein Zustand eines Systems kausal (↑Kausalität) auf den Zustand eines anderen einwirkt, zugleich aber von dessen Zustand seinerseits ebenfalls kausal beeinflußt wird. Beispiele für W.en sind die Gravitation oder elektrische Kräfte. Jede der beteiligten Massen bzw. Ladungen übt eine Kraftwirkung auf alle anderen Massen bzw. Ladungen aus. Während die einfache Kausalbeziehung einsinnig ist, ist die Beziehung der W. wechselseitig. In der Newtonschen ↑Mechanik gilt das Prinzip der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung (↑›actio = reactio‹). Die Kraftwirkung eines Körpers *A* auf einen Körper *B* wird danach stets von einer gleich großen, aber entgegengesetzt gerichteten Kraftwirkung von *B* auf *A* begleitet.
Eine typische Form der W. ist die *Rückkoppelung*, bei der die Wirkung eines Zustands zu einer Veränderung dieses Ausgangszustands beiträgt, d. h. ein System sich mittelbar in W. mit sich selbst befindet. Negative Rückkoppelung findet sich in Regelkreisen wie der thermostatischen Temperaturregelung. Positive Rückkoppelung ist oft für die Selbstverstärkung eines Effekts verantwortlich. So bildeten sich die Eiszeiten unter anderem dadurch aus, daß die durch eine verminderte Sonneneinstrahlung abgesenkte Temperatur eine vermehrte Schneebedeckung zur Folge hatte, die ihrerseits zu einer erhöhten Rückstrahlung des einfallenden Sonnenlichts und damit zu einer weiteren Temperaturabsenkung führte. Rückkoppelung ist überdies für viele chemische und biologische Prozesse charakteristisch. Z. B. verläuft die Produktion von ATP in der Glykolyse über Zwischenschritte, von denen einige ATP erfordern. Durch diese Rückkoppelungsschleife katalysiert ATP seine eigene Herstellung.
Nicht jede wechselseitige Abhängigkeit ist auch eine W.. Wechselseitige funktionale Abhängigkeiten können sich vielmehr auch aus gemeinsamer Verursachung (↑Ursache) ergeben und drücken dann keine W. zwischen den beteiligten Größen aus. So ist die Fallzeit weder die Ursache noch die Wirkung des Fallweges; ihre Verknüpfung im Fallgesetz geht auf die Wirkung der Gravitation als gemeinsamer Ursache zurück.
In der philosophischen Tradition spielt der Begriff der W. eine wichtige Rolle. Unter dem Eindruck des Gravitationsgesetzes (↑Gravitation) betrachtet I. Kant die W. als eine – neben Substanz und Kausalität – eigenständige Kategorie der ↑Relation. W. ist Bedingung der Möglichkeit der Erfahrung gleichzeitiger Phänomene (KrV B 256–262). Im Dialektischen Materialismus (↑Materialismus, dialektischer) wird W. für grundlegender gehalten als Verursachung. Urteile über einsinnige Kausalverhältnisse sind nur in Einzelfällen sinnvoll. Der Naturzusammenhang insgesamt ist als universelle W. zu kennzeichnen, insofern »Ursachen und Wirkungen fortwährend ihre Stelle wechseln, das was jetzt oder hier Wirkung, dort oder dann Ursache wird und umgekehrt« (F. Engels, Anti-Dühring, MEW XX, 22).
Die Betonung der Universalität von W.en ist auch für moderne *holistische* (↑Holismus) Strömungen der ↑Naturphilosophie charakteristisch. Diese gehen über die traditionellen Vorstellungen eines Primats der W. insofern hinaus, als die Annahme separater, in W. miteinander stehender Objekte aufgegeben wird. Statt dessen wird der Naturzusammenhang als eine ungeteilte und durch Wechselbeziehungen gebildete Ganzheit von Prozessen aufgefaßt, die keine festen und überdauernden Grundbestandteile enthalten (D. Bohm, F. Capra).

Literatur: D. Bohm, Wholeness and the Implicate Order, London/Boston/Henley 1980, London 1988 (dt. Die implizite Ordnung. Grundlagen eines dynamischen Holismus, München 1985); M. Bunge, Causality. The Place of the Causal Principle in Modern Science, Cambridge Mass. 1959, Cleveland Ohio 1963, New York ^{3}1979 (dt. Kausalität. Geschichte und Probleme, Tübingen 1987); F. Capra, The Turning Point. Science, Society, and the Rising Culture, New York, London 1982, 1984, New York 1987 (dt. Wendezeit. Bausteine für ein neues Weltbild, Bern/München 1982, ^{16}1987, Stuttgart 1983, München 1988, ^{3}1994); H. Reichenbach, The Direction of Time, ed. M. Reichenbach, Berkeley Calif./Los Angeles 1956 (repr. Berkeley Calif./Los Angeles/London 1971, 1982, Berkeley Calif./Los Angeles/Oxford 1991); W. C. Salmon, Scientific Explanation and the Causal Structure of the World, Princeton N. J. 1984. M. C.

(1) kann zur definitorischen Einführung von $\perp$ benutzt werden; (2) ermöglicht eine vereinfachte Darstellung der ↑Junktorenlogik mit dem ↑Subjunktor als einzigem ↑Junktor. In der intuitionistischen Logik wird $\perp$ als ›Absurdität‹ interpretiert und kann einer einfachen Grenzziehung dienen: Ein ↑Kalkül des natürlichen Schließens mit der Einführungsregel ›$\ldots \perp \Rightarrow p$‹ ist intuitionistisch, mit ›$[\neg p] \ldots \perp \Rightarrow p$‹ klassisch.

Funktion und Stellung des W.s im philosophischen Denken hängen wesentlich von der unterstellten Beziehung zwischen gegebener empirisch-phänomenaler Welt und deren erkenntnistheoretischer Rekonstruktion ab. So wird etwa die gegebene Welt als widersprüchlich aufgefaßt und jenseits dieser eine widerspruchsfreie, ›wirklichere‹ Welt angesiedelt. Als Vertreter dieser Position kann in einer platonistischen (↑Platonismus) Deutung (der mittlere) Platon angesehen werden, insofern dieser der phänomenalen Welt nur einen minderen Wirklichkeitscharakter über die Teilhabe (↑Methexis) an der Welt der Ideen zugesteht, die selbst wahrhaft wirklich und widerspruchsfrei ist (↑Ideenlehre). Alternativ läßt sich die gegebene Welt als widerspruchsfrei ansetzen und das Auftreten von W.en erst als Folge der Konstruktionstätigkeit ansehen. Als Vertreter dieser Position kann I. Kant gelten, insofern dieser behauptet, der ↑Verstand könne die gegebene Welt widerspruchsfrei konstituieren, wogegen sich die ↑Vernunft unvermeidlich in W.e, die (↑Paralogismen und) Antinomien der reinen Vernunft und der teleologischen ↑Urteilskraft (↑Dialektik, transzendentale), verwickelt, sobald sie versucht, einen in der Erfahrung nicht gegebenen Abschluß zu konstruieren.

Andererseits läßt sich die Trennung zwischen gegebener und konstruierter Welt bestreiten, wobei in einem solchen monistischen Ansatz der W. nicht lokal eingrenzbar ist und dabei entweder ubiquitär oder gar nicht besteht. Die letztere Alternative konkretisiert sich als das ›Prinzip des zu vermeidenden W.s‹. Dessen ›idealistische‹ Ausformung ist die eleatische Philosophie, in der die phänomenale Welt völlig in W.e aufgelöst und als solche ganz aufgegeben wird zugunsten eines einzigen wirklichen Seins, das nur dem ↑Nus (Parmenides, VS 28 B 5) zugänglich ist. In realistischer Ausprägung ist dieses Prinzip bei Aristoteles verwirklicht, der die Platonische Idee durch die ↑Form (↑Morphē) ersetzt, die zusammen mit dem Stoff (↑Hyle) die ↑Substanz (↑Usia) bildet (↑Form und Materie) und für deren Zusammengehen der Satz vom W. gilt. Die Ubiquität des W.s drückt sich dagegen im ›Prinzip des durchzuhaltenden W.s‹ aus. Dessen idealistische Ausformung findet sich in Hegels System. Das spekulative (↑spekulativ/Spekulation) Denken der Vernunft spitzt die W.e auf wesentliche Gegensätze zu, wodurch die Vorstellungen erst die »inwohnende Pulsation der Selbstbewegung und Lebendigkeit« (Logik I, Sämtl. Werke IV, 549) erhalten, die den Geist, durch den W. getrieben, aus seinem Anfang (Logik) in sein Anderssein (Natur) und wieder zu sich selbst (Kunst, Religion, Philosophie, ↑Geist, objektiver) treiben. Hier gilt: »Der W. ist [...] das innere Leben der Wirklichkeit des Wirklichen« (M. Heidegger, Der Satz vom Grund, Pfullingen 1957, 38). Die realistische Ausprägung des Prinzips vom durchzuhaltenden W. reklamiert der Dialektische Materialismus (↑Materialismus, dialektischer) für sich, insofern K. Marx die gesellschaftliche Dynamik auf die W.e der Produktivkräfte zurückführt und F. Engels diese Rückführung auf die Naturgeschichte ausdehnt (↑Materialismus, historischer).

B. B.

Widerspruch (logisch) (engl. contradiction), in der ↑Logik Bezeichnung für ein Paar von Aussagen, von denen eine die ↑Negation der anderen ist, oder (äquivalent) für die ↑Konjunktion $A \wedge \neg A$ zweier solcher Aussagen. Läßt sich in einem formalen System (↑System, formales) ein W. herleiten, dann kann man in diesem System nach den üblichen ↑Axiomen bzw. Regeln der ↑Junktorenlogik, die gleichermaßen klassisch wie konstruktiv gelten (↑Logik, klassische, ↑Logik, konstruktive), jede beliebige Aussage gewinnen (›ex contradictione quodlibet‹). Ausnahmen bilden Systeme der ↑Relevanzlogik und der parakonsistenten Logik, in denen ein W. nicht ›explosiv‹ wirkt, d. h. nicht das ganze System in Mitleidenschaft zieht. Formulierungen einer dialektischen Logik (↑Logik, dialektische) auf formallogischer Basis, die ein Argumentieren trotz logischer W.e erlauben, sind umstritten geblieben. In Systemen mit einer nullstelligen Konstante für die Absurdität (↑falsum, Zeichen: ›$\curlywedge$‹ oder ›$\perp$‹) kann ein W. durch diese Konstante ausgedrückt werden. Das ↑›ex falso quodlibet‹ erlaubt dann die Folgerung beliebiger Aussagen. ↑Widerspruchsfreiheitsbeweise dienen dem Nachweis, daß in einem System kein W. auftritt (↑widerspruchsfrei/Widerspruchsfreiheit). P. S.

Widerspruch, Satz vom (ausgeschlossenen), auch: principium contradictionis (↑kontradiktorisch/Kontradiktion), Prinzip der Logik seit Aristoteles

(›keine Aussage ist zugleich *wahr* und *falsch*‹), der es für ↑Elementaraussagen erstmals formuliert, und das zu den obersten Grundsätzen gehört, die jeder, der überhaupt über etwas argumentieren will, anerkennen muß: »es ist unmöglich, daß dasselbe [Prädikat] demselben [Subjekt] in derselben Hinsicht zugleich zukommt und nicht zukommt« (Met. Γ3.1005b19–20). Davon streng zu unterscheiden ist die aus dem principium contradictionis zusammen mit der Definition des ↑Konjunktors ↑›und‹ und des ↑Negators ↑›nicht‹ folgende, aber traditionell ebenfalls als principium contradictionis bezeichnete (effektive, also auch klassische) logische Wahrheit der das ↑Aussageschema $\neg(A \wedge \neg A)$ (nicht: A und nicht-A) bzw. seine Universalisierung $\bigwedge_x \neg(A(x) \wedge \neg A(x))$ (effektiv logisch äquivalent mit $\neg \bigvee_x (A(x) \wedge \neg A(x))$) erfüllenden Aussagen (↑Logik, formale). K. L.

widerspruchsfrei/Widerspruchsfreiheit (engl. consistent/consistency), auch: *konsistent/Konsistenz*, in der mathematischen Logik (↑Logik, mathematische) Bezeichnung für eine Eigenschaft von Formelmengen (↑Formel). Man unterscheidet zwischen *semantischer* und *syntaktischer* W.. Eine Formelmenge Γ heißt semantisch w., wenn sie ein ↑Modell hat, wenn es also eine Interpretation gibt, unter der alle Formeln in Γ gelten (↑Interpretationssemantik). Von syntaktischer W. spricht man in bezug auf einen vorausgesetzten Ableitbarkeitsbegriff und damit auf ein formales System S (↑ableitbar/Ableitbarkeit, ↑System, formales; D. Hilbert/P. Bernays, Grundlagen der Mathematik I, [2]1968, 19, sprechen daher zutreffender von W. ›im deduktiven Sinne‹). Dabei werden vor allem zwei Begriffe unterschieden: (1) Γ heißt syntaktisch w., falls aus Γ in S kein Widerspruch herleitbar ist (↑Widerspruch (logisch)), d. h. für keine Formel A die Behauptung $\Gamma \vdash_S A \wedge \neg A$ gilt; (2) Γ heißt syntaktisch w., falls nicht jede Formel der betrachteten Sprache aus Γ in S herleitbar ist, d. h. nicht für jede Formel A die Behauptung $\Gamma \vdash_S A$ gilt. Die beiden syntaktischen W.sbegriffe sind in der Regel, d. h. unter der Annahme des ↑ex falso quodlibet, äquivalent; der zweite Begriff ist jedoch allgemeiner, da er ohne Bezugnahme auf den syntaktischen Aufbau von Formeln formuliert ist. Semantische W. impliziert syntaktische W., falls S korrekt ist, d. h., falls mit $\Gamma \vdash_S A$ die logische Folgerungsbeziehung $\Gamma \models A$ (jedes Modell von Γ ist Modell von A) gilt (↑korrekt/Korrektheit). Umgekehrt impliziert syntaktische W. semantische W., falls S vollständig ist, d. h., falls mit $\Gamma \models A$ auch $\Gamma \vdash_S A$ gilt (↑vollständig/Vollständigkeit). Für die ↑Quantorenlogik 1. Stufe sind also alle genannten W.sbegriffe gleichwertig, nicht jedoch notwendigerweise für stärkere Systeme. Häufig (vor allem in englischsprachigen Lehrbüchern) spricht man von semantischer W. eines formalen Systems S statt von semantischer Korrektheit und bezeichnet den Korrektheitssatz auch als Konsistenztheorem. Die Tatsache, daß nur logische Folgerungsbeziehungen in S ableitbar sind, wird also als W. des Ableitbarkeitsbegriffs von S in bezug auf den Folgerungsbegriff aufgefaßt.

Von der W. einer Formel A *relativ* zu einer Formelmenge Γ spricht man, wenn Γ mit A verträglich ist, d. h., wenn $\Gamma \cup \{A\}$ w. ist. A ist *unabhängig* von Γ, falls die Negation von A relativ zu Γ w. ist, d. h., wenn $\Gamma \cup \{\neg A\}$ w. ist (↑unabhängig/Unabhängigkeit (logisch)). In dieser Form wurde der semantische W.sbegriff in einem informellen Sinne schon vor Entstehen der modernen mathematischen Logik verwendet, etwa in Überlegungen zur Unabhängigkeit des ↑Parallelenaxioms von den übrigen Axiomen der ↑Euklidischen Geometrie durch Angabe von Modellen ↑nicht-euklidischer Geometrien.

Verschärfte Begriffe der W., die in speziellen Kontexten eine Rolle spielen, sind vor allem der Begriff der ω-W. (↑ω-vollständig/ω-Vollständigkeit) im Zusammenhang mit den ↑Unvollständigkeitssätzen K. Gödels und der Begriff der maximalen Konsistenz (eine Formelmenge ist maximal konsistent, wenn sie konsistent ist, sich jedoch nicht konsistent erweitern läßt), der in Vollständigkeitsbeweisen nach L. Henkin (↑Vollständigkeitssatz) zentral ist. – Im ↑Hilbertprogramm dient der Nachweis der syntaktischen W. (↑Widerspruchsfreiheitsbeweis) als erkenntnistheoretische Rechtfertigung formalisierter mathematischer Theorien. In der Wissenschaftstheorie faßt man W. als notwendige Bedingung wissenschaftlicher Theorien auf, da widersprüchliche Theorien, aus denen jede beliebige Aussage folgt, keinen empirischen Gehalt (↑Gehalt, empirischer) besitzen.

Literatur: H.-D. Ebbinghaus/J. Flum/W. Thomas, Einführung in die mathematische Logik, Darmstadt 1978, Mannheim etc. [3]1992; D. Hilbert/P. Bernays, Grundlagen der Mathematik, I–II, Berlin 1934/1939, Berlin/Heidelberg/New York [2]1968/1970; S. C. Kleene, Introduction to Metamathematics, Amsterdam 1952, Groningen etc. 1974; J. R. Shoenfield, Mathematical Logic, Reading Mass. etc. 1967. P. S.

Widerspruchsfreiheitsbeweis (engl. consistency proof), Terminus der mathematischen Logik

(›keine Aussage ist zugleich *wahr* und *falsch*‹), der es für ↑Elementaraussagen erstmals formuliert, und das zu den obersten Grundsätzen gehört, die jeder, der überhaupt über etwas argumentieren will, anerkennen muß: »es ist unmöglich, daß dasselbe [Prädikat] demselben [Subjekt] in derselben Hinsicht zugleich zukommt und nicht zukommt« (Met. Γ3.1005b19–20). Davon streng zu unterscheiden ist die aus dem principium contradictionis zusammen mit der Definition des ↑Konjunktors ↑›und‹ und des ↑Negators ↑›nicht‹ folgende, aber traditionell ebenfalls als principium contradictionis bezeichnete (effektive, also auch klassische) logische Wahrheit der das ↑Aussageschema $\neg(A \wedge \neg A)$ (nicht: A und nicht-A) bzw. seine Universalisierung $\bigwedge_x \neg(A(x) \wedge \neg A(x))$ (effektiv logisch äquivalent mit $\neg \bigvee_x (A(x) \wedge \neg A(x))$) erfüllenden Aussagen (↑Logik, formale). K. L.

widerspruchsfrei/Widerspruchsfreiheit (engl. consistent/consistency), auch: *konsistent/Konsistenz*, in der mathematischen Logik (↑Logik, mathematische) Bezeichnung für eine Eigenschaft von Formelmengen (↑Formel). Man unterscheidet zwischen *semantischer* und *syntaktischer* W.. Eine Formelmenge Γ heißt semantisch w., wenn sie ein ↑Modell hat, wenn es also eine Interpretation gibt, unter der alle Formeln in Γ gelten (↑Interpretationssemantik). Von syntaktischer W. spricht man in bezug auf einen vorausgesetzten Ableitbarkeitsbegriff und damit auf ein formales System S (↑ableitbar/Ableitbarkeit, ↑System, formales; D. Hilbert/P. Bernays, Grundlagen der Mathematik I, [2]1968, 19, sprechen daher zutreffender von W. ›im deduktiven Sinne‹). Dabei werden vor allem zwei Begriffe unterschieden: (1) Γ heißt syntaktisch w., falls aus Γ in S kein Widerspruch herleitbar ist (↑Widerspruch (logisch)), d. h. für keine Formel A die Behauptung $\Gamma \vdash_S A \wedge \neg A$ gilt; (2) Γ heißt syntaktisch w., falls nicht jede Formel der betrachteten Sprache aus Γ in S herleitbar ist, d. h. nicht für jede Formel A die Behauptung $\Gamma \vdash_S A$ gilt. Die beiden syntaktischen W.sbegriffe sind in der Regel, d. h. unter der Annahme des ↑ex falso quodlibet, äquivalent; der zweite Begriff ist jedoch allgemeiner, da er ohne Bezugnahme auf den syntaktischen Aufbau von Formeln formuliert ist. Semantische W. impliziert syntaktische W., falls S korrekt ist, d. h., falls mit $\Gamma \vdash_S A$ die logische Folgerungsbeziehung $\Gamma \vDash A$ (jedes Modell von Γ ist Modell von A) gilt (↑korrekt/Korrektheit). Umgekehrt impliziert syntaktische W. semantische W., falls S vollständig ist, d. h., falls mit $\Gamma \vDash A$ auch $\Gamma \vdash_S A$ gilt (↑vollständig/Vollständigkeit). Für die ↑Quantorenlogik 1. Stufe sind also alle genannten W.sbegriffe gleichwertig, nicht jedoch notwendigerweise für stärkere Systeme. Häufig (vor allem in englischsprachigen Lehrbüchern) spricht man von semantischer W. eines formalen Systems S statt von semantischer Korrektheit und bezeichnet den Korrektheitssatz auch als Konsistenztheorem. Die Tatsache, daß nur logische Folgerungsbeziehungen in S ableitbar sind, wird also als W. des Ableitbarkeitsbegriffs von S in bezug auf den Folgerungsbegriff aufgefaßt.

Von der W. einer Formel A *relativ* zu einer Formelmenge Γ spricht man, wenn Γ mit A verträglich ist, d. h., wenn $\Gamma \cup \{A\}$ w. ist. A ist *unabhängig* von Γ, falls die Negation von A relativ zu Γ w. ist, d. h., wenn $\Gamma \cup \{\neg A\}$ w. ist (↑unabhängig/Unabhängigkeit (logisch)). In dieser Form wurde der semantische W.sbegriff in einem informellen Sinne schon vor Entstehen der modernen mathematischen Logik verwendet, etwa in Überlegungen zur Unabhängigkeit des ↑Parallelenaxioms von den übrigen Axiomen der ↑Euklidischen Geometrie durch Angabe von Modellen ↑nicht-euklidischer Geometrien.

Verschärfte Begriffe der W., die in speziellen Kontexten eine Rolle spielen, sind vor allem der Begriff der ω-W. (↑ω-vollständig/ω-Vollständigkeit) im Zusammenhang mit den ↑Unvollständigkeitssätzen K. Gödels und der Begriff der maximalen Konsistenz (eine Formelmenge ist maximal konsistent, wenn sie konsistent ist, sich jedoch nicht konsistent erweitern läßt), der in Vollständigkeitsbeweisen nach L. Henkin (↑Vollständigkeitssatz) zentral ist. – Im ↑Hilbertprogramm dient der Nachweis der syntaktischen W. (↑Widerspruchsfreiheitsbeweis) als erkenntnistheoretische Rechtfertigung formalisierter mathematischer Theorien. In der Wissenschaftstheorie faßt man W. als notwendige Bedingung wissenschaftlicher Theorien auf, da widersprüchliche Theorien, aus denen jede beliebige Aussage folgt, keinen empirischen Gehalt (↑Gehalt, empirischer) besitzen.

Literatur: H.-D. Ebbinghaus/J. Flum/W. Thomas, Einführung in die mathematische Logik, Darmstadt 1978, Mannheim etc. [3]1992; D. Hilbert/P. Bernays, Grundlagen der Mathematik, I–II, Berlin 1934/1939, Berlin/Heidelberg/New York [2]1968/1970; S. C. Kleene, Introduction to Metamathematics, Amsterdam 1952, Groningen etc. 1974; J. R. Shoenfield, Mathematical Logic, Reading Mass. etc. 1967. P. S.

Widerspruchsfreiheitsbeweis (engl. consistency proof), Terminus der mathematischen Logik

(↑Logik, mathematische), insbes. der ↑Beweistheorie. Ein W. dient dem Nachweis der Widerspruchsfreiheit (↑widerspruchsfrei/Widerspruchsfreiheit) eines formalen Systems (↑System, formales) S, und zwar im semantischen Sinne durch Angabe eines ↑Modells für die ↑Axiome von S, im syntaktischen Sinne z. B. durch Nachweis der Tatsache, daß nicht alle ↑Formeln der Sprache von S in S ableitbar sind. Die syntaktische Lesart wurde durch das ↑Hilbertprogramm, das eine formalistische Grundlegung der Mathematik (↑Formalismus, ↑Metamathematik) anstrebte, in den Vordergrund gerückt. Darin haben W.e die Aufgabe, mathematische Schlußweisen, die inhaltlich als problematisch erscheinen, als formale Operationen zu rechtfertigen. Hierzu kommen semantische W.e nicht in Frage, da im Falle leistungsfähiger mathematischer Theorien Modelle über unendlichen (↑unendlich/Unendlichkeit) Objektbereichen betrachtet werden müssen, deren Beschreibung problematische (infinite) Methoden erfordert (vgl. D. Hilbert/P. Bernays, Grundlagen der Mathematik I, ^{2}1968, 15–17). Vielmehr dürfen in W.en selbst nur unproblematische (finite, ↑finit/Finitismus) Schlußweisen verwendet werden. Nach der ursprünglichen Konzeption Hilberts wurden solche finiten Schlußweisen als eine Teilklasse der Schlußweisen der betrachteten Theorie aufgefaßt. Diese Konzeption mußte schon 1931 auf Grund der ↑Unvollständigkeitssätze K. Gödels aufgegeben werden, aus denen unter Verwendung der arithmetischen Kodierung syntaktischer Begriffe folgt, daß W.e für Formalismen, die die Arithmetik der natürlichen Zahlen (↑Peano-Axiome, ↑Peano-Formalismus) oder entsprechend starke Theorien umfassen, immer Mittel verwenden müssen, die in den betreffenden Theorien nicht ausdrückbar sind. Als Ausweg bietet sich an, (1) diese zusätzlichen Mittel als unproblematischer anzusehen als gewisse Bestandsstücke der betreffenden Theorie, die im W. nicht benutzt werden (z. B. eine quantorenfreie Theorie mit starken transfiniten Induktionsprinzipien [↑Induktion, transfinite] als unproblematischer als eine Theorie mit ↑Quantoren, aber schwächerem Induktionsprinzip), oder (2) das reduktionistische (↑Reduktionismus) Programm ganz aufzugeben und die philosophische oder begriffliche Signifikanz von W.en nicht im Resultat der (vermeintlich absoluten) Widerspruchsfreiheit, sondern in den dabei verwendeten Methoden und bewiesenen allgemeinen Resultaten zu sehen, insbes. zur Einbettung von Theorien in andere Theorien, oder in der Charakterisierung der Stärke von Theorien durch Induktionsprinzipien. Vertreter der ersten Position sind z. B. G. Gentzen und P. Lorenzen, Vertreter der zweiten Position z. B. G. Kreisel und D. Prawitz.

W.e für die Peano-Arithmetik 1. Stufe hat erstmals Gentzen im Rahmen der nach ihm benannten ↑Gentzentypkalküle (↑Kalkül des natürlichen Schließens, ↑Sequenzenkalkül) und im Zusammenhang mit seinem Verfahren der Schnittelimination (↑Schnittregel) vorgelegt. Diese Beweise benutzen das Prinzip der transfiniten Induktion bis zur ↑Ordinalzahl ε_0, das in der Peano-Arithmetik selbst nicht formalisierbar ist. Aus diesem Resultat ging das (insbes. von K. Schütte und S. Feferman verfolgte) beweistheoretische Programm hervor, arithmetische Theorien durch kleinste Ordinalzahlen zu charakterisieren, deren Wohlgeordnetheit (↑Wohlordnung) in der Theorie selbst nicht beweisbar ist, die aber zum W. der Theorie als Grundlage eines Induktionsprinzips benötigt werden. Ein anderes Verfahren ist Gödels ↑Funktionalinterpretation, in der zum Nachweis der Widerspruchsfreiheit der Arithmetik diese in eine quantorenfreie Theorie eingebettet wird, die anders als die Arithmetik selbst Funktionale beliebiger endlicher Stufe als Ausdrucksmittel hat. Weitere klassische W.e betreffen die verzweigte ↑Typentheorie (Lorenzen), die einfache Typentheorie (Prawitz, M. Takahashi) und Teilsysteme der Analysis (z. B. Feferman, J.-Y. Girard, Kreisel, Schütte, G. Takeuti).

Literatur: G. Gentzen, Die Widerspruchsfreiheit der reinen Zahlentheorie, Math. Ann. 112 (1936), 493–565, separat Darmstadt 1967 (engl. The Consistency of Elementary Number Theory, in: M. E. Szabo [ed.], The Collected Papers of Gerhard Gentzen, Amsterdam/London 1969, 132–213); ders., Neue Fassung des W.es für die reine Zahlentheorie, in: ders., Die gegenwärtige Lage in der mathematischen Grundlagenforschung. Neue Fassung des W.es für die reine Zahlentheorie, Leipzig 1938 (repr. Darmstadt 1969, Hildesheim 1970), 19–44 (engl. New Version of the Consistency Proof for Elementary Number Theory, in: M. E. Szabo [ed.], The Collected Papers of Gerhard Gentzen [s. o.], 252–286); J.-Y. Girard, Proof Theory and Logical Complexity I, Neapel 1987; D. Hilbert/P. Bernays, Grundlagen der Mathematik, I–II, Berlin 1934/1939, Berlin/Heidelberg/New York ^{2}1968/1970; S. C. Kleene, Introduction to Metamathematics, Amsterdam, New York 1952, Groningen 1991; G. Kreisel, Mathematical Significance of Consistency Proofs, J. Symb. Log. 23 (1958), 155–182; P. Lorenzen, Metamathematik, Mannheim 1962, Mannheim/Wien/Zürich ^{2}1980; K. Schütte, Beweistheorie, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1960; ders., Proof Theory, Berlin/Heidelberg/New York 1977. P. S.

Wiedererinnerung, ↑Anamnesis.

über alle Anfangspunkte. Jeder einzelne Term ist gegeben durch die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen am Punkt $\underline{m}'$ zu finden, multipliziert mit der Übergangswahrscheinlichkeit $w(\underline{m},\underline{m}')$ pro Zeiteinheit für den Übergang von $\underline{m}'$ nach $\underline{m}$. Entsprechend findet man die Rate von herausgehenden Übergängen. Dann folgt die Master-Gleichung

$$\dot{P}(\underline{m},t) = \sum_{\underline{m}'} w(\underline{m},\underline{m}')\, P(\underline{m}',t) - P(\underline{m},t) \sum_{\underline{m}'} w(\underline{m}',\underline{m})$$

mit den Übergangsraten $w(\underline{m},\underline{m}')$ bzw. $w(\underline{m}',\underline{m})$. Die Master-Gleichung ist von fachübergreifender Bedeutung für alle Z.sprozesse der Physik, Chemie, Biologie, Ökonomie und Sozialwissenschaften.

Deterministische Prozesse können von geringsten Z.sfluktuationen der ↑Anfangsbedingungen abhängig sein, wenn die entsprechenden ↑Bewegungsgleichungen nicht-linear sind. So können nach den nicht-linearen ↑Differentialgleichungen des Meteorologen E. Lorenz geringste lokale Z.sschwankungen wie z. B. der Flügelschlag eines Schmetterlings (›Schmetterlingseffekt‹) die globale Wetterlage völlig verändern, obwohl die Zustandstrajektorien des Wetters mathematisch eindeutig determiniert sind. In solchen deterministisch-chaotischen Systemen beeinflußt also der Z. zukünftige Entwicklungen auf Grund der Sensibilität gegenüber geringsten Veränderungen von Anfangsbedingungen. Demgegenüber gibt es für Quantensysteme (↑Quantentheorie) keine eindeutig determinierten Bewegungsbahnen, da nach der Heisenbergschen ↑Unschärferelation Ort und Impuls nicht gleichzeitig mit beliebiger Genauigkeit gemessen und nur Erwartungswahrscheinlichkeiten vorausberechnet werden können. Der Z., der mit diesen statistischen Verfahren in die Naturbeschreibung kommt, ist aber nicht auf die unvollständige Kenntnis an sich determinierter Naturabläufe zurückzuführen, wie noch A. Einstein vermutete (»Gott würfelt nicht!«). Vielmehr handelt es sich nach der Quantentheorie und den Experimenten zu den EPR-Korrelationen um einen Grundzug der Quantenwelt. – In der biologischen Evolution tritt der Z. als ↑Mutation auf. Autokatalytische Prozesse führen bereits auf molekularbiologischer Basis zu einer Bewertung und Auslese vorteilhafter Z.e, die mathematisch durch Evolutionsgleichungen und ↑Extremalprinzipien modelliert werden. In diesem Sinne steuern während der ↑Evolution (nach M. Eigen) Naturgesetze den Z..

Literatur: M. S. Bartlett, An Introduction to Stochastic Processes. With Special Reference to Methods and Applications, Cambridge etc. 1955, [3]1978; H. Breider, Über Z. und Wahrscheinlichkeit. Sternschnuppen – schwarze Löcher – Seifenblasen, Frankfurt 1995; C. G. D. Cohen (ed.), Fundamental Problems in Statistical Mechanics. Proceedings of the NUFFIC International Summer Course in Science at Nijenrode Castle, The Netherlands, August, 1961, Amsterdam 1962; M. Eigen/R. Winkler, Das Spiel. Naturgesetze steuern den Z., München 1975, [9]1990; P. Erbrich, Z.. Eine naturwissenschaftlich-philosophische Untersuchung, Stuttgart etc. 1988; H. Haken, Synergetics. An Introduction, Berlin etc. 1977, [3]1983 (dt. Synergetik. Eine Einführung. Nichtgleichgewichts-Phasenübergänge und Selbstorganisation in Physik, Chemie und Biologie, Berlin/Heidelberg/New York 1982, [3]1990); K. Jacobs, Turing-Maschinen und zufällige 0-1-Folgen, in: ders. (ed.), Selecta Mathematica II, Berlin/Heidelberg/New York 1970, 141–167; J. Keizer, On the Solutions and the Steady States of a Master Equation, New York 1972; G. Koch, Kausalität, Determinismus und Z. in der wissenschaftlichen Naturbeschreibung, Berlin 1994; A. N. Kolmogorov, Three Approaches to the Quantitative Definition of Information, Problems of Information Transmission 1 (1965), 1–7 (russ. Original in: Problemy Peredachi Informatsii 1 [1965], 3–11); P. Martin-Löf, The Definition of Random Sequences, Information and Control 9 (1966), 602–619; R. v. Mises, Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Math. Z. 5 (1919), 52–99; J. Monod, Le hasard et la nécessité. Essai sur la philosophie naturelle de la biologie moderne, Paris 1970, [2]1971 (dt. Z. und Notwendigkeit. Philosophische Fragen der modernen Biologie, München 1971, [9]1991); J. Seifen, Der Z., eine Chimäre? Untersuchung zum Z.sbegriff in der philosophischen Tradition und bei Gottfried Wilhelm Leibniz, Sankt Augustin 1992; K. Sigmund, Spielpläne. Z., Chaos und die Strategien der Evolution, Hamburg 1995; T. T. Soong, Random Differential Equations in Science and Engineering, New York 1973; R. L. Stratonovich, Topics in the Theory of Random Noise I (General Theory of Random Processes. Nonlinear Transformations of Signals and Noise), New York/London 1963, II (Peaks of Random Functions and the Effect of Noise on Relays. Nonlinear Self-Excited Oscillations in the Presence of Noise), New York/London/Paris 1967; L. Tarassow, Mir, postroenny na verojatnosti, Moskau 1984 (dt. Wie der Z. will? Vom Wesen der Wahrscheinlichkeit, Heidelberg/Berlin/Oxford 1993); J. A. Ville, Étude critique de la notion de collectif, Paris 1939; N. Wax (ed.), Selected Papers on Noise and Stochastic Processes, New York 1954; R. G. Wesson, Beyond Natural Selection, Cambridge Mass. 1991 (dt. Chaos, Z. und Auslese in der Natur, Frankfurt 1995); W. Windelband, Die Lehren vom Z., Berlin 1870. K. M.

Zufallsfunktion, von W. Stegmüller (Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie IV/1 [Personelle Wahrscheinlichkeit und Rationale Entscheidung], Berlin/Heidelberg/New York 1973, 159–160) vorgeschlagener Terminus anstelle des in der ↑Wahrscheinlichkeitstheorie gebräuchlichen Standardterminus ›Zufallsvariable‹ und des (gelegentlich verwendeten) Terminus ›zufällige Größe‹ zur Bezeichnung einer meßbaren reellwertigen Funktion (allgemeiner: mit Werten in beliebigen Meßräumen) über einem Stichprobenraum. P. S.

Zufallsgenerator, Bezeichnung für ein Verfahren, Folgen von Zufallszahlen zu erzeugen. Empirische Z.en sind z. B. Rouletträder, Anordnungen zum Münzwurf oder Zählmechanismen für das Auftreten von subatomaren Partikeln beim radioaktiven Zerfall. Die von Z.en erzeugten Zufallszahlen werden insbes. für die ↑Simulation von natürlichen Abläufen benötigt, in denen Zufallseffekte eine Rolle spielen. Für solche wissenschaftlichen Anwendungen sind *algorithmische* Verfahren (↑Algorithmentheorie) wichtig, die sich auf Rechnern implementieren lassen. Derartige Verfahren sind eng mit dem Begriff einer zufälligen (↑zufällig/Zufall) Folge (bestehend z. B. aus 0 und 1) verknüpft. Die heute gebräuchlichen algorithmischen Definitionen zufälliger Folgen gehen auf den Begriff des Kollektivs bei R. v. Mises zurück. Dabei handelt es sich um eine Folge, deren zugeordnete Folge relativer Häufigkeiten konvergiert, wobei alle gesetzmäßig ausgewählten Teilfolgen denselben Grenzwert haben. Algorithmische Z.en folgen deterministischen Verfahren und können entsprechend keine ›echten‹ Zufallszahlen, sondern nur so genannte ›Pseudozufallszahlen‹ liefern. Diese Algorithmen sind allerdings so verfeinert worden, daß sie Zahlenfolgen generieren, die sich praktisch nicht von Folgen ›echter‹ Zufallszahlen unterscheiden lassen. Dies läßt sich analog zum Verfahren der empirischen Beobachtung stochastischer Vorgänge auffassen, bei dem auch nicht bekannt ist, ob ›wirkliche Zufälligkeit‹ eine Rolle spielt (falls man diesen Begriff für philosophisch zulässig hält, ↑Determinismus). Zunächst benötigt man dazu gleichverteilte Zufallszahlen (›Standardzufallszahlen‹ oder ›uniforme‹ Zufallszahlen zwischen 0 und 1, die alle mit gleicher ↑Wahrscheinlichkeit auftreten). Dann lassen sich durch geeignete Transformationen Zufallszahlen erzeugen, die anderen Verteilungen (die z. B. für eine Simulation benötigt werden) genügen. – In der Diskussion über die philosophischen Grundlagen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs hat P. Lorenzen den Versuch unternommen, die Kolmogorov-Axiome der ↑Wahrscheinlichkeitstheorie aus Anforderungen (Normen) für die Herstellung von empirischen Z.en zu rechtfertigen.

Literatur: L. Afflerbach/J. Lehn (eds.), Kolloquium über Zufallszahlen und Simulationen, Darmstadt, 21. März 1986, Stuttgart 1986; I. Deák, Random Number Generators and Simulation, Budapest 1990; D. E. Knuth, The Art of Computer Programming II (Seminumerical Algorithms), Reading Mass. etc. 1969, [2]1981, 1–77 (Chap. 3 Random Numbers); P. Lorenzen, Konstruktive Wissenschaftstheorie, Frankfurt 1974, 209–218 (Zur Definition von »Wahrscheinlichkeit«); R. Mathar/D. Pfeifer, Stochastik für Informatiker, Stuttgart 1990, 318–351; R. Motwani/P. Raghavan, Randomized Algorithms, Cambridge etc. 1995; H. Niederreiter, Random Number Generation and Quasi-Monte Carlo Methods, Philadelphia Pa. 1992; S. K. Park/K. W. Miller, Random Number Generators: Good Ones Are Hard to Find, Communications of the ACM 31 (1988), 1192–1201. P. S.

zuhanden, ↑vorhanden/zuhanden.

zukommen, in der Theorie der ↑Prädikation verwendeter Terminus für das berechtigte Zusprechen (↑zusprechen/absprechen) eines ↑Prädikators ›P‹ zu einem oder mehreren Gegenständen, die durch ↑Nominatoren ›n‹, ›m‹, ... vertreten sind, so daß die entstandene ↑affirmative ↑Elementaraussage ›$n,m,\ldots \varepsilon P$‹ *gilt*, also *wahr* (↑wahr/das Wahre) ist.

K. L.

zulässig/Zulässigkeit (engl. admissible/admissibility, permissible/permissibility), in der mathematischen Logik (↑Logik, mathematische), speziell der ↑Beweistheorie, Bezeichnung für eine Eigenschaft von Ableitungsregeln. Eine Regel R heißt z. in einem formalen System (↑System, formales, ↑Kalkül) K, wenn die Hinzunahme von R zu den Ableitungsregeln von K die Klasse der in K ableitbaren Formeln nicht echt erweitert, d. h., wenn für alle Formeln A die Implikation

falls $\vdash_{K+R} A$, dann $\vdash_K A$

gilt, wobei ›$K + R$‹ das System K, erweitert um R, bezeichnen soll. Ist R die Regel $B_1,\ldots,B_n \Rightarrow B$, dann bedeutet dies, daß für jede durch Ersetzung schematischer Buchstaben oder ↑Variablen erhaltene Instanz $B'_1,\ldots,B'_n \Rightarrow B'$ von R gilt:

falls $\vdash_K B'_1, \ldots, \vdash_K B'_n$, dann $\vdash_K B'$.

Daß R in K z. ist, zeigt man durch den Nachweis, daß R in $K + R$ eliminierbar (↑Elimination) ist, d. h., daß jede Ableitung in $K + R$, die R benutzt, in eine Ableitung in $K + R$ ohne Anwendung von R (und somit in eine Ableitung in K) überführt werden kann.

Der Begriff der z.en Regel ist in der beschriebenen Form nur für annahmenfreie Ableitungen in formalen Systemen sinnvoll definiert, die keine Annahmenbeseitigung erlauben (z. B. also nicht für ↑Kalküle des natürlichen Schließens). Der stärkere Begriff der ableitbaren Regel greift dagegen auf Ableitungen aus Annahmen zurück: R ist ableitbar, falls für jede Instanz $B'_1,\ldots,B'_n \Rightarrow B'$ von R gilt:

$B'_1,\ldots,B'_n \vdash_K B'$,

von »Wahrscheinlichkeit«); R. Mathar/D. Pfeifer, Stochastik für Informatiker, Stuttgart 1990, 318–351; R. Motwani/P. Raghavan, Randomized Algorithms, Cambridge etc. 1995; H. Niederreiter, Random Number Generation and Quasi-Monte Carlo Methods, Philadelphia Pa. 1992; S. K. Park/K. W. Miller, Random Number Generators: Good Ones Are Hard to Find, Communications of the ACM 31 (1988), 1192–1201. P. S.

zuhanden, ↑vorhanden/zuhanden.

zukommen, in der Theorie der ↑Prädikation verwendeter Terminus für das berechtigte Zusprechen (↑zusprechen/absprechen) eines ↑Prädikators ›*P*‹ zu einem oder mehreren Gegenständen, die durch ↑Nominatoren ›*n*‹, ›*m*‹, ... vertreten sind, so daß die entstandene ↑affirmative ↑Elementaraussage ›*n,m*,... ε *P*‹ *gilt*, also *wahr* (↑wahr/das Wahre) ist. K. L.

zulässig/Zulässigkeit (engl. admissible/admissibility, permissible/permissibility), in der mathematischen Logik (↑Logik, mathematische), speziell der ↑Beweistheorie, Bezeichnung für eine Eigenschaft von Ableitungsregeln. Eine Regel R heißt z. in einem formalen System (↑System, formales, ↑Kalkül) K, wenn die Hinzunahme von R zu den Ableitungsregeln von K die Klasse der in K ableitbaren Formeln nicht echt erweitert, d. h., wenn für alle Formeln A die Implikation

falls $\vdash_{K+R} A$, dann $\vdash_K A$

gilt, wobei ›$K + R$‹ das System K, erweitert um R, bezeichnen soll. Ist R die Regel $B_1, \ldots, B_n \Rightarrow B$, dann bedeutet dies, daß für jede durch Ersetzung schematischer Buchstaben oder ↑Variablen erhaltene Instanz $B'_1, \ldots, B'_n \Rightarrow B'$ von R gilt:

falls $\vdash_K B'_1, \ldots, \vdash_K B'_n$, dann $\vdash_K B'$.

Daß R in K z. ist, zeigt man durch den Nachweis, daß R in $K + R$ eliminierbar (↑Elimination) ist, d. h., daß jede Ableitung in $K + R$, die R benutzt, in eine Ableitung in $K + R$ ohne Anwendung von R (und somit in eine Ableitung in K) überführt werden kann.

Der Begriff der z.en Regel ist in der beschriebenen Form nur für annahmenfreie Ableitungen in formalen Systemen sinnvoll definiert, die keine Annahmenbeseitigung erlauben (z. B. also nicht für ↑Kalküle des natürlichen Schließens). Der stärkere Begriff der ableitbaren Regel greift dagegen auf Ableitungen aus Annahmen zurück: R ist ableitbar, falls für jede Instanz $B'_1, \ldots, B'_n \Rightarrow B'$ von R gilt:

$B'_1, \ldots, B'_n \vdash_K B'$,

oder äquivalent:

für alle Annahmensysteme Γ,
falls $\Gamma \vdash_K B'_1, \ldots, \Gamma \vdash_K B'_n$, dann $\Gamma \vdash_K B'$.

Die Regel R heißt *schematisch* ableitbar, wenn $B_1, \ldots, B_n \vdash_K B$ gilt, wobei die freien Variablen und schematischen Zeichen wie ↑Konstanten behandelt, also nicht instanziiert werden. Leider wird in der englischsprachigen Terminologie häufig der Terminus ›derived rule‹ oder ›derivable rule‹ für z.e Regeln verwendet, was zu Konfusionen führen kann. – Das klassische Beispiel einer z.en Regel ist die ↑Schnittregel in ↑Sequenzenkalkülen: Die Methode der Schnittelimination als zentrales Verfahren der Beweistheorie zeigt, daß in bestimmten formalen Systemen wie z. B. der ↑Quantorenlogik erster Stufe die Schnittregel z. ist.

In seiner *operativen Logik* (↑Logik, operative) hat P. Lorenzen den Begriff der Z. terminologisch fixiert (Einführung in die operative Logik und Mathematik, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1955, Berlin/Heidelberg/New York [2]1969). In diesem Zusammenhang unternimmt Lorenzen auch einen philosophischen Begründungsversuch der intuitionistischen Logik (↑Logik, intuitionistische), der auf diesem Begriff aufbaut, indem er Hierarchien z.er Regeln definiert und logische Regeln als solche charakterisiert, die ›allgemein-z.‹, d. h. in bezug auf jedes beliebige formale System z., sind. Dieser Begründungsansatz, der von Lorenzen selbst später zugunsten des *dialogischen* Ansatzes (↑Logik, dialogische) uminterpretiert und teilweise aufgegeben wurde, scheint heute angesichts seiner Nähe zur Theorie induktiver Definitionen als Theorie elementarer formaler Systeme, die in der theoretischen Informatik ein neues Anwendungsfeld gewonnen hat (bis hin zum Entwurf regelbasierter ↑Programmiersprachen wie PROLOG) von besonderem Interesse.

Daneben gibt es einen auf S. Kripke (Transfinite Recursions on Admissible Ordinals, J. Symb. Log. 29 [1964], 161–162) und R. A. Platek (Foundations of Recursion Theory, Diss. Stanford Calif. 1966) zurückgehenden rekursions- und mengentheoretischen Begriff der Z., der ↑Ordinalzahlen bzw. ↑Mengen bestimmter Struktur charakterisiert (vgl. J. Barwise, Admissible Sets and Structures. An Approach to Definability Theory, Berlin/Heidelberg/New York 1975). P. S.

Zuordnung, Terminus der ↑Mengenlehre. Eine Z. der Elemente x einer ↑Menge M zu den Elementen y einer Menge N ist eine 2-stellige ↑Relation $R \subseteq$