Datei 0Enzy2_L-O: Buchstabenbereich L-O

Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie, ed. J. Mittelstraß,
1. Auflage, Bd. 2 (H-O), Mannheim/Wien/Zürich 1984

Artikel von Peter Schroeder-Heister als Autor oder Co-Autor (gezeichnet mit: P.S.)

Herbrand, Jacques
Heytingalgebra
Hilberttypkalkül
Implikation, induktive
Implikationenkalkül
Individualbegriff
intern/extern
Interpretation, partielle
Interpretationssemantik
Intervallschachtelung
irrational (mathematisch)
isomorph/Isomorphie
Kalkül des natürlichen Schließens
Kausalanalyse
Keynes, John Neville
Klasseneinteilung
Klassenlogik
Klaus, Georg
Körner, Stephan
Körper (mathematisch)
Koexistenzgesetz
Koinzidenztheorem
Kolmogorov, Andrej Nikolajevič
Kombinatorik
Kommensurabel/Kommensurabilität
Komplement
Konsequenzenlogik
Konstante
Konstrukt
Konstruktion (logisch)
Kontinuumhypothese
Konzeptualismus
Korrekt/Korrektheit
Kreisel, Georg
Kripke, Saul Aaron
Kripke-Semantik
Kuratowski, Kazimierz
Lambda-Kalkül
Lambda-Operator
Landau, Edmund
Lebesgue, Henri Léon
Leerformel
Leerprädikator
Lemma
Lindenbaum-Algebra
Logik des \`Entailment´
Logik des Scheins
Logik, dialektische
Logik, extensionale
Logik, induktive
Logik, intensionale
Logik, intermediäre
Logik, kombinatorische

Logik, mathematische
Logik, mehrwertige
Logik, nicht-klassische
Logik, strenge
Logik, zweiwertige
L-Semantik
Lügner-Paradoxie
Markov, Andrej Andreevič (sen.)
Markov, Andrej Andreevič (jr.)
Markov-Algorithmus
Maß
Matrix
Matrix, logische
Menge
Menge, leere
Mengenlehre
Mengenlehre, axiomatische
Mengenlehre, konstruktive
Mengenlehre, transfinite
Meßtheorie
Metrik
Metrisierung
Minimalaussage
Minimalgesetz
Minimalkalkül
Mises, Richard Martin, Edler von
Montague, Richard
Montague-Grammatik
Mostowski, Andrzej
New Foundations-Axiomensystem
Nichtkreativität
Normalform
Normalverteilung
Notation, logische
n-stellig/n-Stelligkeit
Nullmenge
o
Oppenheim, Paul
Ordinalzahl
ω-vollständig/ω-Vollständigkeit

hauptungen beruhten entweder auf Irrtum oder Betrug (E. Kammer), entsprangen politisch gestütztem Wunschdenken (T.D. Lysenko) oder konnten nicht unabhängig experimentell verifiziert werden (W. McDougall). Neuere (allerdings auch wieder umstrittene) Experimente mit erworbener Immuntoleranz gegenüber fremden Gewebeverträglichkeitsantigenen behaupten jedoch, entgegen Weismanns Doktrin, die Möglichkeit einer Beeinflussung der Keimbahn durch das Soma bei sich sexuell reproduzierenden (multizellulären) Organismen und damit die Möglichkeit der Vererbung erworbener Eigenschaften. Dies unter Beibehaltung des Darwinschen Selektionsprinzips, das nun auf die Gene von Körperzellen wirken soll. Ständiger und starker Selektionsdruck soll schließlich die Übertragungswahrscheinlichkeit selektierter Mutanten auf die homologen Mendelschen Loci der Keimbahn leisten. – Eine solche lamarckistische Komponente der Evolutionstheorie (durchaus Selektion einschließend) würde sich insbesondere zur Erklärung der Simultanevolution eignen. Simultane Evolution ist deswegen unabdingbar, weil die evolutionäre Veränderung eines einzelnen Gens in der Regel keinen Reproduktionsvorteil bietet. Denn ein einzelner entsprechender neuer Phänotyp ist im allgemeinen nur dann vorteilhaft, wenn sich das Gefüge, in dem er auftritt, in passender Weise mitverändert. Auf der Basis des Weismannschen Dogmas ist eine solche parallele Evolution höchst unwahrscheinlich und in den für die Evolution zur Verfügung stehenden Zeiträumen schwer unterzubringen. An diesen und ähnlichen ›problematischen‹ Punkten des Darwinismus dürften immer wieder lamarckistische Theorien auftreten.

Als ›Psycholamarckismus‹ wurde um die Jahrhundertwende die Theorie bezeichnet, wonach ein Organismus (auch unbewußt) durch Probieren die passendsten Mittel für seine Zwecke auswählt. Das dabei sich allmählich herausbildende ›Gedächtnis‹ für zweckmäßige Reaktionen wird dann nach dieser Theorie weitervererbt. Ähnlich nimmt die auch als ›Pseudolamarckismus‹ bezeichnete Auffassung, die auf E. Hering zurückgeht und vor allem von R. Semon vertreten wurde, eine ›Mneme‹ (griech. Gedächtnis) an, die alle vererbten und dauerhaft erworbenen Eigenschaften umfaßt und selektiv modifiziert in den Evolutionsprozeß einbringt. Ein damit verwandter ›simulierter L.‹ wird von A. Hardy vertreten. Im Unterschied zu dieser möglichen lamarckistischen Erklärungsvariante der Evolution der *Organismen* ist hinsichtlich der *kulturellen* Evolution des Menschen in einer metaphorischen Weise von ›L.‹ die Rede, insofern erworbene Kultur- und Zivilisationsstandards in der Generationenfolge nicht genetisch, sondern als *Tradition* weitergegeben werden. Lamarckistische Auffassungen wurden häufig durch eine kurzschlüssige Beziehung zur Politik mißbraucht und diskretiert. Cum grano salis neigen gesellschaftsverändernde Kräfte zum L., weil dieser sich mit dem Gedanken der Anpassung der Menschen an verbesserte gesellschaftliche Umstände verbinden läßt, während Konservative zum ↑Darwinismus neigen, der eine solche Wirkung von Gesellschaftsveränderungen ausschließt.

*Literatur:* H.G. Cannon, The Evolution of Living Things, Manchester 1958; ders., Lamarck and Modern Genetics, Manchester 1959; R.M. Gorczynsky/E.J. Steele, Simultaneous yet Independent Inheritance of Somatically Acquired Tolerance to Two Distinct H-2 Antigenic Haplotype Determinants in Mice, Nature 289 (1981), 678–681; A.C. Hardy, The Living Stream. A Restatement of Evolution Theory and Its Relation to the Spirit of Man, London 1965; D. Joravski, The Lysenko Affair, Cambridge Mass. 1970; A. Koestler, The Case of the Midwife Toad, London/New York 1971; D. Lecourt, Lyssenko. Histoire réelle d'une science prolétarienne, Paris 1976 (dt. Proletarische Wissenschaft? Der »Fall Lyssenko« und der Lyssenkoismus, Berlin 1976); R. Lewontin/R. Levins, The Problem of Lysenkoism, in: H. Rose/S. Rose (eds.), The Radicalisation of Science: Ideology of/in the Natural Sciences, London/Basingstoke 1976, 32–64; Z.A. Medvedev, The Rise and Fall of T.D. Lysenko, New York, London 1969 (dt. S.A. Medwedjew, Der Fall Lyssenko. Eine Wissenschaft kapituliert, Hamburg 1971, München 1974); D.R. Oldroyd, Darwinian Impacts. An Introduction to the Darwinian Revolution, Milton Keynes 1980, 174–189; A. Pauly, Darwinismus und L.. Entwurf einer psychophysischen Teleologie, München 1905; E.J. Pfeifer, The Genesis of American Neo-Lamarckism, Isis 56 (1965), 156–167; J.-P. Regelmann, Die Geschichte des Lyssenkoismus, Frankfurt 1980; B. Rensch, L., Hist. Wb. Ph. V (1980), 10–11; R. Semon, Die Mneme als erhaltendes Prinzip im Wechsel des organischen Geschehens, Leipzig 1904, rev. $^3$1911, $^5$1920; R. Sheldrake, A New Science of Life. The Hypothesis of Formative Causation, London 1981; E.J. Steele, Somatic Selection and Adaptive Evolution. On the Inheritance of Acquired Characters, Toronto 1979; G.W. Stocking, Lamarckianism in American Social Science: 1890–1915, J. Hist. Ideas 23 (1962), 239–256; A. Wagner, Geschichte des L.. Als Einführung in die psycho-biologische Bewegung der Gegenwart, Stuttgart o.J. [1913]; W. Zimmermann, Vererbung »erworbener Eigenschaften« und Auslese, Stuttgart $^2$1969; Les Néo-Lamarckiens Français, Rev. synth. 100 (1979), No. 95/96, 275–468; weitere Literatur ↑Lamarck. G.W.

**Lambda-Kalkül** ($\lambda$-Kalkül, engl. $\lambda$-calculus), ein ↑Kalkül, den man als Kodifikat einer allgemeinen Funktionstheorie ansehen kann, die (1) Funktionen im Gegensatz zu der in der Mathematik verbreiteten extensionalen Auffassung als intensionale Objekte, d.h. hier als Regeln oder Rechenverfahren behandelt, und (2) in allgemeiner Weise nur das applikative Verhalten von Funktionen, d.h. deren Anwendung auf Objekte, betrachtet. Grundbegriffe des $\lambda$-K.s sind der ↑Lambda-Operator und die zweistellige Operation der Applikation, notiert als (. .). So sind die Terme des $\lambda$-K.s ($\lambda$-Terme) induktiv definiert als Variable sowie Ausdrücke der Gestalt $(\lambda x.M)$ und $(MN)$ für Variable $x$ und $\lambda$-Terme $M, N$. Im typenfreien $\lambda$-K. geht man von nur einer Sorte Variablen aus, so daß z.B. Ausdrücke $(xx)$ sinnvoll sind, während im getypten $\lambda$-K. Terme mit Typen versehen sind und bei der Termbildung den Typen entsprechende Restriktionen gefordert werden (↑Typentheorien). Die Formeln des $\lambda$-K.s sind Gleichheiten $M=N$ zwischen $\lambda$-Termen $M, N$. Ist $M=N$ im $\lambda$-K. ableitbar, heißen $M, N$ auch ›$\lambda$-konvertierbar‹; die ↑Äquivalenzrelation der ableitbaren Gleichheit heißt auch ›*$\lambda$-Konvertierbarkeit*‹. Der intendierten Bedeutung des $\lambda$-Operators entsprechend, wählt man das Konversionsprinzip $(\beta)$ (↑Lambda-Operator) als einziges inhaltliches (mathematisches) Axiom des $\lambda$-K.s und sonst nur elementare Gleichheitsaxiome. Dabei studiert man neben der Form der $\lambda$-Konversion (auch $\lambda$K-Konversion) die sogenannte $\lambda$I-Konversion, die sich ergibt, wenn man $(\lambda x.M)$ als Term nur dann zuläßt, wenn $M$ die Variable $x$ enthält. Ferner vergleicht man extensionale und intensionale Fassungen des $\lambda$-K.s, d.h. die Hinzunahme der Regel $Mx=Nx \Rightarrow M=N$ ($x$ nicht frei in $M, N$) oder (gleichwertig damit) $(\lambda x.(Mx))=M$ ($x$ nicht frei in $M$; sogenannte $\eta$-Konversion). Das bedeutet nicht, daß der dem $\lambda$-K. zugrunde liegende intensionale Funktionsbegriff aufgegeben wird: $\lambda$-Terme bleiben weiter als Rechenverfahren verstanden, die nur nachträglich einer erweiterten Form der Gleichheit unterworfen werden; sie werden nicht von vornherein als Abstrakta aus extensionsgleichen Termen (↑Funktion) aufgefaßt.

Der im $\lambda$-K. zentrale Begriff der Konvertierbarkeit von Termen kann auf den Begriff der *Reduktion* von Termen zurückgeführt werden. Definiert man für $\lambda$-Terme eine Relation $\boldsymbol{R}$, so daß gilt: $((\lambda x.M)N)\ \boldsymbol{R}\ [N/x]M$ (hier heißt die linke Seite auch ›*Redex*‹, die rechte ›*Kontraktum*‹), so kann man eine Reduzierbarkeitsrelation $\rhd$ als die durch $\boldsymbol{R}$ erzeugte, mit den Termbildungsoperationen kompatible, reflexive und transitive Relation auffassen. Die Konvertierbarkeit (Termgleichheit) ist dann die durch $\rhd$ erzeugte Äquivalenzrelation. Diese Auffassung zeigt, daß man die Terme als formale Objekte behandelt, die gemäß der Relation $\rhd$ umgeformt werden können. Ein Term $M$, der nicht mehr reduziert werden kann, d.h. für den gilt: $M \rhd N \rightarrow M \equiv N$ ($\equiv$ dabei als Zeichenidentität abgesehen von gebundener Umbenennung von Variablen), befindet sich in ↑*Normalform;* A. Church und J. B. Rosser konnten 1936 zeigen, daß die Normalform eines Terms immer eindeutig ist, d.h., daß aus $M \rhd N_1$ und $M \rhd N_2$ für Terme $N_1, N_2$ in Normalform folgt: $N_1 \equiv N_2$ (›Church-Rosser-Eigenschaft‹). Aus diesem Normalformensatz folgt die Widerspruchsfreiheit des $\lambda$-K.s in dem Sinne, daß nicht jede beliebige Gleichung ohne freie Variablen in ihm ableitbar ist.

Von den zahlreichen Anwendungen des $\lambda$-K.s seien genannt: (1) Für den getypten $\lambda$-K. läßt sich eine enge Beziehung zwischen $\lambda$-Termen und Ableitungen der intuitionistischen Junktorenlogik (↑Logik, intuitionistische) aufstellen. Reduktionen von Termen entsprechen dann Reduktionen von Ableitungen, wie sie D. Prawitz für den ↑Kalkül des natürlichen Schließens angegeben hat (Howard, 1980). (2) K. Gödels Theorie $T$, in der dieser die ↑Funktionalinterpretation der intuitionistischen Arithmetik durchführte, läßt sich als formale Theorie der Reduzierbarkeit für einen getypten $\lambda$-K. auffassen. (3) Es lassen sich natürliche Zahlen $n$ durch geeignete $\lambda$-Terme $Z_n$ repräsentieren. Dann gilt: Eine einstellige zahlentheoretische Funktion $f$ ist genau dann partiell ↑rekursiv, wenn es einen $\lambda$-Term $M$ gibt, so daß für alle natürlichen Zahlen $n$, für die $f$ definiert ist, die Gleichung $(MZ_n)=Z_{f(n)}$ im $\lambda$-K. ableitbar ist. Das Analoge gilt im mehrstelligen Fall. D.h., die partiell rekursiven Funktionen sind genau die $\lambda$-definierbaren Funktionen (S.C. Kleene, 1936). Dieses Resultat wird oft als Beleg für die ↑Churchsche These gewertet, da es die Gleichwertigkeit zweier, von verschiedenen Grundideen ausgehender Explikationen des Berechenbarkeitsbegriffs zeigt. (4). In neuester Zeit hat sich herausgestellt, daß der $\lambda$-K. zentrale Eigenschaften von ↑Programmiersprachen (z.B. LISP) ausdrücken kann. Demgemäß arbeitet man daran, den $\lambda$-K. in erweiterter Form in Programmiersprachen einzuarbeiten.

Da sich der $\lambda$-Operator in der kombinatorischen Logik mit Hilfe von bestimmten Grundzeichen, den Kombinatoren, definieren läßt, kann man die Theorie des $\lambda$-K.s als Teil der kombinatorischen Logik im allgemeinen Sinne ansehen (↑Logik, kombinatorische); da umgekehrt die Kombinatoren als $\lambda$-Terme auffaßbar sind, kann man die kombinatorische Logik im $\lambda$-K. interpretieren. Eine klare Trennung beider Gebiete ist willkürlich. – Der $\lambda$-K. wurde erstmals von Church 1932/

1933 systematisch entwickelt. Nachdem Kleene und Rosser 1935 einen Widerspruch in Churchs System aufdecken konnten, gab Church 1941 eine (auf Grund der Church-Rosser-Eigenschaft widerspruchsfreie) Formulierung der Theorie der $\lambda$I-Konversion. Die Beziehung des $\lambda$-K.s zur kombinatorischen Logik wurde im wesentlichen durch Rosser (1935) und die Arbeiten aus der Schule von H.B. Curry herausgestellt. In neuerer Zeit sind auch mathematische Modelle des $\lambda$-K.s entwickelt worden (vgl. H.P. Barendregt, 1981).

*Literatur:* H.P. Barendregt, The Lambda Calculus. Its Syntax and Semantics, Amsterdam/New York/Oxford 1981 (mit Bibliographie); N.G. de Bruijn, A Survey of the Project AUTOMATH, in: J.P. Seldin/J.R. Hindley (eds.), To H.B. Curry [s.u.], 579–606; A. Church, A Set of Postulates for the Foundation of Logic, Ann. Math. 33 (1932), 346–366, 34 (1933), 839–864; ders., The Calculi of Lambda-Conversion, Princeton, Oxford 1941, [2]1951; ders./ J.B. Rosser, Some Properties of Conversion, Transact. Amer. Math. Soc. 39 (1936), 472–482; H.B. Curry/R. Feys (with two Sections by W. Craig), Combinatory Logic I, Amsterdam 1958, 1968; W.A. Howard, The Formulae-as-Types Notion of Construction, in: J.P. Seldin/J.R. Hindley (eds.), To H.B. Curry [s.u.], 479–490; S.C. Kleene, $\lambda$-Definability and Recursiveness, Duke Math. J. 2 (1936), 340–353; ders./J.B. Rosser, The Inconsistency of Certain Formal Logics, Ann. Math. 36 (1935), 630–636; J.H. Morris, Lambda-Calculus Models of Programming Languages, Diss. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge Mass. 1968; J.B. Rosser, A Mathematical Logic without Variables, Ann. Math. 36 (1935), 127–150, Duke Math. J. 1 (1935), 328–355; J.P. Seldin/J.R. Hindley (eds.), To H.B. Curry: Essays on Combinatory Logic, Lambda Calculus and Formalism, London etc. 1980; weitere Literatur: ↑Lambda-Operator, ↑Logik, kombinatorische. P.S.

**Lambda-Operator** ($\lambda$-Operator), ein variablenbindender Operator, der, angewendet auf einen ↑Term, wieder einen Term liefert. Die Anwendung des $\lambda$-O.s wird auch als ›Funktionalabstraktion‹ bezeichnet, weil mit ihm folgende Bedeutung verbunden ist: Sei $t(x)$ ein Term mit höchstens $x$ als freier Variable, der für jede Substitution eines Gegenstandsnamens für $x$ einen Gegenstand bezeichnet. Dann ist $(\lambda x.t(x))$ die Funktion $f$, die jedem Gegenstand $a$ den Wert $t(a)$ zuordnet, d.h. $f(a)=t(a)$. Z.B. ist $(\lambda x.x^2)$ die zum Term $x^2$ gehörige Quadratfunktion. Diese intendierte Bedeutung des $\lambda$-O.s wird durch das Prinzip der *$\lambda$-Konversion* zum Ausdruck gebracht:

$(\beta)$ $((\lambda x.M)N)=[N/x]M$

(zur Unterscheidung von anderen mit dem $\lambda$-O. zusammenhängenden Prinzipien spricht man auch von $\beta$-Konversion). Hier stehen $M$, $N$ für Terme, $[N/x]M$ bezeichnet das Ergebnis der Substitution der freien Variablen $x$ in $M$ durch $N$, wobei die gebundenen Variablen in $M$ zur Vermeidung von ↑Variablenkonfusionen in geeigneter Weise umzubenennen sind. Die im linken Ausdruck verwendete zweistellige Operation (. .) wird auch als ›*Applikation*‹ bezeichnet. Für das obige Beispiel ergäbe sich etwa $((\lambda x.x^2)2)=2^2$ (d.h. die Applikation der Funktion $(\lambda x.x^2)$ auf das Argument 2 ergibt als Wert $2^2$). Die Verwendung des $\lambda$-O.s erlaubt es, auf die explizite Definition von Funktionszeichen zu verzichten, da $(\lambda x.M)$ dieselbe Bedeutung wie ein durch $f(x)\leftrightharpoons M$ definiertes Funktionszeichen $f$ hat; denn nach $(\beta)$ und der Definitionsgleichung für $f$ gilt: $((\lambda x.M)x)=f(x)$. Ebenso läßt sich ein durch $f(x_1, \ldots, x_n)\leftrightharpoons M$ definiertes mehrstelliges Funktionszeichen $f$ durch $(\lambda x_1.(\ldots(\lambda x_n.M)\ldots))=f(x_1, \ldots, x_n)$ ersetzen, da man wieder durch mehrfache Anwendung von $(\beta)$ $(\ldots((\lambda x_1.(\ldots(\lambda x_n.M)\ldots))x_1)\ldots x_n)$ erhält. Auf die Definition eines komplexen $\lambda$-O.s $\lambda x_1\ldots x_n$ zur Abstraktion mehrstelliger Funktionen aus Termen kann man also verzichten, da die mehrfache Anwendung einfacher $\lambda$-O.en ausreicht (zuerst von M. Schönfinkel 1924 bemerkt).

Eine systematische Theorie des $\lambda$-O.s wurde erstmals in dem von A. Church entwickelten Kalkül der $\lambda$-Konversion geschaffen (↑Lambda-Kalkül). Der $\lambda$-O. hat allerdings Vorläufer, so bei G. Frege, G. Peano und C. Burali-Forti. Im Gegensatz zur extensionalen Auffassung, die in der modernen Mathematik vorherrscht, wenn man Funktionen mit ihren Graphen (d.h. der Menge der Paare, bestehend aus ihren Argumenten und Werten) identifiziert oder als Abstrakta aus extensionsgleichen Termen definiert (so die konstruktive Mathematik P. Lorenzens, ↑Funktion), ist es die Intention des $\lambda$-Kalküls, den operationalen (d.h. intensionalen) Aspekt des Funktionsbegriffs zu untersuchen.

*Literatur:* P. Aczel, Frege Structures and the Notions of Proposition, Truth and Set, in: J. Barwise/H.J. Keisler/K. Kunen (eds.), The Kleene Symposium. Proceedings of the Symposium Held June 18–24, 1978 at Madison, Wisconsin, U.S.A., Amsterdam/New York/Oxford 1980, 31–59; R. Feys, Peano et Burali-Forti précurseurs de la logique combinatoire, in: Actes du XIème congrès international de philosophie (Bruxelles 1953) V (Logique. Analyse philosophique. Philosophie des mathématiques), Amsterdam/Louvain 1953, 70–72; A. Grzegorczyk, L.-O., DL (1981), 165–167; M. Schönfinkel, Über die Bausteine der mathematischen Logik, Math. Ann. 92 (1924), 305–316, Neudr. in: K. Berka/L. Kreiser (eds.), Logik-Texte. Kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik, Berlin (Ost) 1971, [2]1973, 262–273; weitere Literatur ↑Lambda-Kalkül. P.S.

**Lambert**, Johann Heinrich, *Mühlhausen (Mulhouse, Elsaß, damals unter Schweizer Schutz)

1933 systematisch entwickelt. Nachdem Kleene und Rosser 1935 einen Widerspruch in Churchs System aufdecken konnten, gab Church 1941 eine (auf Grund der Church-Rosser-Eigenschaft widerspruchsfreie) Formulierung der Theorie der $\lambda$I-Konversion. Die Beziehung des $\lambda$-K.s zur kombinatorischen Logik wurde im wesentlichen durch Rosser (1935) und die Arbeiten aus der Schule von H.B. Curry herausgestellt. In neuerer Zeit sind auch mathematische Modelle des $\lambda$-K.s entwickelt worden (vgl. H.P. Barendregt, 1981).

*Literatur:* H.P. Barendregt, The Lambda Calculus. Its Syntax and Semantics, Amsterdam/New York/Oxford 1981 (mit Bibliographie); N.G. de Bruijn, A Survey of the Project AUTOMATH, in: J.P. Seldin/J.R. Hindley (eds.), To H.B. Curry [s.u.], 579–606; A. Church, A Set of Postulates for the Foundation of Logic, Ann. Math. 33 (1932), 346–366, 34 (1933), 839–864; ders., The Calculi of Lambda-Conversion, Princeton, Oxford 1941, [2]1951; ders./ J.B. Rosser, Some Properties of Conversion, Transact. Amer. Math. Soc. 39 (1936), 472–482; H.B. Curry/R. Feys (with two Sections by W. Craig), Combinatory Logic I, Amsterdam 1958, 1968; W.A. Howard, The Formulae-as-Types Notion of Construction, in: J.P. Seldin/J.R. Hindley (eds.), To H.B. Curry [s.u.], 479–490; S.C. Kleene, $\lambda$-Definability and Recursiveness, Duke Math. J. 2 (1936), 340–353; ders./J.B. Rosser, The Inconsistency of Certain Formal Logics, Ann. Math. 36 (1935), 630–636; J.H. Morris, Lambda-Calculus Models of Programming Languages, Diss. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge Mass. 1968; J.B. Rosser, A Mathematical Logic without Variables, Ann. Math. 36 (1935), 127–150, Duke Math. J. 1 (1935), 328–355; J.P. Seldin/J.R. Hindley (eds.), To H.B. Curry: Essays on Combinatory Logic, Lambda Calculus and Formalism, London etc. 1980; weitere Literatur: ↑Lambda-Operator, ↑Logik, kombinatorische. P.S.

**Lambda-Operator** ($\lambda$-Operator), ein variablenbindender Operator, der, angewendet auf einen ↑Term, wieder einen Term liefert. Die Anwendung des $\lambda$-O.s wird auch als ›Funktionalabstraktion‹ bezeichnet, weil mit ihm folgende Bedeutung verbunden ist: Sei $t(x)$ ein Term mit höchstens $x$ als freier Variable, der für jede Substitution eines Gegenstandsnamens für $x$ einen Gegenstand bezeichnet. Dann ist $(\lambda x.t(x))$ die Funktion $f$, die jedem Gegenstand $a$ den Wert $t(a)$ zuordnet, d.h. $f(a) = t(a)$. Z.B. ist $(\lambda x.x^2)$ die zum Term $x^2$ gehörige Quadratfunktion. Diese intendierte Bedeutung des $\lambda$-O.s wird durch das Prinzip der *$\lambda$-Konversion* zum Ausdruck gebracht:

($\beta$) $((\lambda x.M)N) = [N/x]M$

(zur Unterscheidung von anderen mit dem $\lambda$-O. zusammenhängenden Prinzipien spricht man auch von $\beta$-Konversion). Hier stehen $M$, $N$ für Terme, $[N/x]M$ bezeichnet das Ergebnis der Substitution der freien Variablen $x$ in $M$ durch $N$, wobei die gebundenen Variablen in $M$ zur Vermeidung von ↑Variablenkonfusionen in geeigneter Weise umzubenennen sind. Die im linken Ausdruck verwendete zweistellige Operation $(..)$ wird auch als ›*Applikation*‹ bezeichnet. Für das obige Beispiel ergäbe sich etwa $((\lambda x.x^2)2) = 2^2$ (d.h. die Applikation der Funktion $(\lambda x.x^2)$ auf das Argument 2 ergibt als Wert $2^2$). Die Verwendung des $\lambda$-O.s erlaubt es, auf die explizite Definition von Funktionszeichen zu verzichten, da $(\lambda x.M)$ dieselbe Bedeutung wie ein durch $f(x) \leftrightharpoons M$ definiertes Funktionszeichen $f$ hat; denn nach ($\beta$) und der Definitionsgleichung für $f$ gilt: $((\lambda x.M)x) = f(x)$. Ebenso läßt sich ein durch $f(x_1, \ldots, x_n) \leftrightharpoons M$ definiertes mehrstelliges Funktionszeichen $f$ durch $(\lambda x_1.(\ldots(\lambda x_n.M)\ldots)) = f(x_1, \ldots, x_n)$ ersetzen, da man wieder durch mehrfache Anwendung von ($\beta$) $(\ldots((\lambda x_1.(\ldots(\lambda x_n.M)\ldots))x_1)\ldots x_n)$ erhält. Auf die Definition eines komplexen $\lambda$-O.s $\lambda x_1 \ldots x_n$ zur Abstraktion mehrstelliger Funktionen aus Termen kann man also verzichten, da die mehrfache Anwendung einfacher $\lambda$-O.en ausreicht (zuerst von M. Schönfinkel 1924 bemerkt).

Eine systematische Theorie des $\lambda$-O.s wurde erstmals in dem von A. Church entwickelten Kalkül der $\lambda$-Konversion geschaffen (↑Lambda-Kalkül). Der $\lambda$-O. hat allerdings Vorläufer, so bei G. Frege, G. Peano und C. Burali-Forti. Im Gegensatz zur extensionalen Auffassung, die in der modernen Mathematik vorherrscht, wenn man Funktionen mit ihren Graphen (d.h. der Menge der Paare, bestehend aus ihren Argumenten und Werten) identifiziert oder als Abstrakta aus extensionsgleichen Termen definiert (so die konstruktive Mathematik P. Lorenzens, ↑Funktion), ist es die Intention des $\lambda$-Kalküls, den operationalen (d.h. intensionalen) Aspekt des Funktionsbegriffs zu untersuchen.

*Literatur:* P. Aczel, Frege Structures and the Notions of Proposition, Truth and Set, in: J. Barwise/H.J. Keisler/K. Kunen (eds.), The Kleene Symposium. Proceedings of the Symposium Held June 18–24, 1978 at Madison, Wisconsin, U.S.A., Amsterdam/New York/Oxford 1980, 31–59; R. Feys, Peano et Burali-Forti précurseurs de la logique combinatoire, in: Actes du XIème congrès international de philosophie (Bruxelles 1953) V (Logique. Analyse philosophique. Philosophie des mathématiques), Amsterdam/Louvain 1953, 70–72; A. Grzegorczyk, L.-O., DL (1981), 165–167; M. Schönfinkel, Über die Bausteine der mathematischen Logik, Math. Ann. 92 (1924), 305–316, Neudr. in: K. Berka/L. Kreiser (eds.), Logik-Texte. Kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik, Berlin (Ost) 1971, [2]1973, 262–273; weitere Literatur ↑Lambda-Kalkül. P.S.

**Lambert,** Johann Heinrich, *Mühlhausen (Mulhouse, Elsaß, damals unter Schweizer Schutz) cours sur le bonheur, Branbury 1975) – angenehme Zustände der ›Maschine‹ erweisen sich als eng mit der Gesundheit verknüpft. Denken und moralisches Handeln sowie ihre Verbesserung sind, vom Zustand der Maschine abhängig, letztlich Probleme einer philosophischen Medizin. – L. M., den man als ersten physiologischen Psychologen betrachten kann, übte starken Einfluß auf die französische Aufklärung sowie auf insbesondere kämpferische Formen des Materialismus wie den ↑ Vulgärmaterialismus des 19. Jahrhunderts aus.

*Werke:* Œuvres philosophiques, I–II, Berlin 1774 (repr. Hildesheim/New York 1970), I–III Berlin, Paris 1796; Œuvres de médecine, Berlin 1751, ²1755. – L'homme machine. A Study in the Origins of an Idea, Crit. Ed. with Introd. Monogr. and Notes by A. Vartanian, Princeton N. J. 1960 (dt. Der Mensch eine Maschine, Leipzig 1909; engl. Man a Machine. French-English. Including Frederick the Great's »Eulogy« on L. and Extracts from L.'s »The Natural History of the Soul«, ed. G.C. Bussey, Chicago 1912, Chicago/London 1927, La Salle Ill. 1943, 1961); L'homme-plante, Potsdam 1748, Introd. and Notes by F. Rougier, New York 1936; Epitre à M.ᵉˡˡᵉ A.C.P. ou la »Machine terrassée«, o.O. [Berlin] 1749 (dt. Die zu Boden gestürzte Maschine. Oder: Glaubwürdige Nachricht von dem Leben und sonderbaren Enden des berühmten Arztes de la M., Frankfurt 1750); L'art de jouir, Cythère [d.i. Berlin] 1751 (dt. Die Kunst, die Wollust zu empfinden, Cythera [d.i. Berlin] 1751); Lamettriana. The Satires of Mr. Machine, ed. E. Bergmann, London 1919; Textes choisis, ed. M. Tisserant, Paris 1954, ed. M. Bottigelli-Tisserant, Paris 1974.

*Literatur:* A. Baruzzi, L. M., in: ders. (ed.), Aufklärung und Materialismus im Frankreich des 18. Jahrhunderts. L. M., Helvétius, Diderot, Sade, München 1968, 21–62; G. Boccardi, Motivi preromantici nella filosofia della natura di L. M., Firenze 1969; E. Callot, La philosophie de la vie au XVIIIᵉ siècle étudiée chez Fontenelle, Montesquieu, Maupertuis, L. M., Diderot, d'Holbach, Linné, Paris 1965; B. Campbell, L. M.. The Robot and the Automaton, J. Hist. Ideas 31 (1970), 555–572; R. Desné, L'humanisme de L. M., Pensée 109 (1963), 33–110; E. Du Bois-Reymond, L. M., Berlin 1875, Neudr. in: Estelle Du Bois-Reymond (ed.), E. Du Bois-Reymond. Reden I, Leipzig 1912, 509–539; J. Falvey, The Aesthetics of L. M., Stud. Voltaire 18th Cent. 87 (1972), 397–472; ders., Woman and Sexuality in the Thought of L. M., in: Woman and Society in 18th-Century France. Essays in Honour of J. S. Spink, London 1979, 55–68; K. Gunderson, Descartes, L. M., Language, and Machines, Philos. 39 (1964), 193–222, Nachdr. in: ders., Mentality and Machines, Garden City N. Y. 1971, 1–38; L.P. Honoré, L'histoire naturelle de l'ame: The Philosophical Satire of L. M., Diss. New York 1973; J. G. Kemeny, Man Viewed as a Machine, Sci. Amer. 192 (1955), 58–66; F.A. Lange, Geschichte des Materialismus und Kritik seiner Bedeutung in der Gegenwart I, Iserlohn 1866, 163–168, ed. A. Schmidt, Frankfurt 1974, 344–376; D. Leduc-Fayette, Le »cas« L. M., in: O. Bloch (ed.), Images au XIXᵉ siècle du matérialisme du XVIIIᵉ siècle, Paris 1979, 103–116; P. Lemée, J. O. de L. M., St.-Malo (1709) – Berlin (1751). Médecin – philosophe – polémiste. Sa vie, son œuvre, o.O. 1954 (mit Bibliographie, 243–252); L. Mendel, L. M.. Arzt, Philosoph und Schriftsteller (1709–1751). Vergessenes und Aktuelles, Leipzig 1965 (Leipziger Universitätsreden 30); J. E. Poritzky, J.O. de Lamettrie. Sein Leben und seine Werke, Berlin 1900; G.A. Roggerone, Controilluminismo. Saggio su L. ed Helvétius, I–II, Lecce 1975; L.D.C. Rosenfield, From Beast-Machine to Man-Machine. Animal Soul in French Letters from Descartes to L. M., New York 1941, ²1968; M.F. Spallanzani, La »scandalo« di L. M., Riv. filos. 69 (1978), 119–128; M. Starke, Zu dem Missverhältnis zwischen L. M. und der Aufklärung, Beitr. Roman. Philol. 13 (1974), 187–209; W.E. Steinkraus, Is L. M. out of Date?, Personalist 43 (1962), 180–188; A. Thomson, Materialism and Society in the Mid-Eighteenth Century: L. M.'s Discours Préliminaire, Genf 1981; F. Tuloup, Un précurseur méconnu. O. de L. M., médecin – philosophe, Dinard 1938; A. Vartanian, L. M., Enc. Ph. IV (1967), 379–382; ders., Le »philosophe« selon L. M., Dix-huitième siècle 1 (1969), 161–178; ders., L. M., DSB VII (1973), 605–607; ders., Cabanis and L. M., Stud. Voltaire 18th Cent. 155 (1976), 2146–2166. G.W.

**Landau,** Edmund (Georg Hermann), *Berlin 14. Febr. 1877, †ebd. 19.Febr.1938, dt. Mathematiker. Nach Studium in Berlin (vor allem bei G. Frobenius) und München 1899 Promotion in Berlin. Dort 1901 Habilitation und Privatdozent, 1905 Professor. 1909 (als Nachfolger H. Minkowskis) o. Prof. in Göttingen. 1934 zum Eintritt in den Ruhestand gezwungen; danach Lehrtätigkeit nur noch im Rahmen von Gastaufenthalten im Ausland. L.s Hauptarbeitsgebiet ist die analytische Zahlentheorie; sein Werk über die Verteilung der Primzahlen war lange Zeit maßgebend. Daneben stehen Arbeiten zur Funktionentheorie, Lehrbücher der Analysis sowie das Buch über die »Grundlagen der Analysis« (1930), das eine Konstruktion der Zahlbereiche von den natürlichen bis zu den komplexen Zahlen in detaillierter Form bietet.

*Werke:* Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen, I–II, Leipzig/Berlin 1909 (repr. New York 1974); Darstellung und Begründung einiger neuerer Ergebnisse der Funktionentheorie, Berlin 1916, ²1929 (repr. New York 1946 und in: H. Weyl/E. L./B. Riemann, Das Kontinuum und andere Monographien, New York 1960); Einführung in die elementare und analytische Theorie der algebraischen Zahlen und der Ideale, Leipzig/Berlin 1918, ²1927 (repr. New York 1949); Vorlesungen über Zahlentheorie, I–III, Leipzig 1927 (repr. Teil I–IV von Bd. I unter dem Titel: Elementare Zahlentheorie, New York 1946 [engl. Elementary Number Theory, New York 1958, ²1966], repr. des Restes von Bd. I und von Bd. II, III unter dem Originaltitel, New York 1947, repr. des ganzen Werkes New York 1969; Teil IX, Kap. 2, § 4 von Bd. III in erweiterter Form unter dem Titel: Diophantische Gleichungen mit endlich vielen Lösungen, ed. A. Walfisz, Berlin [Ost] 1959); Grundlagen der Analysis (Das Rechnen mit ganzen, rationalen, irrationalen, komplexen Zahlen). Ergänzung zu den Lehrbüchern der Differential- und Integralrechnung, Leipzig 1930 (repr. New York 1965, Darmstadt 1970) (engl. Foundations of Analysis, New York 1951, ³1966); Einführung in die Differentialrechnung und

Integralrechnung, Groningen/Batavia 1934 (engl. Differential and Integral Calculus, New York 1950, [3]1965); Über einige neuere Fortschritte der additiven Zahlentheorie, Cambridge 1937 (repr. New York/London 1964); Ausgewählte Abhandlungen zur Gitterpunktlehre, ed. A. Walfisz, Berlin (Ost) 1962. – I. J. Schoenberg, Publications of E. L., in: P. Turán (ed.), Abhandlungen aus Zahlentheorie und Analysis. Zur Erinnerung an E. L. (1877–1938), Berlin (Ost), New York 1968 (unter dem Titel: Number Theory and Analysis. A Collection of Papers in Honor of E. L. (1877–1938), New York 1968), 335–355.

*Literatur:* G.H. Hardy/H. Heilbronn, E. L., J. London Math. Soc. 13 (1938), 302–310; K. Knopp, E. L., Jahresber. Dt. Math.ver. 54 (1951), 55–62; H. Rechenberg, L., NDB XIII (1982), 479–480; B. Schoeneberg, L., DSB VII (1973), 615–616. P.S.

**Landgrebe,** Ludwig, *Wien 9. März 1902, dt. Philosoph. 1921–1927 Studium der Philosophie, Geschichte, Kunstgeschichte und klassischen Philologie in Wien und Freiburg i. Br., 1923–1930 Privatassistent E. Husserls, 1927 Promotion bei Husserl in Freiburg; 1935 Habilitation an der Deutschen Universität in Prag, 1935–1939 Privatdozent ebendort, 1939/1940 Forschungstätigkeit an der Universität Löwen, 1940–1945 kaufmännische Tätigkeit in Hamburg, 1945 Dozent, 1946 apl. Prof. an der Universität Hamburg, 1947–1956 o. Prof. der Philosophie an der Universität Kiel; ab 1956 o. Prof. und Direktor des Husserl-Archivs an der Universität Köln, 1971 emeritiert. 1971/1972 Visiting Professor in Chicago und Washington; 1971 Dr. phil. h.c. der Universität Löwen, 1972 LD h.c. der De Paul University Chicago. – Die philosophische Arbeit L.s kreist um Grundprobleme der ↑Phänomenologie, die in Husserls Schriften ungeklärt oder unbehandelt geblieben sind, besonders die Fragen um ↑Lebenswelt und ↑Geschichte, wie sie durch M. Heideggers Husserl-Kritik und Husserls Spätphilosophie gleichermaßen aufgeworfen worden sind. Mit dem späten Husserl und dem (von ihm als Phänomenologen verstandenen) Heidegger sieht L. in der transzendentalphänomenologischen Reflexion das entscheidende philosophische Instrument, um zu kulturinvarianten Antworten auf die für die gegenwärtige Krise der Menschheit symptomatischen Fragen nach der menschlichen Identität zu kommen. Diese Reflexion erlaubt, die Lebenswelt als den Geltungsboden wissenschaftlichen Wissens und technischen Könnens herauszustellen, auf den Wissenschaften und Technik in ihren Zielen (wieder) bezogen werden müssen. Die transzendentalphänomenologische Reflexion zielt schließlich auf eine transzendentale Theorie der Geschichte im Sinne einer Rekonstruktion der Bedingungen dafür, daß es dem Individuum möglich ist, in Gemeinschaft eine ›Geschichte zu haben‹. Die oberste Aussage dieser Theorie besteht in der Formulierung eines praktischen Prinzips, demgemäß das individuelle Selbst als Quelle jeder möglichen Geschichte zu respektieren ist.

*Werke:* Wilhelm Diltheys Theorie der Geisteswissenschaften. Analyse ihrer Grundbegriffe, Jb. Philos. phänomen. Forsch. 9 (1928), 237–366, separat Halle 1928; Nennfunktion und Wortbedeutung. Eine Studie über Martys Sprachphilosophie, Halle 1934; Edmund Husserl zum Gedächtnis. Zwei Reden gehalten von L. L. und Jan Patočka, Prag 1938, Nachdr. in: Perspektiven der Philosophie. Neues Jb. 1 (1975), 287–322; Was bedeutet uns heute Philosophie?, Hamburg 1948, [2]1954; Phänomenologie und Metaphysik, Hamburg 1949; Philosophie der Gegenwart, Bonn 1952, Frankfurt 1958, [2]1961 (engl. Major Problems in Contemporary European Philosophy. From Dilthey to Heidegger, New York 1966); Der Weg der Phänomenologie. Das Problem einer ursprünglichen Erfahrung, Gütersloh 1963, 1978; Phänomenologie und Geschichte, Gütersloh 1968; Über einige Grundfragen der Philosophie der Politik, Köln 1969, Neudr. in: M. Riedel (ed.), Rehabilitierung der praktischen Philosophie II (Rezeption, Argumentation, Diskussion), Freiburg 1974, 173–210; L. L. [Autobiographie], in: L. J. Pongratz (ed.), Philosophie in Selbstdarstellungen II, Hamburg 1975, 128–169; Der Streit um die philosophischen Grundlagen der Gesellschaftstheorie, Opladen 1975; Phänomenologische Analyse und Dialektik, Phänom. Forsch. 10 (1980), 21–88; Faktizität und Individuation. Studien zu den Grundfragen der Phänomenologie. Eine Aufsatzsammlung, Hamburg 1982. C.F.G.

**Lanfranc,** *Pavia um 1005, †Canterbury 24. oder 28. Mai 1089, ital.-engl. Frühscholastiker und kirchlicher Reformer. Zunächst als Jurist in seiner Heimat tätig, verläßt L. um 1035, wahrscheinlich aus politischen Gründen, Italien, tritt 1042 in das Benediktinerkloster von Bec (Normandie) ein, wird 1045 Prior und Leiter der neugegründeten Klosterschule und als solcher Lehrer Anselms von Canterbury. L. nimmt gegen die Eucharistielehre Berengars von Tours Stellung und erreicht auf den Synoden von Rom und Vercelli 1050 dessen Verurteilung. Nach der Eroberung Englands (1066) durch den normannischen Herzog Wilhelm (später Wilhelm I., ›der Eroberer‹) wird L. als sein Vertrauter 1070 Erzbischof von Canterbury und reformiert die englische Kirche. – Außer einem Kommentar zu den Paulusbriefen, den Konstitutionen des Domklosters von Canterbury und der Korrespondenz während seines Episkopats ist seine Abhandlung »De corpore et sanguine Domini« erhalten, in der er gegen Berengars symbolisch-spiritualistische Eucharistieauffassung eine realistische Konzeption der Gegenwart Christi vertritt, wonach die Substanz von Brot und Wein in die Subeinem ›Unterscheidungsapriori‹ (↑Prädikation, ↑Unterscheidung) und einem ›Herstellungsapriori‹ (↑Protophysik), bezeichnet den genetisch wie logisch-methodisch unhintergehbaren (↑Unhintergehbarkeit) ↑Anfang jedes schrittweisen und zirkelfreien Aufbaus exakter Wissenschaft. Die primär im vortheoretischen Unterscheidungswissen konstituierte ›Aristotelische‹ Erfahrung bringt sich als ein ›empirisches Apriori‹ (↑Apriorismus) in aller ↑Praxis faktisch immer schon zur Geltung und darf daher methodisch nicht übersprungen werden, ebensowenig wie das vorwissenschaftliche Herstellungswissen, dessen normierte Artikulation die zweite notwendige Bedingung der Formulierung eines ›protophysikalischen Apriori‹ in der Herstellung von ↑Meßgeräten ist. Das normative Methodenkonzept der konstruktiven Wissenschaftstheorie kann als eine sprachphilosophisch-pragmatische Klärung des von Husserl behaupteten Fundierungsverhältnisses vortheoretischer und theoretischer ›Erfahrungsvernunft‹ angesehen werden. Dabei wird ›L.‹ gelegentlich als Bezeichnung für die *transzendental-methodisch* zu verstehende ›empirische‹ Rekursbasis der konstruktiven Begründungstheorie verwendet; die Redeweise ›lebensweltlich‹ tritt als Synonym des Terminus ↑›*vorwissenschaftlich*‹ auf.

*Literatur:* A. Aguirre, Genetische Phänomenologie und Reduktion. Zur Letztbegründung der Wissenschaft aus der radikalen Skepsis im Denken E. Husserls, Den Haag 1970; H. Blumenberg, L. und Technisierung unter Aspekten der Phänomenologie, Turin 1963; R. Boehm, Husserls drei Thesen über die L., in: E. Ströker (ed.), L. und Wissenschaft in der Philosophie Edmund Husserls, Frankfurt 1979, 23–31; G. Brand, Die L.. Eine Philosophie des konkreten Apriori, Berlin 1971; D. Carr, Husserl's Problematic Concept of the Life-World, Amer. Philos. Quart. 7 (1970), 331–339; U. Claesges, Zweideutigkeiten in Husserls L.-Begriff, in: ders./K. Held (eds.), Perspektiven transzendentalphänomenologischer Forschung. Für Ludwig Landgrebe zu seinem siebzigsten Geburtstag von seinen Kölner Schülern, Den Haag 1972, 85–101; H.-G. Gadamer, Die Wissenschaft von der L., in: ders., Kleine Schriften III (Idee und Sprache. Platon – Husserl – Heidegger), Tübingen 1972, 190–201; A. Gurwitsch, The Last Work of Edmund Husserl II: The L., Philos. Phenom. Res. 17 (1957), 370–398; ders., Problems of the Life-World, in: M. Natanson (ed.), Phenomenology and Social Reality. Essays in Memory of Alfred Schutz, The Hague 1970, 35–61; M. Heidegger, Die Grundprobleme der Phänomenologie. Marburger Vorlesung SS 1927, ed. F.-W. v. Herrmann, Frankfurt 1975 (= Gesamtausg. XXIV); F.-W. v. Herrmann, Subjekt und Dasein. Interpretationen zu »Sein und Zeit«, Frankfurt 1974, 44–65 (L. und In-der-Welt-sein); E. Husserl, Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen Philosophie I/1 (Allgemeine Einführung in die reine Phänomenologie [1912/13]), ed. K. Schuhmann, Den Haag 1976 (Husserliana III, 1), I/2 (Ergänzende Texte [1912–1929]), ed. K. Schuhmann, Den Haag 1976 (Husserliana III, 2), II (Phänomenologische Untersuchungen zur Konstitution), ed. M. Biemel, Den Haag 1952 (Husserliana IV), III (Die Phänomenologie und die Fundamente der Wissenschaften), ed. M. Biemel, Den Haag 1971 (Husserliana V); ders., Zur Phänomenologie der Intersubjektivität. Texte aus dem Nachlaß, I–III, ed. I. Kern, Den Haag 1973 (Husserliana XIII–XV); ders., Erste Philosophie (1923/1924), I–II, ed. R. Boehm, Den Haag 1956/1959 (Husserliana VII–VIII); ders., Phänomenologische Psychologie. Vorlesungen Sommersemester 1925, ed. W. Biemel, Den Haag 1962 (Husserliana IX); ders., Cartesianische Meditationen und Pariser Vorträge, ed. S. Strasser, Den Haag 1950, $^{2}$1963 (Husserliana I); ders., Die Krisis der europäischen Wissenschaften und die transzendentale Phänomenologie. Eine Einleitung in die phänomenologische Philosophie [1936/1937], ed. W. Biemel, Den Haag $^{2}$1962, 1976 (Husserliana VI); P. Janssen, Geschichte und L.. Ein Beitrag zur Diskussion von Husserls Spätwerk, Den Haag 1970; ders., L., Hist. Wb. Ph. V (1981), 151–157; F. Kambartel, Zum Fundierungszusammenhang apriorischer und empirischer Elemente der Wissenschaft, in: R. E. Vente (ed.), Erfahrung und Erfahrungswissenschaft, Stuttgart etc. 1974, 154–167; I. Kern, Die L. als Grundlagenproblem der objektiven Wissenschaften und als universales Wahrheits- und Seinsproblem, in: E. Ströker (ed.), L. und Wissenschaft in der Philosophie Edmund Husserls, 68–78; S.-K. Kim, The Problem of the Contingency of the World in Husserl's Phenomenology, Amsterdam 1976; J. J. Kockelmans, World-Constitution. Reflections on Husserl's Transcendental Idealism, Anal. Husserl. 1 (1971), 11–35; L. Landgrebe, L. und Geschichtlichkeit des menschlichen Daseins, in: B. Waldenfels/J. M. Broekman/A. Pažanin (eds.), Phänomenologie und Marxismus II (Praktische Philosophie), Frankfurt 1977, 13–58; W. Lippitz, Der phänomenologische Begriff der »L.« – Seine Relevanz für die Sozialwissenschaften, Z. philos. Forsch. 32 (1978), 416–435; ders., »L.« oder die Rehabilitierung vorwissenschaftlicher Erfahrung. Ansätze eines phänomenologisch begründeten anthropologischen und sozialwissenschaftlichen Denkens in der Erziehungswissenschaft, Weinheim/Basel 1980; J. Mittelstraß, Erfahrung und Begründung, in: ders., Die Möglickeit von Wissenschaft, Frankfurt 1974, 56–83, 221–229; ders., Erfahrung und L.. Historische Bemerkungen zu einer systematischen Frage, in: Theoria cum praxi. Zum Verhältnis von Theorie und Praxis im 17. und 18. Jahrhundert, Akten des III. Internationalen Leibniz-Kongresses (Hannover, 12.–17. November 1977) I (Theorie und Praxis, Politik, Rechts- und Staatsphilosophie), Wiesbaden 1980 (Stud. Leibn. Suppl. XIX), 69–84; J. N. Mohanty, ›Life-World‹ and ›A Priori‹ in Husserl's Later Thought, Anal. Husserl. 3 (1974), 46–65; K. Schuhmann, L. als Unterlage der Phänomenologie, in: E. Ströker (ed.), L. und Wissenschaft in der Philosophie Edmund Husserls, 79–91; W. Schulz, Philosophie in der veränderten Welt, Pfullingen 1972, 21–28, 131–144; A. Schütz/T. Luckmann, Strukturen der L., Neuwied 1975, Frankfurt 1979; E. Ströker (ed.), L. und Wissenschaft in der Philosophie Edmund Husserls, Frankfurt 1979; dies., Geschichte und L. als Sinnesfundament der Wissenschaften in Husserls Spätwerk, in: dies. (ed.), [s.o.], 107–123; R. Welter, Der Begriff der L.. Theorien vortheoretischer Erfahrungswelt bei und nach Husserl, Diss. Konstanz 1981. R.W.

**Lebesgue,** Henri Léon, *Beauvais (Oise) 28. Juni 1875, †Paris 26. Juli 1941, franz. Mathematiker.

1894–1897 Studium an der École Normale Supérieure, 1897–1899 Bibliothekstätigkeit ebendort, 1899–1902 Lehrtätigkeit im höheren Schuldienst (Lycée Central in Nancy), 1902 Promotion in Paris, 1902–1906 Lehrtätigkeit in Rennes und Abhaltung von Kursen am Collège de France, 1906–1910 Lehrtätigkeit in Poitiers. 1910 an der Sorbonne Maître des Conférences, 1919 Professor. Ab 1921 Professor am Collège de France. 1922 Mitglied der französischen Akademie der Wissenschaften, 1924 Ehrenmitglied der London Mathematical Society, 1930 Mitglied der Royal Society. – Sieht man von einigen wenigen Arbeiten zur Topologie, zur Theorie der Fourier-Reihen und zur Potentialtheorie ab, so gilt fast das gesamte Lebenswerk L.s der Integrations- und Maßtheorie (↑Maß). Ausgehend von Überlegungen É. Borels entwickelte L. eine neue Integrationstheorie, die wesentlich allgemeiner und systematisch geschlossener war als die zu diesem Zeitpunkt vorliegende Cauchy-Riemannsche Theorie (↑Integral) und einen der entscheidenden Schritte in der Entwicklung der modernen reellen Analysis darstellt. Daneben stehen pädagogische, philosophische und historische Artikel. In seiner Stellung zur mathematischen Grundlagendiskussion zählt L. als Halbintuitionist (↑Halbintuitionismus).

*Werke:* Œuvres scientifiques, I–V, Genève 1972–1973. – Intégrale, longueur, aire, Diss. Paris 1902, ferner in: Annali di matematica pura ed applicata, Ser. 3, 7 (1902), 231–359; Leçons sur l'intégration et la recherche des fonctions primitives, Paris 1904, [2]1928 (repr. Paris 1950, New York o.J.); Leçons sur les séries trigonométriques, professées au Collège de France, Paris 1906 (repr. New York 1973, Paris 1975); Notice sur les travaux scientifiques de M.H. L., Toulouse 1922 (wissenschaftliche Autobiographie als Kandidat der Académie; Besprechung der Werke bis 1922); Sur le développement de la notion d'intégrale, Matematisk Tidsskrift B, 1926, 54–74, ferner in: Rev. mét. mor. 34 (1927), 149–167 (engl. The Development of the Integral Concept, in: H. L., Measure and the Integral, ed. K.O. May, San Francisco/London/Amsterdam 1966, 177–194); Sur la mesure des grandeurs, L'enseignement math., Ser. 1, 31 (1932), 173–206, 32 (1933), 23–51, 33 (1934), 22–48, 177–213, 270–284, 34 (1935), 176–219, separat Genève 1956 (engl. in: H.L., Measure and the Integral [s.o.], 9–175); Les coniques, Paris 1942, 1955; Leçons sur les constructions géométriques, professées au Collège de France en 1940–1941, Paris 1950; Notices d'histoire des mathématiques, Genève 1958; En marge du calcul des variations, L'enseignement math., Ser. 2, 9 (1963) (separate Paginierung), separat Genève 1963. – Classement chronologique des œuvres de H. L., in: Œuvres scientifiques I, 13–28.

*Literatur:* J.C. Burkill, H. L., J. London Math. Soc. 19 (1944), 56–64, ferner in: Obituary Notices of Fellows of the Royal Society 4 (1942–1944), 483–490; A. Denjoy, Notice sur la vie et l'œuvre de H. L. (1875–1941), Notices et Discours de l'Académie des Sciences 2 (1937–1948), Paris 1949, 576–606; ders./L. Félix/P. Montel, H. L.. Le savant, le professeur, l'homme, L'enseignement math., Ser. 2, 3 (1957), 1–18; L. Félix, Message d'un mathématicien: H. L., pour le centenaire de sa naissance. Introductions et extraits choisis, Paris 1974; T. Hawkins, L.'s Theory of Integration. Its Origins and Development, Madison/London 1970; ders., L., DSB VIII (1973), 110–112; K.O. May, Biographical Sketch of H. L., in: H. L., Measure and the Integral, [s.o.], 1–7. G.H./P.S.

**Leere, das** (griech. κενόν, lat. vacuum, engl. void), naturphilosophischer Terminus. Die antike griechische Philosophie behandelt das Problem des L.n unter folgenden Alternativen: Das L. existiert oder existiert nicht; es existiert außerhalb oder innerhalb des Kosmos, und zwar entweder als zusammenhängendes (kontinuierliches) oder als diskontinuierliches L.s; es existiert aktual oder (nur) potentiell (d.h. als theoretische Annahme); es existiert von Natur aus oder nicht (d.h., es kann nur ›gewaltsam‹ hergestellt werden).

Gegen die ↑Pythagoreer bestreitet Parmenides die Existenz des L.n (des ›Nichtseienden‹) und damit die Möglichkeit der Bewegung; denn Seiendes könne sich nur bewegen, wenn es einen zuvor leeren Raum einnehme. Ähnlich argumentieren Zenon von Elea und Melissos. Nach Leukipp und Demokrit gibt es das L., weil es Bewegung gibt; außerdem bestehe jeder natürliche Körper aus kleinsten Stoffteilchen (Atomen) und dazwischenliegenden Leerstellen. – Aristoteles (Phys. Δ6-9.213a12-217b28) definiert das L. als den »Ort, an dem sich kein wahrnehmbarer Körper befindet« (auch keine Luft); Ortsbewegung, Kompression und Expansion seien ohne das L. besser zu erklären; als ↑Archē und als Wirkursache komme es (gegen die Meinung Demokrits) nicht in Betracht, da es ein Nichts sei. Epikur und die Stoiker schließen sich weitgehend den Argumenten des Aristoteles an, ebenso Straton von Lampsakos, der allerdings die These von der ›Möglichkeit‹ des L.n vertritt: Viele Phänomene seien nur durch die Annahme erklärbar, daß die durchgängig mit festen Körpern angefüllte Welt die Möglichkeit besitze, Leerstellen freizugeben, in die dann andere Körper (z.B. Sonnenstrahlen) eindringen, ohne daß das L. selbst Realität werde.

Die kontrovers behandelten Probleme der Theorien über das L. sind: (1) Wie ist *Bewegung* möglich, wenn der gesamte Raum ausgefüllt ist? Die Antwort des Aristoteles: durch Umschichtung, Platzwechsel (ἀντιμετάστασις, ἀντιπερίστασις). (2) Wie ist die *Ausdehnung* von Körpern (beim Wachsen und bei der Umwandlung von Wasser in Luft) ohne das L. erklärbar? (3) Werden beim *Kompri-*

*mieren* (z.B. von Wasser) Leerstellen ausgefüllt oder Luftelemente ausgeschieden? (4) Läßt sich der *Magnetismus* so erklären, daß die Anziehung durch das Eisen oder nur durch leere Poren erfolgt? (5) Fließt aus der *Klepshydra* (Saugheber) deshalb (bei geschlossener oberer Öffnung) kein Wasser, weil das L. es innen festhält oder weil Außenluftdruck es verhindert? (6) Dringen körperliche *Sonnenstrahlen* durch Leerstellen des Wassers, oder sind die Sonnenstrahlen unkörperlich? In der Scholastik werden ähnliche Probleme vor allem unter dem Prinzip des ↑horror vacui diskutiert, das die Annahme eines leeren Raumes ausschließt. Der experimentelle Nachweis des Vakuums durch O. v. Guericke beendete die einschlägigen naturphilosophischen Erörterungen.

*Literatur:* I. Craemer-Ruegenberg, Die Naturphilosophie des Aristoteles, Freiburg/München 1980, 100ff.; M. Gatzemeier, Die Naturphilosophie des Straton von Lampsakos. Zur Geschichte des Problems der Bewegung im Bereich des frühen Peripatos, Meisenheim 1970, 90–97; M. Hesse, Vacuum and Void, Enc. Ph. VIII (1967), 217–218; W.D. Ross, Aristotle's Physics, Oxford 1936 (repr. 1960), 377–384; F. Solmsen, Epicurus on Void, Matter and Genesis. Some Historical Observations, Phronesis 22 (1977), 263–281. M.G.

**Leerformel,** Bezeichnung für sprachliche Wendungen, die wie gehaltvolle Aussagen benutzt werden, sich jedoch bei näherer Analyse als inhaltsleer erweisen. Die Charakterisierung von Ausdrücken als ›L.n‹, vor allem wenn es um Wertorientierungen geht, kann damit im sozialwissenschaftlichen Bereich der Ideologiekritik (↑Ideologie) dienen, aber auch in der politischen Auseinandersetzung zu dem Zweck verwendet werden, den gegnerischen Standpunkt als bloßes Gerede zu kennzeichnen.

*Literatur:* O. Marquard, L., Hist. Wb. Ph. V (1980), 159–160. P.S.

**Leerprädikator,** ein Prädikator, der auf keinen Gegenstand zutrifft, dessen Extension also die leere Menge (↑Menge, leere) ist. Ein L. ist z.B. der durch die Definition ›$P(x) \leftrightharpoons x \neq x$‹ gegebene Prädikator, der sogar ↑unerfüllbar ist, d.h., aus logischen Gründen auf keinen Gegenstand zutrifft, im Gegensatz etwa zu ›$P(x) \leftrightharpoons x$ ist ein im 19. Jahrhundert geborenes Einhorn‹, wodurch ein nur aus empirischen Gründen leerer Prädikator gegeben ist. L.en dieser Art spielen eine wichtige Rolle bei der Charakterisierung fiktionaler Rede (↑Fiktion, literarische). P.S.

**Leerstelle,** ↑Variable.

**Lefebvre,** Henri, *Hagetmau (Landes) 16. Juni 1905, franz. Philosoph und Soziologe. Studium der Philosophie in Aix-en-Provence (bei M. Blondel) und an der Sorbonne (bei L. Brunschvicg), 1929–1940 Philosophielehrer im Schuldienst, 1941 Entlassung und Untergrundtätigkeit, 1944–1949 künstlerischer Direktor beim Rundfunk in Toulouse, 1949–1961 Forschungsleiter am »Centre national de la recherche scientifique« (Schwerpunkt Agrarsoziologie), 1961 Prof. der Soziologie in Straßburg, ab 1965 in Nanterre, 1973 Emeritierung. – In die Zeit von 1928 (Eintritt L.s in die KPF) bis 1958 (Ausschluß aus der Partei) fallen eine Reihe von Arbeiten, in denen sich L. vor allem mit dem Werk (besonders dem Frühwerk) von K. Marx auseinandersetzt. Dabei sieht L. den dialektischen Materialismus (↑Materialismus, dialektischer) als objektiven Leitfaden für wissenschaftliche Erkenntnis an, während er in späteren Arbeiten (nach 1958) versucht, gegen einen orthodoxen, dogmatischen ›Diamat‹-Begriff eine Neuinterpretation des Marxismus zu setzen: eine ›Rückkehr zu Marx‹ (»retour à Marx comme théoricien de la fin de la philosophie, comme théoricien de la praxis«, La somme et le reste I, Paris 1959, 75). Diese Neubewertung der Marxschen Positionen führt L. zur Ablehnung des dialektischen Materialismus als absoluter Methode (bei Marx selbst sei die ›konkrete historische Dialektik‹ auf die Praxis gegründet) und zur Forderung einer an den Problemen der Gegenwart orientierten Neuinterpretation des ↑Marxismus. Weitere Arbeiten L.s sind der Soziologie des Alltagslebens und der modernen Stadt gewidmet.

*Weitere Werke:* Hitler au pouvoir. Les enseignements de cinq années de fascisme en Allemagne, Paris 1938; Le matérialisme dialectique, Paris 1939, $^{6}$1971 (dt. Der dialektische Materialismus, Frankfurt 1966, $^{2}$1967); L'existentialisme, Paris 1946; Marx et la liberté, Paris 1947; Contribution à l'esthétique, Paris 1953 (dt. Beiträge zur Ästhetik, Heidenau 1956); Problèmes actuels du marxisme, Paris 1958, $^{4}$1970 (dt. Probleme des Marxismus heute, Frankfurt 1965, $^{3}$1967, 1972); Critique de la vie quotidienne, I–II, Paris 1958/1961 (dt. Kritik des Alltagslebens. Grundrisse einer Soziologie der Alltäglichkeit, ed. D. Prokop, Königstein 1977); Introduction à la modernité. Préludes, Paris 1962 (dt. Einführung in die Modernität. 12 Präludien, Frankfurt 1978); Métaphilosophie. Prolégomènes, Paris 1965 (dt. Metaphilosophie. Prolegomena, Frankfurt 1975); Le langage et la société, Paris 1966 (dt. Sprache und Gesellschaft, Düsseldorf 1973); La vie quotidienne dans le monde moderne, Paris 1968 (dt. Das Alltagsleben in der modernen Welt, Frankfurt 1972); La révolution urbaine, Paris 1970 (dt. Die Revolution der Städte, München 1972, Frankfurt 1976); La survie du capitalisme. La ré-production des rapports de production, Paris 1973 (dt. Die Zukunft des Kapitalismus. Die Reproduktion der Produk-

*mieren* (z.B. von Wasser) Leerstellen ausgefüllt oder Luftelemente ausgeschieden? (4) Läßt sich der *Magnetismus* so erklären, daß die Anziehung durch das Eisen oder nur durch leere Poren erfolgt? (5) Fließt aus der *Klepshydra* (Saugheber) deshalb (bei geschlossener oberer Öffnung) kein Wasser, weil das L. es innen festhält oder weil Außenluftdruck es verhindert? (6) Dringen körperliche *Sonnenstrahlen* durch Leerstellen des Wassers, oder sind die Sonnenstrahlen unkörperlich? In der Scholastik werden ähnliche Probleme vor allem unter dem Prinzip des ↑horror vacui diskutiert, das die Annahme eines leeren Raumes ausschließt. Der experimentelle Nachweis des Vakuums durch O. v. Guericke beendete die einschlägigen naturphilosophischen Erörterungen.

*Literatur:* I. Craemer-Ruegenberg, Die Naturphilosophie des Aristoteles, Freiburg/München 1980, 100ff.; M. Gatzemeier, Die Naturphilosophie des Straton von Lampsakos. Zur Geschichte des Problems der Bewegung im Bereich des frühen Peripatos, Meisenheim 1970, 90–97; M. Hesse, Vacuum and Void, Enc. Ph. VIII (1967), 217–218; W.D. Ross, Aristotle's Physics, Oxford 1936 (repr. 1960), 377–384; F. Solmsen, Epicurus on Void, Matter and Genesis. Some Historical Observations, Phronesis 22 (1977), 263–281. M.G.

**Leerformel,** Bezeichnung für sprachliche Wendungen, die wie gehaltvolle Aussagen benutzt werden, sich jedoch bei näherer Analyse als inhaltsleer erweisen. Die Charakterisierung von Ausdrücken als ›L.n‹, vor allem wenn es um Wertorientierungen geht, kann damit im sozialwissenschaftlichen Bereich der Ideologiekritik (↑Ideologie) dienen, aber auch in der politischen Auseinandersetzung zu dem Zweck verwendet werden, den gegnerischen Standpunkt als bloßes Gerede zu kennzeichnen.

*Literatur:* O. Marquard, L., Hist. Wb. Ph. V (1980), 159–160. P.S.

**Leerprädikator,** ein Prädikator, der auf keinen Gegenstand zutrifft, dessen Extension also die leere Menge (↑Menge, leere) ist. Ein L. ist z.B. der durch die Definition ›$P(x) \leftrightharpoons x \neq x$‹ gegebene Prädikator, der sogar ↑unerfüllbar ist, d.h., aus logischen Gründen auf keinen Gegenstand zutrifft, im Gegensatz etwa zu ›$P(x) \leftrightharpoons x$ ist ein im 19. Jahrhundert geborenes Einhorn‹, wodurch ein nur aus empirischen Gründen leerer Prädikator gegeben ist. L.en dieser Art spielen eine wichtige Rolle bei der Charakterisierung fiktionaler Rede (↑Fiktion, literarische). P.S.

**Leerstelle,** ↑Variable.

**Lefebvre,** Henri, *Hagetmau (Landes) 16. Juni 1905, franz. Philosoph und Soziologe. Studium der Philosophie in Aix-en-Provence (bei M. Blondel) und an der Sorbonne (bei L. Brunschvicg), 1929–1940 Philosophielehrer im Schuldienst, 1941 Entlassung und Untergrundtätigkeit, 1944–1949 künstlerischer Direktor beim Rundfunk in Toulouse, 1949–1961 Forschungsleiter am »Centre national de la recherche scientifique« (Schwerpunkt Agrarsoziologie), 1961 Prof. der Soziologie in Straßburg, ab 1965 in Nanterre, 1973 Emeritierung. – In die Zeit von 1928 (Eintritt L.s in die KPF) bis 1958 (Ausschluß aus der Partei) fallen eine Reihe von Arbeiten, in denen sich L. vor allem mit dem Werk (besonders dem Frühwerk) von K. Marx auseinandersetzt. Dabei sieht L. den dialektischen Materialismus (↑Materialismus, dialektischer) als objektiven Leitfaden für wissenschaftliche Erkenntnis an, während er in späteren Arbeiten (nach 1958) versucht, gegen einen orthodoxen, dogmatischen ›Diamat‹-Begriff eine Neuinterpretation des Marxismus zu setzen: eine ›Rückkehr zu Marx‹ (»retour à Marx comme théoricien de la fin de la philosophie, comme théoricien de la praxis«, La somme et le reste I, Paris 1959, 75). Diese Neubewertung der Marxschen Positionen führt L. zur Ablehnung des dialektischen Materialismus als absoluter Methode (bei Marx selbst sei die ›konkrete historische Dialektik‹ auf die Praxis gegründet) und zur Forderung einer an den Problemen der Gegenwart orientierten Neuinterpretation des ↑Marxismus. Weitere Arbeiten L.s sind der Soziologie des Alltagslebens und der modernen Stadt gewidmet.

*Weitere Werke:* Hitler au pouvoir. Les enseignements de cinq années de fascisme en Allemagne, Paris 1938; Le matérialisme dialectique, Paris 1939, [6]1971 (dt. Der dialektische Materialismus, Frankfurt 1966, [2]1967); L'existentialisme, Paris 1946; Marx et la liberté, Paris 1947; Contribution à l'esthétique, Paris 1953 (dt. Beiträge zur Ästhetik, Heidenau 1956); Problèmes actuels du marxisme, Paris 1958, [4]1970 (dt. Probleme des Marxismus heute, Frankfurt 1965, [3]1967, 1972); Critique de la vie quotidienne, I–II, Paris 1958/1961 (dt. Kritik des Alltagslebens. Grundrisse einer Soziologie der Alltäglichkeit, ed. D. Prokop, Königstein 1977); Introduction à la modernité. Préludes, Paris 1962 (dt. Einführung in die Modernität. 12 Präludien, Frankfurt 1978); Métaphilosophie. Prolégomènes, Paris 1965 (dt. Metaphilosophie. Prolegomena, Frankfurt 1975); Le langage et la société, Paris 1966 (dt. Sprache und Gesellschaft, Düsseldorf 1973); La vie quotidienne dans le monde moderne, Paris 1968 (dt. Das Alltagsleben in der modernen Welt, Frankfurt 1972); La révolution urbaine, Paris 1970 (dt. Die Revolution der Städte, München 1972, Frankfurt 1976); La survie du capitalisme. La ré-production des rapports de production, Paris 1973 (dt. Die Zukunft des Kapitalismus. Die Reproduktion der Produkophy of Mind, Englewood Cliffs N.J. 1968; R. Specht, Commercium mentis et corporis. Über Kausalvorstellungen im Cartesianismus, Stuttgart-Bad Cannstatt 1966; P.F. Strawson, Individuals. An Essay in Descriptive Metaphysics, London 1959, London/New York 1964 (dt. Einzelding und logisches Subjekt (Individuals). Ein Beitrag zur deskriptiven Metaphysik, Stuttgart 1972); A.R. White, The Philosophy of Mind, New York 1967, [2]1968; B.A.O. Williams, Problems of the Self. Philosophical Papers 1956–1972, Cambridge 1973; E. Wilson, The Mental as Physical, London/Boston/Henley 1979; J. Wisdom, Problems of Mind and Matter, Cambridge 1934, New York [2]1963; weitere Literatur ↑Identitätstheorie, ↑Interaktionismus, ↑Parallelismus, psychophysischer. J.M.

**Lekton** (griech. λεκτόν; Verbaladjektiv zu λέγειν, sagen: das Gesagte, Sagbare; lat. teils dictum, teils dicibile), zentraler Terminus der stoischen Bedeutungstheorie. Zenon von Kition skizzierte eine Aussagentheorie, die erstmals den Verben jede gegenständliche ↑Bedeutung absprach und sowohl die Komplementarität als auch die Asymmetrie der semantischen Funktionen von Nominatoren und Prädikatoren einheitlich deuten sollte. Um die Originalität dieser Lehre zu sichern, führte Kleanthes für die Verbbedeutung, das sogenannte Prädikat, den Terminus ›L.‹ ein. Von da aus wurde dann auch die nunmehr ungegenständliche Bedeutung von Aussagesätzen als ›L.‹ bezeichnet, weiterhin jedes Argument, ferner die Bedeutung der sprachlichen Zeichen vollständiger nicht-assertorischer Sprechakte und schließlich die Bedeutung sprachlicher Zeichen überhaupt, die nun immer außer von den Zeichen auch von den realen Gegenständen unterschieden sein sollte. Bei dieser Bedeutungserweiterung des L.begriffs hat sich der Sinn der das L. ständig begleitenden Charakterisierungen – πρᾶγμα (Handlung, Sache) und ἀσώματον (unkörperlich) – so stark verändert, daß es bisher nicht gelungen ist, von irgendeinem Punkt der Entwicklung aus eine homogene systematische L.theorie zu rekonstruieren. Sextus Empiricus (Adversus Mathematicos VIII 11f.) markiert das Ende der beschriebenen Entwicklung und wird häufig zum Ausgangspunkt von Rekonstruktionen gemacht, ohne daß dabei allerdings verständlich wird, wieso die Stoiker die Bedeutungen auch als ›Lekta‹, als ›Sachen‹ und als ›unkörperlich‹ bezeichneten und wieso über die Existenz des L. gestritten werden konnte. Trotz der Rekonstruktionsprobleme ist deutlich, daß die Stoiker mit dem L.begriff systematische Kritik z.B. an Platon und Aristoteles zu üben versuchten, daß sie damit eine ↑intensionale Semantik verfolgten und daß ihre Aussagen- bzw. Prädikationstheorie moderne sprachphilosophische Fragestellungen antizipierte.

*Texte:* Diog. Laert. VII, 38–83; SVF IV (Index), Stichwörter ›λεκτόν‹ und ›κατηγόρημα‹.

*Literatur:* M. Frede, The Origins of Traditional Grammar, in: R.E. Butts/J. Hintikka (eds.), Historical and Philosophical Dimensions of Logic, Methodology and Philosophy of Science. Proceedings of the Fifth International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science IV, London, Ontario, Canada 1975, Dordrecht/Boston 1977, 51–79; A. Graeser, The Stoic Theory of Meaning, in: J.M. Rist (ed.), The Stoics, Berkeley/Los Angeles/London 1978, 77–100; K. Hülser, Expression and Content in Stoic Linguistic Theory, in: R. Bäuerle/U. Egli/A. von Stechow (eds.), Semantics from Different Points of View, Berlin/Heidelberg/New York 1979, 284–303; W. Kneale/M. Kneale, The Development of Logic, Oxford 1962 (repr. 1978), 138ff.; A.A. Long, Language and Thought in Stoicism, in: ders. (ed.), Problems in Stoicism, London 1971, 75–113; B. Mates, Stoic Logic, Berkeley/Los Angeles 1953, [2]1961, 11–26; H.-E. Müller, Die Prinzipien der stoischen Grammatik, Diss. Rostock 1943; G. Nuchelmans, Theories of the Proposition. Ancient and Medieval Conceptions of the Bearers of Truth and Falsity, Amsterdam/London 1973, 45–87. K.H.H.

**Lemma** (griech. λῆμμα), bei Aristoteles eine Annahme, die als Prämisse einer Schlußfolgerung dient, aber nicht notwendigerweise wahr sein muß (Top. A2.101a13–15, Θ1.156a19–22); bei den Stoikern die Oberprämisse eines Syllogismus (Crinis, SVF III, 269). In der modernen Logik und Mathematik Bezeichnung für ›Hilfssätze‹, die keine selbständige Bedeutung haben sollen, sondern nur zur Herleitung anderer ›Lehrsätze‹ oder ↑›Theoreme‹ verwendet werden und deren Beweis durch Ausgliederung der Beweise für L.ta übersichtlicher gestalten. Bisweilen haben sich allerdings L.ta als so fundamental und unabhängig vom Bezug auf spezielle Theoreme erwiesen, daß sie die Basis für ganze Klassen von Lehrsätzen lieferten und insofern selbständige Bedeutung annahmen. Beispiele dafür sind z.B. das ›L. von König‹ (wichtiger Spezialfall: ›Jeder unendliche, aber endlich verzweigte Baum hat einen unendlichen Ast‹), das die Grundlage vieler Vollständigkeitsbeweise (↑vollständig/Vollständigkeit) und Resultate der ↑Beweistheorie ist, oder auch das für die mengentheoretische Grundlegung der Mathematik wichtige ↑Zornsche L. P.S.

**Lenin,** Wladimir Iljitsch (Vladimir Il'ič) (ursprünglich: W.I. Uljanow), *Simbirsk (heute: Uljanowsk) 22. (nach dem alten russ. Kalender: 10.) April 1870, †Gorki 21. Jan. 1924, russ. Politiker und Revolutionär, Gründer und erster Regierungschef der Sowjetunion. 1879–1887 Gymnasium in Simbirsk, 1887 Relegation von der Universität Kasan wegen revolutionärer Umtriebe und Ausweisung aus Kasan, 1891 Abschlußexamina als Exterwährend Theorien 3. Ordnung ›absolute‹, ›transzendente‹ Prinzipien aufstellen und nichts anderes als metaphysische Theorien sind.

*Werke:* Kant und die Epigonen. Eine kritische Abhandlung, Stuttgart 1865, Neudr., ed. B. Bauch, Berlin 1912; Über den individuellen Beweis für die Freiheit des Willens. Ein kritischer Beitrag zur Selbsterkenntniß, Stuttgart 1866; Über den objektiven Anblick. Eine kritische Abhandlung, Stuttgart 1869; Zur Analysis der Wirklichkeit. Eine Erörterung der Grundprobleme der Philosophie, Straßburg 1876, [4]1911; Gedanken und Thatsachen. Philosophische Abhandlungen, Aphorismen und Studien, I–II, [in jeweils mehreren Lieferungen], Straßburg 1882–1904, [2]1904–1928; Über philosophische Tradition [...], Straßburg 1883; Die Klimax der Theorieen. Eine Untersuchung aus dem Bereich der allgemeinen Wissenschaftslehre, Straßburg 1884, Neudr., ed. B. Bauch, Straßburg 1914; Psychologische Aphorismen, Leipzig 1892; Weltwanderung. Gedichte, Stuttgart 1899; Immanuel Kant. Eine Gedächtnisrede [...], Straßburg 1904.

*Literatur:* E. Adickes, L. als Erkenntnistheoretiker (Untersuchungen zur Theorie der Apriorität, sowie über die Evidenz der geometrischen Axiome), Kant-St. 15 (1910), 1–52; B. Bauch, Kritizismus und Naturphilosophie bei O.L., Kant-St. 15 (1910), 115–138; M. Campo, O. L., Enc. Ph. IV (1967), 466–467; H. Driesch, O. L.s Lehre vom Organismus, Kant-St. 15 (1910), 86–93; R. Eucken/B. Bauch, Worte der Erinnerung an O. L., Kant-St. 17 (1912), 1–8; H. Falkenheim, O. L.s Kampf mit dem Empirismus, Kant-St. 15 (1910), 53–73; R. Hönigswald, Zu L.s Kritik der Lehre vom psychophysischen Parallelismus, Kant-St. 15 (1910), 94–114; W. Kinkel, Das Verhältnis von Philosophie und Mathematik nach O. L., Kant-St. 15 (1910), 74–85; F. Medicus, O. L. als Dichter, Kant-St. 15 (1910), 139–151; A. Meyer, Über L.s Erkenntnislehre und ihr Verhältnis zur Kantischen Philosophie. Ein Beitrag zur Kritik des modernen Intellektualismus, Borna-Leipzig 1916 (Diss. Jena); W. Windelband, O. L.s Philosophie, Kant-St. 15 (1910), III–X. C.T.

**Lieh Tzu** (Lie-Zi), eine Sammlung verschiedener taoistischer Quellen (↑Taoismus), vermutlich aus dem 3. oder 4. Jahrhundert n. Chr. Neben dem ↑Tao-te-ching und dem ↑Zhuang-Tse wichtiges Quellenwerk. Es enthält unter anderem das berühmte Kapitel über den hedonistisch-pessimistischen Philosophen Yang Chu.

*Übersetzungen:* E. Faber, Der Naturalismus bei den alten Chinesen sowohl nach der Seite des Pantheismus als des Sensualismus oder die sämtlichen Werke des Philosophen Licius, Elberfeld 1877; R. Wilhelm, Liä Dsi. Das wahre Buch vom quellenden Urgrund (Tschung Hü Dschen Ging). Die Lehren der Philosophen Liä Yü Kou und Yang Dschu, Jena 1911, erw. Düsseldorf/Köln 1980. H.S.

**Limes** (lat., Grenze) (engl. limit, franz. limite), soviel wie ↑Grenzwert.

**Limitation,** ↑Urteil, limitatives.

**Lindenbaum-Algebra,** nach A. Lindenbaum (1905–1942) benannte Boolesche Algebra, die folgendermaßen definiert ist: $\sim_\Sigma$ sei die für Formeln einer formalen Sprache definierte Relation der ›beweisbaren Äquivalenz‹ relativ zu einer Menge von Formeln $\Sigma \subseteq F$ ($F$ die Menge der Formeln der Sprache): $A \sim_\Sigma B \leftrightharpoons \Sigma \vdash A \leftrightarrow B$. Auf der Menge $F/\sim_\Sigma$ der Äquivalenzklassen dieser Relation läßt sich eine Relation $\leq$ durch $|A|_\Sigma \leq |B|_\Sigma \leftrightharpoons \Sigma \vdash A \rightarrow B$ erklären ($|A|_\Sigma$ dabei die zu $A$ gehörige Äquivalenzklasse), so daß $F/\sim_\Sigma$ mit $\leq$ einen distributiven komplementären, d.h. ↑Booleschen Verband bildet. Dieser Verband heißt ›L.-A. von $\Sigma$‹. Für sein Einselement 1 und Nullelement 0 gilt:

$|A|_\Sigma = 1$ genau dann, wenn $\Sigma \vdash A$
$|A|_\Sigma = 0$ genau dann, wenn $\Sigma \vdash \neg A$.

Diese charakteristische Eigenschaft der L.-A. wird in ↑Vollständigkeitssätzen algebraischer Art für die Junktoren- und Quantorenlogik in entscheidender Weise ausgenutzt (↑Logik, algebraische).

*Literatur:* M.M. Richter, Logikkalküle, Stuttgart 1978. P.S.

**Linearkombination,** stehen gewisse mathematische Objekte $x_1, x_2, \ldots$, zwischen denen eine Addition (↑Addition (mathematisch)) ›$+$‹ erklärt ist, zu einer Menge von Zahlen $a_1, a_2, \ldots$ auf solche Weise in Beziehung, daß jeder Zahl $a_\lambda$ und jedem Objekt $x_\mu$ als Ergebnis $a_\lambda x_\mu$ ihrer Verknüpfung ein Objekt $x_\nu$ $(= a_\lambda x_\mu)$ zugeordnet ist, so heißt jeder Ausdruck $a_i x_j + \ldots + a_m x_n$ eine L. der Objekte $x_j, \ldots, x_n$. Auch das durch diesen Ausdruck dargestellte Objekt unter den $x_1, x_2, \ldots$ heißt L. von $x_j, \ldots, x_n$. Z.B. heißt ein ↑Vektor $v$ eine L. der Vektoren $v_j, \ldots, v_n$ eines Vektorraums über einem Koeffizientenkörper $K$, wenn es in diesem Elemente $k_i, \ldots, k_m$ gibt, so daß $v = k_i v_j + \ldots + k_m v_n$ ist. C.T.

**lingua universalis** (lat., allgemeine Sprache), künstliche ↑Universalsprache (↑Kunstsprache), die über die Verschiedenheit der natürlichen Sprachen (↑Sprache, natürliche) hinweg Verständigung erlauben, zugleich aber nach Vokabular und Grammatik so angelegt sein soll, daß die Begriffe und Sachverhalte aller denkbaren Wissensgebiete durch Kombination elementarer Wörter dieser Sprache ausgedrückt werden können. Die Idee einer solchen Universalsprache findet sich schon bei R. Lullus, vor allem aber in der Mystik und Wissenschaft des Barock (J.J. Becher, G. Dalgarno, J. Wilkins, J.A. Comenius, A. Kircher, G.W. Leibniz u.a.). Leibniz faßt das Verhältnis der Wörter einer Universalsprache zu ihren Grundwörtern analog dem Verhältnis der natür-

chungen zur d.n L., ed. H. Poser, Berlin/New York 1977, 1–17); ders., An Essay in Modal Logic, Amsterdam 1951; ders., A Note on Deontic Logic and Derived Obligation, Mind 65 (1956), 507–509; ders., Norm and Action, London 1963; ders., Practical Inference, Philos. Rev. 72 (1963), 159–179 (dt. Praktisches Schließen, in: ders., Handlung, Norm und Intention [s.o.], 41–60); ders., A New System of Deontic Logic, Danish Yearbook of Philos. 1 (1964), 173–182, Neudr. in: R. Hilpinen (ed.), Deontic Logic [s.o.], 105–115; ders., A Correction to a New System of Deontic Logic, Danish Yearbook of Philos. 2 (1965), 103–107, Neudr. in: R. Hilpinen (ed.), Deontic Logic [s.o.], 115–120; ders., The Logic of Action – A Sketch, in: N. Rescher (ed.), The Logic of Decision and Action, Pittsburgh Pa. 1967, 121–136 (dt. Handlungslogik. Ein Entwurf, in: ders., Handlung, Norm und Intention [s.o.], 83–103); ders., An Essay in Deontic Logic and the General Theory of Action, Amsterdam 1968 (Acta Philos. Fennica 21); ders., The Logic of Practical Discourse, in: R. Klibansky (ed.), Contemporary Philosophy. A Survey I (Logic and Foundations of Mathematics), Firenze 1968, 141–167; ders., On the Logic and Ontology of Norms, in: J.W. Davis/D.J. Hockney/W.K. Wilson (eds.), Philosophical Logic, Dordrecht 1969, 89–107; ders., On So-Called Practical Inference, Acta Sociolog. 15 (1972), 39–53 (dt. Über sogenanntes praktisches Schließen, in: ders., Handlung, Norm und Intention [s.o.], 61–81); ders., D. L. und die Theorie der Bedingungen, in: ders., Handlung, Norm und Intention [s.o.], 19–39; ders., Normenlogik, in: ders., Handlung, Norm und Intention [s.o.], 119–130; ders., D. L., Hist. Wb. Ph. V (1980), 384–389; Z. Ziemba, Deontic Logic, DL (1981), 97–104. C.F.G.

**Logik, dialektische,** historisch Bezeichnung für die spekulative Logik G. W. F. Hegels (↑Hegelsche Logik, ↑Dialektik), systematisch Bezeichnung für philosophisch-logische Ansätze, die sich als Rekonstruktionen der Hegelschen Logik bzw. bestimmter Aspekte der Hegelschen Logik verstehen. Eine wichtige Rolle spielt dabei das in der Hegelschen Logik abgelehnte Widerspruchsprinzip (↑Widerspruch, Satz vom), wonach zwei kontradiktorische Urteile nicht beide wahr sein können, speziell einem Gegenstand nicht zwei gegensätzliche Bestimmungen in derselben Hinsicht zukommen können (↑Opposition). Wichtige Versuche einer d.n L. im Rahmen der *modernen philosophischen* Logik – sofern sie nicht nur vorliegende logische Theorien als ›dialektisch‹ bezeichnen – sind unter anderem:

(1) Der Ansatz G. Günthers, die d. L. als nicht-aristotelische Logik zu verstehen, in der das ↑Zweiwertigkeitsprinzip aufgegeben ist. Günther plädiert dabei für eine Logik mit mehr als zwei Wahrheitswerten (↑Logik, mehrwertige), die er mit kybernetischen Ansätzen verknüpft. Günther will auf diese (umstrittene) Weise den philosophisch-spekulativen Intentionen Hegels, z.B. dem dialektischen Verständnis des ↑Subjekt-Objekt-Problems, einen mit den Resultaten der modernen Logik und Naturwissenschaft verträglichen Sinn geben. – (2) Ansätze zu *parakonsistenten Logiken.* Hierbei handelt es sich um erstmals von S. Jaśkowski (1948) genauer untersuchte Logiken, in denen das ↑ex falso quodlibet nicht uneingeschränkt gilt, wonach in der klassischen (und intuitionistischen) Logik (↑Logik, klassische, ↑Logik, intuitionistische) aus *irgendeinem* Widerspruch $A \wedge \neg A$ *jede beliebige* Aussage gefolgert werden kann (so daß also ein beliebiger Widerspruch das ganze System trivialisiert). In parakonsistenten Logiken sind Widersprüche ›*lokale*‹ Phänomene, die keine ›globalen‹ Konsequenzen haben (die Systeme können ›nicht-trivial inkonsistent‹ sein); die Deduktion von Widersprüchen ist in diesem Sinne keine ›Katastrophe‹. Für parakonsistente Logiken sind zahlreiche Formalismen und dazugehörige Semantiken vorgeschlagen worden, teilweise verwandt mit modal- und relevanzlogischen Ansätzen (↑Modallogik, ↑Relevanzlogik); die philosophische Bedeutsamkeit solcher Versuche ist noch umstritten. Problematisch ist vor allem, ob parakonsistente Logiken als Rekonstruktionen der Hegelschen Logik verstanden werden können: die Ablehnung des Widerspruchsprinzips ist bei Hegel Teil einer metaphysischen Theorie, die durch die Möglichkeit, dieses Prinzip in formalen Systemen einzuschränken, nicht verständlicher wird. Allerdings zeigen parakonsistente Logiken, daß eine sich *nur* auf das Widerspruchsprinzip im logischen Sinne stützende Kritik der Hegelschen Logik und Dialektik keine definitive Widerlegung darstellt. – (3) Ansätze, den wissenschaftlichen ↑Fortschritt als Dialektik und dessen rationale Interpretation, etwa im Sinne des Falsifikationismus (↑Falsifikation, ↑Rationalismus, kritischer), als d. L. zu verstehen. Auch diese Idee greift nur *einen* Aspekt der Hegelschen Theorie heraus: den, der sich auf die Entwicklung des *Wissens* bezieht. Die d. L., wie in Hegels »Wissenschaft der Logik« (1812/1816) dargestellt, ist jedoch wesentlich auch eine Logik der *Entwicklung von ↑Begriffen,* nicht nur eine Logik der Entwicklung des Wissens (relativ zu einer gegebenen Begrifflichkeit). Es ist daher naheliegend, die d. L. (wie z.B. bei G. Klaus) als eine Logik der Entwicklung von Begriffs*intensionen* (↑intensional/Intension) zu verstehen. Dabei ist allerdings (noch?) unklar, was dies heißen kann, da ja ›Entwicklung‹ bei Hegel nicht (oder nicht nur) im zeitlichen Sinne verstanden wird.

Die d. L. ist in jedem Falle keine ↑Logik in dem strengen Sinne, daß ihre Sätze unabhängig vom betrachteten Gegenstandsbereich sind. Vielmehr müßte sie, wenn eine Rekonstruktion der vagen Hegelschen Begriffsbildungen überhaupt gelänge, eher als eine auf bestimmte Anwendungsgebiete bezogene Methodenlehre oder als Kanon von Methodenlehren (↑Methode) aufgefaßt werden.

*Literatur:* A.I. Arruda, A Survey of Paraconsistent Logic, in: ders./R. Chuaqui/N.C.A. da Costa (eds.), Mathematical Logic in Latin America. Proceedings of the IV Latin American Symposium on Mathematical Logic (Santiago, 1978), Amsterdam/New York/Oxford 1980, 1–41 (mit Bibliographie, 27–41); ders./N.C.A. da Costa/R. Chuaqui (eds.), Non-Classical Logics, Model Theory, and Computability. Proceedings of the Third Latin-American Symposium on Mathematical Logic (Campinas, 1976), Amsterdam/New York/Oxford 1977, 1–113 (I Non Classical Logics); E.M. Barth/E.C.W. Krabbe, From Axiom to Dialogue. A Philosophical Study of Logics and Argumentation, Berlin/New York 1982; J.F.A.K. van Benthem, What Is Dialectical Logic?, Erkenntnis 14 (1979), 333–347; W.K. Essler, Analytische Philosophie I (Methodenlehre, Sprachphilosophie, Ontologie, Erkenntnistheorie), Stuttgart 1972, 84–95 (Die sogenannte d. L.); ders./W. Becker (eds.), Konzepte der Dialektik, Frankfurt 1981; G. Günther, Die aristotelische Logik des Seins und die nicht-aristotelische Logik der Reflexion, Z. philos. Forsch. 12 (1958), 360–407, Neudr. in: ders., Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik I, Hamburg 1976, 141–188; ders., Das Problem einer Formalisierung der transzendental-dialektischen Logik. Unter besonderer Berücksichtigung der Logik Hegels, Hegel-Stud. Beih. 1 (1964), 65–123, Neudr. unter dem Titel: Das metaphysische Problem [...], in: ders., Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik I [s.o.], 189–247; W. Jaeschke/W. Goerdt, Logik, (spekulativ-)dialektische, Hist. Wb. Ph. V (1980), 389–402; S. Jaśkowski, Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych, Stud. Societatis Scientiarum Torunensis, Sect. A, I, Toruń 1948, no. 5, 55–77 (engl. Propositional Calculus for Contradictory Deductive Systems, Stud. Log. 24 [1969], 143–157); G. Klaus, Moderne Logik. Abriß der formalen Logik, Berlin 1958, unter dem Titel: Einführung in die formale Logik, [8]1972; W. Krohn, Die formale Logik in Hegels ›Wissenschaft der Logik‹. Untersuchungen zur Schlußlehre, München 1972; H. Lenk, Kritik der logischen Konstanten. Philosophische Begründungen der Urteilsformen vom Idealismus bis zur Gegenwart, Berlin 1968, bes. 257–377; D. Marconi (ed.), La formalizzazione della dialettica. Hegel, Marx e la logica contemporanea, Turin 1979; U. Petersen, Die logische Grundlegung der Dialektik. Ein Beitrag zur exakten Begründung der spekulativen Philosophie, München 1980; N. Rescher, Belief-Contravening Suppositions, Philos. Rev. 70 (1961), 176–196; ders., Hypothetical Reasoning, Amsterdam 1964; ders./R. Brandom, The Logic of Inconsistency. A Study in Non-Standard Possible-World Semantics and Ontology, Oxford 1980; R. Routley, Dialectical Logic, Semantics and Metamathematics, Erkenntnis 14 (1979), 301–331; ders., Ultralogic As Universal?, in: ders., Exploring Meinong's Jungle and Beyond. An Investigation of Noneism and the Theory of Items, Canberra 1980, 893–962; weitere Literatur ↑Dialektik, ↑Hegelsche Logik. P.S.

**Logik, dialogische,** ein von P. Lorenzen und K. Lorenz im Anschluß an die operative Logik (↑Logik, operative) entwickeltes Verfahren zur Begründung der Logik (↑Logik, formale). An die Stelle der dem semantischen Aufbau der Logik zugrunde liegenden klassischen Charakterisierung der ↑Aussagen durch die Eigenschaft, ›wahr‹ oder ›falsch‹ zu sein (↑*wertdefinite* Aussage), und dabei ohne Rückgriff auf den seit G. Frege üblichen, durch ↑Formalisierung der Logik gewonnenen syntaktischen Aufbau mit Hilfe von ↑Logikkalkülen tritt die für einen pragmatischen Aufbau der Logik vorgenommene Charakterisierung der Aussagen durch ein endliches, in entscheidbaren Schritten verlaufendes Argumentationsverfahren, einen *Dialog* (↑*dialogdefinite* Aussage). Die Dialogregel besteht aus zwei Teilen, einer allgemeinen *Strukturregel* (↑Rahmenregel) und einer besonderen *Argumenteregel.* Die Strukturregel lautet:

(1) Dialoge um Aussagen (= Partien des Dialogspiels) bestehen aus abwechselnd vom *Opponenten O* und *Proponenten P* vorgebrachten Argumenten, die einer zur Dialogführung gehörigen Argumenteregel folgen, und enden mit Gewinn und Verlust für je einen der beiden Partner.
(2) Die Argumente, das uneigentliche, von *P* vorgebrachte Anfangsargument ausgenommen, greifen vorhergegangene des Gegners an oder verteidigen eigene auf solche Angriffe, nicht aber beides zugleich: Die eigentlichen Argumente zerfallen in Angriffe und Verteidigungen.
(3) Jedes Argument darf jederzeit während eines Dialogs nach der Argumenteregel angegriffen werden (Rechte!).
(4) Jedes Argument braucht auf einen Angriff nach der Argumenteregel erst verteidigt zu werden, wenn der Verteidiger nicht mehr angreifen kann; dabei muß man das letzte der angegriffenen, aber noch nicht verteidigten Argumente stets zuerst verteidigen (Pflichten!).
(5) Wer in einem Dialog kein Argument mehr vorbringen kann oder aufgibt, hat diesen Dialog verloren; der andere hat ihn gewonnen.

Eine Aussage *A* heißt ›*logisch zusammengesetzt* aus Aussagen einer Klasse *K* dialogdefiniter Aussagen‹, wenn im Schema der möglichen Angriffe gegen *A* und der möglichen Verteidigungen von *A* auf solche Angriffe (dies ist eine Notation für den auf *A* bezogenen Teil der Argumenteregel) nur Aussagen der Klasse *K* auftreten. Jeder Dialog um *A* ist dann auf Dialoge um (direkte) Teilaussagen von *A* vollständig zurückgeführt und *A* selbst ebenfalls dialogdefinit. Derjenige Teil der Argu-

70 (1973), 161–165; J. Nelson, Knowledge and Truth, Philos. Stud. 27 (1975), 65–72; C. Pailthorp, Knowledge as Justified, True Belief, Rev. Met. 23 (1969), 25–47; G.S. Pappas, Knowledge and Reasons, Philos. Stud. 25 (1974), 423–428; P.L. Peterson, How to Infer Belief from Knowledge, Philos. Stud. 32 (1977), 203–209; J.L. Pollock, The Structure of Epistemic Justification, in: Studies in the Theory of Knowledge, Oxford 1970, 62–78 (Amer. Philos. Quart. Monogr. Ser. IV, ed. N. Rescher); W.V.O. Quine, Quantifiers and Propositional Attitudes, J. Philos. 53 (1956), 177–187, Neudr. in: ders., The Ways of Paradox and Other Essays, New York 1966, 184–196; C. Radford, Knowledge – By Examples, Analysis 27 (1966/1967), 1–11; ders., Knowing But Not Believing, Analysis 27 (1966/1967), 139–140; ders., Does Unwitting Knowledge Entail Unconscious Belief?, Analysis 30 (1969/1970), 103–107; ders., »Analyzing« ›Know(s) That‹, Philos. Quart. 20 (1970), 222–229; N. Rescher, Epistemic Modality: The Problem of a Logical Theory of Belief Statements, in: ders., Topics in Philosophical Logic, Dordrecht 1968, 40–53; ders./A. van der Nat, On Alternatives in Epistemic Logic, J. Philos. Log. 2 (1973), 119–135; R.J. Richman, Justified True Belief as Knowledge, Can. J. Philos. 4 (1974/1975), 435–439; R. Robison, The Concept of Knowledge, Mind 80 (1971), 17–28; J.T. Saunders, Does Knowledge Require Grounds?, Philos. Stud. 17 (1966), 7–13; F. Schick, Three Logics of Belief, in: M. Swain (ed.), Induction, Acceptance, and Rational Belief, Dordrecht 1970, 6–26; D. Scott, Advice on Modal Logic, in: K. Lambert (ed.), Philosophical Problems in Logic, Dordrecht 1970, 143–173; W. Sellars, Some Problems about Belief, Synthese 19 (1968/1969), 158–177, ferner in: I.W. Davis/D.J. Hockney/W.K. Wilson (eds.), Philosophical Logic, Dordrecht 1969, 46–65; R.A. Sharpe, Über die kausale Theorie der Erkenntnis, Ratio 17 (1975), 196–206; B. Skyrms, The Explication of ›*X* Knows That *p*‹, J. Philos. 64 (1967), 373–389; R.L. Slaght, Is Justified True Belief Knowledge. A Selective Critical Survey of Recent Work, Philos. Res. Arch. 3 (1977), 367–503; R.C. Sleigh, A Note on Some Epistemic Principles of Chisholm and Martin, J. Philos. 61 (1964), 216–218; E. Sosa, The Analysis of ›Knowledge That *p*‹, Analysis 25 (1964/1965), 1–8; ders., Propositional Knowledge, Philos. Stud. 20 (1969), 33–43; ders., How Do You Know?, Amer. Philos. Quart. 11 (1974), 113–122; ders., On Our Knowledge of Matters of Fact, Mind 83 (1974), 388–405; W. Stegmüller, Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie II, Stuttgart [6]1976, 175–182; W. Stelzner, Grundbegriffe einer Theorie der Diskussion und e. L., in: H. Wessel (ed.), Logik und empirische Wissenschaften. Beiträge deutscher und sowjetischer Philosophen und Logiker, Berlin (Ost) 1977, 187–206; G.C. Stine, Quantified Logic for Knowledge Statements, J. Philos. 71 (1974), 127–140; P. Suppes, The Measurement of Belief, J. Royal Statist. Soc. Ser. B, 36 (1974), 160–191; M. Swain, The Consistency of Rational Belief, in: ders. (ed.), Induction, Acceptance, and Rational Belief, Dordrecht 1970, 27–54; ders., An Alternative Analysis of Knowledge, Synthese 23 (1972), 423–442; ders., Epistemic Defeasibility, Amer. Philos. Quart. 11 (1974), 15–25; A. Sweet, A Pragmatic Model of the Epistemic Logic of Chisholm and Keim, Ratio 17 (1975), 247–250 (dt. Ein pragmatisches Modell der e.n L. von Chisholm und Keim, Ratio 17 [dt. Ausg., 1975], 236–239); J. Tienson, On Analysing Knowledge, Philos. Stud. 25 (1974), 289–293; H. Wessel/K. Wuttich, Ein System der e.n L., in: H. Wessel (ed.), Logik und empirische Wissenschaften [s.o., W. Stelzner], 150–163; K.J. Wu, Hintikka and Defensibility, Ajatus 32 (1970), 25–31; dies., On Hintikka's Defense of (C.KK*) and (C.BB*), Ajatus 34 (1972), 139–143; dies., A New Approach to Formalization of a Logic of Knowledge and Belief, Log. anal. 16 (1973), 513–525; K. Wuttich, Probleme der e.n L., Diss. Berlin (Ost) 1977; ders., Logische Explikationen von Informiertheits- oder Wissensaussagen, in: H. Wessel (ed.), Logik und empirische Wissenschaften [s.o., W. Stelzner], 164–186; E.M. Zemach, The Pragmatic Paradox of Knowledge, Log. anal. 12 (1969), 283–287; ders., Epistemic Opacity, Log. anal. 14 (1971), 803–810; ders., In Defense of Epistemic Transparency, Log. anal. 20 (1977), 156–158; R. Zuber, Knowledge and Analyticity, Log. anal. 19 (1976), 219–222. C.F.G.

**Logik, erotetische,** ↑Interrogativlogik.

**Logik, extensionale,** die Theorie der logischen Systeme, deren Aussagen sämtlich extensional sind, die also *extensionale Sprachen* (↑extensional/Extension) sind: die Extensionen von Ausdrücken der Sprache sind durch die Extensionen ihrer Teilausdrücke eindeutig bestimmt. Für die ↑Junktorenlogik heißt dies, daß die ↑Wahrheitswerte der Argumente eines ↑Junktors eindeutig den Wahrheitswert des betreffenden Jungats bestimmen. In der klassischen Logik (↑Logik, klassische) ist das dadurch erfüllt, daß Junktoren von vornherein als ↑Wahrheitsfunktionen interpretiert werden. Aber auch die intuitionistische Logik (↑Logik, intuitionistische) kann zur e.n L. gerechnet werden: Sie geht zwar nicht davon aus, daß jeder beliebigen Aussage ein Wahrheitswert als Extension effektiv zugeordnet werden kann; für Aussagen jedoch, bei denen dies möglich ist (gelegentlich ↑wertdefinite Aussagen genannt), bleiben die klassischen ↑Wahrheitstafeln in Kraft, so daß jede aus wertdefiniten Aussagen zusammengesetzte Aussage einen durch die Wahrheitswerte der unmittelbaren Teilaussagen eindeutig bestimmten Wahrheitswert hat. Systemen der axiomatischen Mengenlehre (↑Mengenlehre, axiomatische), die ein ↑Extensionalitätsaxiom enthalten, muß nicht notwendigerweise eine e. L. zugrunde liegen, da man z.B. auch ↑Relevanzlogiken mengentheoretisch erweitern kann. Entsprechendes gilt für Logiken auf Basis des ↑Extensionalitätsprinzips. In historischer Perspektive bezeichnet man solche Systeme traditioneller Logik als extensional (oder auch als ›Umfangslogiken‹), in denen Beziehungen zwischen Begriffen als Beziehungen zwischen deren Umfängen verstanden werden. Die kategorischen Urteile, deren Deduktionsbeziehungen in der ↑Syllogistik untersucht werden, kann man dann als Behauptungen über Beziehungen von Klassen verstehen. Im Gegensatz zu e.n L.en stehen intensionale Logiken (↑Logik, intensionale). P.S.

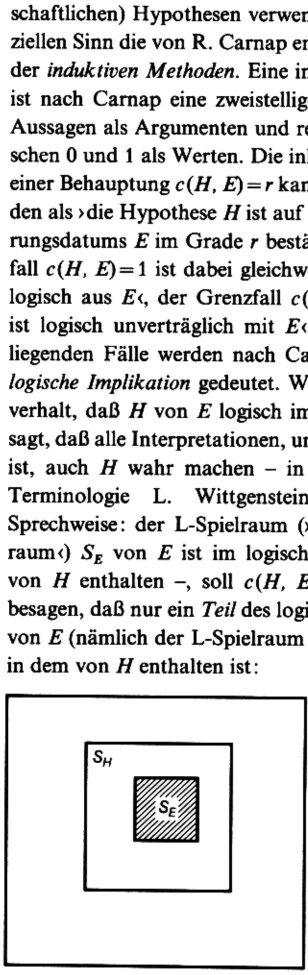
**Logik, formale,** die Theorie des logischen Zusammenhangs von ↑Aussagen, meist aufgebaut als Theorie der logischen Wahrheit (↑logisch wahr) von Aussagen oder als Theorie der logischen ↑Implikation zwischen Hypothesen und einer These, um angeben zu können, wann sich eine These aus Hypothesen *logisch folgern* läßt (↑Folgerung, ↑Schluß). Die f. L. ist möglich, weil unter den sprachlichen Bestandteilen der Aussagen Wörter vorkommen, die als logische Partikeln (↑Partikel, logische) (↑Junktoren und ↑Quantoren) allein die Aufgabe erfüllen, aus vorgegebenen Aussagen solche neuen Aussagen herzustellen, deren Geltung sich auf die Geltung ihrer Teilaussagen zurückführen läßt. Man nennt Aussagen daher mit Hilfe der logischen Partikeln aus den logisch einfachen ↑Primaussagen *logisch zusammengesetzt.*

In der traditionellen, auf Aristoteles zurückgehenden und bis ins 19. Jahrhundert herrschenden Logik (↑Logik, traditionelle) sind andere als die von der ↑Syllogistik behandelten speziellen Aussageverknüpfungen ›alle *P* sind *Q*‹, ›einige *P* sind *Q*‹, ›kein *P* ist *Q*‹, ›einige *P* sind nicht *Q*‹ (*P* und *Q* vertreten hier ↑Prädikatoren; ↑*a*, ↑*i*, ↑*e*, ↑*o*) nur unzureichend und ohne Zusammenhang mit der Syllogistik erörtert worden. Erst der Versuch, die inhaltlich verstandenen Schlußregeln der Logik konsequent nach Art der Rechenregeln der Arithmetik zu formalisieren – für die Syllogistik erstmals erfolgreich von G.W. Leibniz unternommen –, führt dazu, mathematische Begriffsbildungen und Methoden auch in der f.n L. zu verwenden und insbesondere die f. L. als Theorie von ↑Logikkalkülen aufzufassen. Vorstufen von Logikkalkülen für die Aussagen- oder ↑Junktorenlogik finden sich allerdings schon in der Stoa und im Mittelalter (↑Logik, stoische, ↑Logik, mittelalterliche). Die moderne Entwicklung setzt mit G. Boole (1815–1864) und A. De Morgan (1806–1871) ein, denen es gelingt, erstmals die entscheidenden algebraischen Strukturen der ↑Klassenlogik und der ↑Relationenlogik freizulegen (↑Algebra der Logik), die seither mit zum Gegenstand der abstrakten Algebra gehören. Von nun an nennt man die f. L. auch *mathematische Logik* (↑Logik, mathematische), *symbolische Logik* oder ↑*Logistik* und betrachtet sie hauptsächlich als Werkzeug der beginnenden mathematischen Grundlagenforschung. G. Frege (1848–1925) hat im Zusammenhang eines strengen Aufbaus der klassischen Arithmetik und Analysis die erste vollständige Kalkülisierung der klassischen Quantorenlogik geschaffen, deren Anwendung in grundlagentheoretischen Arbeiten, den »Arithmetices Principia« (1889) von G. Peano (1858–1932) und den ↑»Principia Mathematica« (1910–1913) von A.N. Whitehead (1861–1947) und B. Russell (1872–1970), zur allgemeinen Anerkennung der modernen Gestalt der f.n L. geführt hat. Die weitere Entwicklung ist vor allem durch die Rückwirkung des mathematischen ↑Grundlagenstreites zwischen dem ↑Logizismus Freges und Russells, dem ↑Formalismus D. Hilberts (1862–1943) und dem ↑Intuitionismus L.E.J. Brouwers (1881–1966) auf die f. L. gekennzeichnet. Darunter nimmt die Kritik Brouwers an der Allgemeingültigkeit des ↑tertium non datur den entscheidenden Platz ein. Sie führt durch den Aufbau der intuitionistischen Logik (↑Logik, intuitionistische) zur Relativierung der bis dahin allein herrschenden klassischen Logik (↑Logik, klassische) und hat gegenwärtig eine dialogisch-spieltheoretische Begründung durch P. Lorenzen und K. Lorenz erfahren (↑Logik, dialogische).

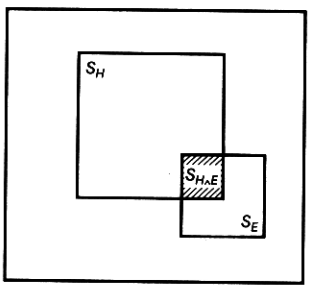
Zum Aufbau der f.n L. als einer Theorie müssen die Aussagen als erstes *normiert* (auch: standardisiert, ↑Normierung) und anschließend *symbolisiert* (↑Symbolisierung) werden. Mit der Normierung der affirmativen ↑Elementaraussagen zu $s_1, \ldots, s_n \varepsilon P$ (↑Eigennamen ›$s_\nu$‹, ↑Kopula ›ε‹, *n*-stelliger Prädikator ›*P*‹) wird von sprachlich-stilistischen Besonderheiten natürlicher Sprachen (↑Sprache, natürliche) abgesehen; die dabei verwendeten Zeichen anstelle der Wörter (Symbolisierung) machen außerdem von bestimmten natürlichen Sprachen unabhängig. Aus Aussagen werden ↑Aussage*schemata,* die bloß noch ihren schematischen Aufbau, ohne Bezug auf die Bedeutung der ursprünglich auftretenden Wörter, wiedergeben. Allein Aussageschemata werden auch für die Untersuchung des logischen Zusammenhangs der Aussagen benötigt, also insbesondere zur Einführung der logischen Zusammensetzung von Aussagen mit den logischen Partikeln. Für ↑wertdefinite (d.h., entscheidbar wahre oder falsche) Aussagen erfolgen die *endlichen,* also junktorenlogischen Zusammensetzungen mit Hilfe der ↑Wahrheitstafeln, so daß auch die junktorenlogisch zusammengesetzten Aussagen wieder wertdefinit sind. Die Theorie des logischen Zusammenhangs innerhalb dieses Aussagenbereichs heißt *klassische Junktorenlogik* (auch: zweiwertige Aussagenlogik). Z.B. stellt das Aussageschemata $A \rightarrow B$ (wenn *A* dann *B*) auf Grund der Definition des

141–147; S.K. Maitra, Fundamental Questions of Indian Metaphysics and Logic, Calcutta 1956, [2]1974; B.K. Matilal, The Navya-nyāya Doctrine of Negation. The Semantics and Ontology of Negative Statements in Navya-nyāya Philosophy, Cambridge Mass. 1968; ders., Reference and Existence in Nyāya and Buddhist Logic, J. Ind. Philos. 1 (1970/1972), 83–110; ders., Epistemology, Logic, and Grammar in Indian Philosophical Analysis, The Hague/Paris 1971; A.-C.S. McDermott (ed.), An Eleventh-Century Buddhist Logic of ›Exists‹. Ratnakīrti's Kṣaṇabhaṅgasiddiḥ Vyatirekātmikā, Dordrecht 1970; S. Mookerjee, The Buddhist Philosophy of Universal Flux. An Exposition of the Philosophy of Critical Realism as Expounded by the School of Dignâga, Calcutta 1936; ders., The Absolutist's Standpoint in Logic, in: ders. (ed.), The Nava-Nalanda-Mahavihara Research Publication 1, Patna 1957, 1–175; H. Nakamura, Buddhist Logic Expounded by Means of Symbolic Logic, J. Indian and Buddhist Stud. 7 (1958/1959), 395–375; G. Oberhammer, Ein Beitrag zu den Vāda-Traditionen Indiens, Wiener Z. Kunde Süd- u. Ostasiens u. Arch. ind. Philos. 7 (1963), 63–103; H.N. Randle, Indian Logic in the Early Schools. A Study of the Nyāyadarśana in Its Relation to the Early Logic of Other Schools, London 1930; (P.) S. Sanghavi, Fundamental Problems of Indian Philosophy (A Comparative Study with Special Reference to the Jaina System), Indian Stud. Past & Present 2 (1960/1961), 189–201, 387–494, separat unter dem Titel: Advanced Studies in Indian Logic and Metaphysics, Calcutta 1961; H. Scharfe, Die Logik im Mahābhāṣya, Berlin 1961; S. Schayer, Studien zur indischen Logik, Bull. int. Acad. Pol. Sci. et lettr., Cl. hist. et philol. 1932, 98–102, 1933, 90–96; N. Schuster, Inference in the Vaiśeṣika-sūtras, J. Ind. Philos. 1 (1970/1972), 341–395; D. Sharma, The Differentiation Theory of Meaning in Indian Logic, The Hague 1969; D.N. Shastri, Critique of Indian Realism. A Study of the Conflict between the Nyāya-Vaiśeṣika and the Buddhist Dignāga School, Agra 1964; J.F. Staal, Correlations between Language and Logic in Indian Thought, Bull. School Orient. African Stud. 23 (1960), 109–122; ders., Formal Structures in Indian Logic, Synthese 12 (1960), 279–286; ders., The Theory of Definition in Indian Logic, J. Amer. Orient. Soc. 81 (1961), 122–126; ders., Contraposition in Indian Logic, in: E. Nagel/P. Suppes/A. Tarski (eds.), Logic, Methodology and Philosophy of Science. Proceedings of the 1960 International Congress, Stanford 1962, 634–649; ders., Negation and the Law of Contradiction in Indian Thought. A Comparative Study, Bull. School Orient. African Stud. 25 (1962), 52–71; ders., Sanskrit Philosophy of Language, in: T.A. Sebeok (ed.), Current Trends in Linguistics V, The Hague/Paris 1969, 499–531; T. Stcherbatsky (F.I. Ščerbatskoj), Teorija poznanija i logika po učeniju pozdnejšich budistov, I–II, St.-Petersburg 1903/1909 (dt. Erkenntnistheorie und Logik nach der Lehre der späteren Buddhisten, München 1924); ders., Buddhist Logic, I–II, Leningrad 1932/1930 (repr. Osnabrück 1970); S. Sugiura, Hindu Logic as Preserved in China and Japan, ed. E.A. Singer, Philadelphia, Boston 1900; G. Tucci, Buddhist Logic before Dinnaga, J. Royal Asiat. Soc. 1929, 451–488, 870–871; ders. (ed. and trans.), Pre-Diṅnāga Buddhist Texts on Logic from Chinese Sources, Baroda 1929; H. Ui, Bukkyō Ronrigaku (Buddhist Logic), Tōkyō 1944; S. Vidyābhūṣaṇa, A History of Indian Logic. Ancient, Mediaeval, and Modern Schools, Calcutta 1921, Delhi 1971. K.L.

**Logik, induktive,** im allgemeinen Sinn zusammenfassende Bezeichnung für logisch-philosophische Untersuchungen zum Problem der ↑Induktion und zum induktiven Schließen (↑Schluß, induktiver), ferner zum Begriff der ↑Wahrscheinlichkeit, sofern dieser zur Beurteilung von (insbesondere wissenschaftlichen) Hypothesen verwendet wird. Im speziellen Sinn die von R. Carnap entwickelte Theorie der *induktiven Methoden.* Eine induktive Methode ist nach Carnap eine zweistellige Funktion $c$ mit Aussagen als Argumenten und reellen Zahlen zwischen 0 und 1 als Werten. Die inhaltliche Deutung einer Behauptung $c(H, E)=r$ kann angegeben werden als ›die Hypothese $H$ ist auf Grund des Erfahrungsdatums $E$ im Grade $r$ bestätigt‹. Der Grenzfall $c(H, E)=1$ ist dabei gleichwertig mit ›$H$ folgt logisch aus $E$‹, der Grenzfall $c(H, E)=0$ mit ›$H$ ist logisch unverträglich mit $E$‹. Die dazwischen liegenden Fälle werden nach Carnap als *partielle logische Implikation* gedeutet. Während der Sachverhalt, daß $H$ von $E$ logisch impliziert wird, besagt, daß alle Interpretationen, unter denen $E$ wahr ist, auch $H$ wahr machen – in Carnaps, an die Terminologie L. Wittgensteins anknüpfender Sprechweise: der L-Spielraum (›logischer ↑Spielraum‹) $S_E$ von $E$ ist im logischen Spielraum $S_H$ von $H$ enthalten –, soll $c(H, E)=r$ für $0<r<1$ besagen, daß nur ein *Teil* des logischen Spielraums von $E$ (nämlich der L-Spielraum $S_{H\wedge E}$ von $H\wedge E$ in dem von $H$ enthalten ist:



*E* impliziert logisch *H*



*E* impliziert partiell logisch *H*

Carnap führt einen großen Teil seiner Untersuchungen an einer Modellsprache durch, die sich nur auf endlich viele Individuen mit entsprechenden Individuenkonstanten $a_1, \ldots, a_n$ bezieht und endlich viele einstellige Prädikatkonstanten $P_1, \ldots, P_m$ besitzt, wobei die daraus gebildeten atomaren Aussagen der Form $P(a)$ voneinander logisch unabhängig sind. In diesem Falle kann man den logischen Spielraum $S_D$ einer Aussage $D$ als Menge der ↑Zustandsbeschreibungen auffassen, bei denen $D$ gilt (d.h., aus denen $D$ folgt). $D$ ist dann äquivalent mit der Adjunktion der Elemente von $S_D$. Gewichtet man die Zustandsbeschreibungen mit positiven reellen Zahlen, so daß die Summe der Gewichte aller Zustandsbeschreibungen 1 ist, und ordnet man einer Aussage $D$ als Maß die Summe der Gewichte der Zustandsbeschreibungen $Z_D$ zu, bei denen $D$ gilt (ist $D$ nicht erfüllbar, die Zahl 0), so kann man (für erfüllbares $E$) das Verhältnis von $S_{H \wedge E}$ und $S_E$, d.h. $c(H, E)$ durch den Quotienten der Maße von $H \wedge E$ und $E$ charakterisieren. $c$ erfüllt dann die Eigenschaften einer regulären ↑Bestätigungsfunktion.

Reguläre Bestätigungsfunktionen $c$ sind insofern ausgezeichnet, als sie sich unabhängig vom Begriff der partiellen logischen Implikation auch auf andere Weise charakterisieren lassen, z.B. als reguläre *Wahrscheinlichkeits*funktionen im Rahmen einer axiomatischen Charakterisierung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs (da $c$ die wahrscheinlichkeitstheoretischen Axiome erfüllt, kann man die Werte von $c$-Funktionen als Wahrscheinlichkeiten deuten, die man dann auch *logische* Wahrscheinlichkeiten nennt). Ferner lassen sich reguläre Bestätigungsfunktionen unter Bezug auf streng kohärente Wettsysteme charakterisieren, d.s. Klassen von Wetten, bei denen es nicht der Fall ist, daß ein Verlust, nicht jedoch ein Gewinn möglich ist. $c(H, E) = r$ kann man also, wenn $c$ eine reguläre Bestätigungsfunktion ist, interpretieren als: Eine Wette, in der man auf $H$ unter Zugrundelegung von $E$ mit dem Wettquotienten $r$ (Verhältnis von Einsatz zum Gesamteinsatz) wettet, gehört zu einem mit $c$ übereinstimmenden streng kohärenten Wettsystem (diese Interpretation geht insbesondere auf Arbeiten von F.P. Ramsey und B. de Finetti zurück). – Bei der *Anwendung* von Bestätigungsfunktionen im induktiven Schließen ist zu beachten, daß das Erfahrungsdatum $E$ *alle* zur Verfügung stehenden, für $H$ relevanten Informationen beinhaltet (Forderung des *Gesamtdatums* [›total evidence‹]), da die Erweiterung von $E$ eine Veränderung des $c$-Wertes für $H$ und $E$ zur Folge haben kann.

Es gibt offensichtlich unendlich viele reguläre Bestätigungsfunktionen, da es unendlich viele Gewichtungen für Zustandsbeschreibungen gibt. Die i. L. versucht nun, aus der Klasse der regulären Bestätigungsfunktionen eine Teilklasse als Klasse der adäquaten induktiven Methoden auszusondern, indem sie über die Bedingungen für reguläre Bestätigungsfunktionen hinaus weitere Adäquatheitsbedingungen angibt, denen induktive Methoden zu genügen haben. Zur Formulierung solcher zusätzlicher Adäquatheitsbedingungen geht man zu Prädikatkonstanten $Q$ über, wobei $Q(x) \leftrightharpoons (\neg) P_1(x) \wedge \ldots \wedge (\neg) P_m(x)$ (dabei soll an der Stelle ›$(\neg)$‹ entweder ein Negationszeichen oder keines stehen) (›$Q$-Prädikate‹). Die $q = 2^m$ verschiedenen $Q$-Prädikate bilden eine *vollständige Disjunktion*, d.h., sie haben nicht-leeren Umfang, und jedes Individuum fällt unter genau ein $Q$-Prädikat. Jedes andere Prädikat $R$ läßt sich dann eindeutig als Adjunktion von $Q$-Prädikaten beschreiben, d.h. $R(x) \leftrightarrow Q_1(x) \vee \ldots \vee Q_l(x)$; die Länge $l$ dieser Adjunktion heißt die *Weite* von $R$, $\frac{l}{q}$ die *relative Weite* von $R$. Jede Aussage kann damit so umformuliert werden, daß sie nur noch $Q$-Prädikate enthält. Dies ist im folgenden vorausgesetzt. Die Bedingungen sind im wesentlichen:

(1) $c(H, E)$ ist symmetrisch bezüglich der nichtlogischen Konstanten in $H$ und $E$; d.h., $c(H, E)$ ändert sich nicht, wenn Individuen- und Prädikatkonstanten in $H$ und $E$ permutiert werden.

(2) Für beliebige $Q$-Prädikate $Q_k$ $(1 \leq k \leq q)$ und Individuenkonstanten $a_i$, $a_j$ $(1 \leq i, j \leq n)$: $c(Q_k(a_i), E \wedge Q_k(a_j)) > c(Q_k(a_i), E)$, falls $E$ eine Konjunktion von verschiedenen Aussagen der Form $Q(a)$ ist und $a_i$, $a_j$ in $E$ nicht vorkommen; d.h., die logische Wahrscheinlichkeit des Zutreffens von $Q_k$ auf ein Individuum $a_i$ nimmt mit dem Zutreffen von $Q_k$ auf ein (›schon beobachtetes‹) Individuum $a_j$ zu.

(3) $c(Q_k(a_i), E) = c(Q_k(a_i), E')$, falls $E$ eine Konjunktion von verschiedenen Aussagen der Form $Q(a)$ ist und $E'$ aus $E$ durch beliebige Ersetzung eines $Q$-Prädikats $Q_l$ in $E$ durch ein $Q$-Prädikat $Q_j$ hervorgeht, wobei $l \neq k$ und $j \neq k$, d.h., der Wert von $c(Q_k(a_i), E)$ hängt nur von der Anzahl der in $E$ vorkommenden Instanzen von $Q_k$, d.h. Aussagen der Gestalt $Q_k(a_j)$, ab (hierbei wurde angenommen, daß die Anzahl $m$ der Prädikate der betrachteten Sprache größer als 1 ist; ansonsten muß die Bedingung modifiziert werden).

(1) läßt sich als der haltbare Teil des klassischen Indifferenzprinzips auffassen: wenn keine anderweitigen Gründe für die Bevorzugung des einen oder anderen Ereignisses bekannt sind, sind sie als gleichwahrscheinlich anzusehen. Solche Gründe gibt es nicht, da $c$ als *logische* Funktion angesehen wird, und logische Begriffe zeichnen sich durch die Unabhängigkeit von der Interpretation nicht-logischer Zeichen aus. (2) läßt sich als Formulierung des Prinzips verstehen, daß man aus Erfahrung lernen kann, d.h., daß beobachtete Einzelfälle die Erwartung künftiger Einzelfälle vergrößern. (3) beschreibt die Idee, daß für die Wahrscheinlichkeit einer Hypothese $Q_k(a_i)$ nur die a priori relevanten Teile des Erfahrungsdatums, nämlich die Fälle $Q_k(a_j)$ des Zutreffens von $Q_k$, interessant sind.

Als fundamentales Resultat der i.n L. läßt sich zeigen, daß für eine adäquate induktive Methode (d.h. eine reguläre Bestätigungsfunktion, die den Bedingungen (1)–(3) genügt) gilt: Ist $R$ eine beliebige Prädikatkonstante, $E$ eine erfüllbare $s$-gliedrige Konjunktion von verschiedenen Aussagen der Gestalt $Q(a)$ mit $Q$-Prädikaten $Q$, in der die Individuenkonstante $b$ nicht vorkommt, $s_R$ die Anzahl der Vorkommnisse solcher $Q$-Prädikate in $E$, die in der Darstellung von $R$ als Adjunktion von $Q$-Prädikaten auftreten, $w$ die Weite von $R$, dann gibt es eine positive reelle Zahl $\lambda$, so daß

$$(*)\quad c(R(b),E)=\frac{s_R+\frac{w}{q}\cdot\lambda}{s+\lambda}.$$

D.h., jede adäquate induktive Methode läßt sich in dieser Normalform notieren. Umgekehrt definiert (*) für jedes vorgegebene $\lambda$ eine adäquate induktive Methode. Die durch den Index $\lambda$ charakterisierte induktive Methode bezeichnet man auch mit $c^\lambda$. Es gibt also genau so viele adäquate induktive Methoden, wie es positive reelle Zahlen gibt, jedenfalls unendlich viele. Da man die Menge der reellen Zahlen, speziell auch die Menge der positiven reellen Zahlen als ↑›Kontinuum‹ bezeichnet, spricht Carnap vom *Kontinuum der induktiven Methoden.*

Der Zähler des Bruches in (*), der sich als $\frac{s_R}{s}\cdot s+\frac{w}{q}\cdot\lambda$ schreiben läßt, ist die mit $s$ bzw. $\lambda$ gewogene Summe der Brüche $\frac{s_R}{s}$ und $\frac{w}{q}$. Da $s$ die Anzahl der beobachteten Individuen ist (kein Individuum kann unter mehrere $Q$-Prädikate fallen) und $s_R$ die Anzahl der Individuen, auf die $R$ dabei zutrifft ($R$ trifft auf ein Individuum genau dann zu, wenn genau ein $Q$-Prädikat aus der Darstellung von $R$ auf es zutrifft), ist $\frac{s_R}{s}$ die beobachtete relative Häufigkeit des Merkmals $R$, die mit der Anzahl der beobachteten Individuen, einer empirischen Größe, gewogen wird. $\frac{w}{q}$ ist die durch die a priori feststehende Anzahl von Prädikatkonstanten der verwendeten Sprache und die Prädikatkonstante $R$ feststehende relative Weite von $R$, eine apriorische Größe, die mit dem apriorischen Faktor $\lambda$ gewogen wird. Ist $\lambda$ sehr klein relativ zu $s$, erhält $c(R(b), E)$ annähernd den Wert der beobachteten relativen Häufigkeit $\frac{s_R}{s}$. Ist $\lambda$ sehr groß relativ zu $s$, erhält $c(R(b), E)$ annähernd den apriorischen Wert $\frac{w}{q}$.

Man kann deshalb $\lambda$ auch als Index der Vorsichtigkeit gegenüber der beobachteten relativen Häufigkeit ansehen. Wählt man $\lambda$ klein, so genügt schon eine relativ geringe Anzahl $s$ von beobachteten Individuen, um die beobachtete relative Häufigkeit von $R$ als gute Annäherung der Wahrscheinlichkeit des Zutreffens von $R$ auf einen noch nicht beobachteten Gegenstand zu verwenden; wählt man $\lambda$ sehr groß, ist eine relativ große Anzahl $s$ von Beobachtungen dazu nötig.

Die Grenzfälle $\lambda=0$ und $\lambda=\infty$ gehören nicht mehr zum Kontinuum der induktiven Methoden, können jedoch durch kleine bzw. große $\lambda$ beliebig genau approximiert werden: Im ersten Fall wäre der $c^0$-Wert für $s>0$ exakt $\frac{s_R}{s}$, d.h., die Wahrscheinlichkeitsschätzung auf Grund der relativen Häufigkeit von $R$ in einer beliebig kleinen Stichprobe würde schon die Wahrscheinlichkeit des Auftretens von $R$ im ganzen Bereich determinieren. $c^0$ wäre nicht einmal eine reguläre Bestätigungsfunktion: gilt etwa $Q(a)$, bei der einelementigen Stichprobe $\{a\}$, so wäre $c(Q(b), Q(a))=1$, obwohl $Q(b)$ nicht aus $Q(a)$ logisch folgt. Im zweiten Fall wäre der $c^\infty$-Wert exakt $\frac{w}{q}$, d.h. nur durch die a priori feststehende Anzahl der Prädikatkonstanten bestimmt; entgegen (2) wäre es nicht möglich, aus der Erfahrung zu lernen. Die Bestätigungsfunktion $c\dagger$, die von der von Wittgenstein und Ramsey angenommenen Gleichgewichtigkeit aller Zustandsbeschreibungen ausgeht, ist für die betrachtete endliche Modellsprache mit $c^\infty$ identisch und gehört damit nicht zum Kontinuum. Im ersten Fall ($c^0$)

würde man den Individuenbereich als vollkommen uniform ansehen (eine beliebige Stichprobe reicht zum Schluß auf die Grundgesamtheit aus), im zweiten Fall ($c^{\infty}$) als vollkommen disuniform (beobachtete Häufigkeiten sagen nichts über noch nicht Beobachtetes aus). Die Wahl eines bestimmten $\lambda$ kann man also auch als Annahme über die Uniformität des Individuenbereiches ansehen. Der Versuch, eine bestimmte induktive Methode, also ein bestimmtes $\lambda$, auszuzeichnen, kann damit nicht mehr zu einer induktiven *Logik* gehören, da es keinen apriorischen Grund dafür gibt, einen bestimmten Grad von Uniformität der Welt anzunehmen. Empirische Gründe gibt es, wie D. Hume in seiner Kritik am Induktionsprinzip zeigte, auch nicht, da diese selbst wieder auf Induktion basieren müßten. Diese Resultate lassen sich auch auf logisch reichhaltigere Sprachen ausdehnen, insbesondere solche mit unendlichem Individuenbereich. Carnap hat noch 1950 versucht, eine einzige induktive Methode $c^*$ auszuzeichnen (es handelte sich dabei um $c^q$), diesen Versuch mit »The Continuum of Inductive Methods« (1952) jedoch wieder aufgegeben. In späteren Arbeiten hat Carnap dann seine Theorie im Rahmen einer um Rationalitätsaxiome erweiterten Theorie der subjektiven Wahrscheinlichkeit neu formuliert. Die $c$-Funktionen werden als ›credibility‹ gedeutet; ferner werden nicht Aussagen, sondern Propositionen als Argumente dieser Funktionen gewählt (modelltheoretischer Ansatz). Dabei werden auch $c$-Funktionen zugelassen, die nach der älteren Theorie nicht zum Kontinuum gehören.

Wichtige Probleme der i.n L. sind unter anderem: (1) Allaussagen erhalten in der auf einen unendlichen Individuenbereich erweiterten Carnapschen Theorie grundsätzlich den Bestätigungsgrad 0 relativ zu einem nur auf endlich vielen Beobachtungen basierenden Erfahrungsdatum. Die Idee, mit Hilfe der $c$-Funktionen den Grad der Bestätigung wissenschaftlicher Gesetzeshypothesen zu messen, ist für Carnap also gescheitert. Mehr oder weniger stark bestätigen lassen sich nur *Einzelfälle* von Gesetzen. Durch Modifikation von Carnaps Theorie hat J. Hintikka versucht, ein System der i.n L. zu entwickeln, das auch Allaussagen positive Bestätigungsgrade zuordnen kann. (2) Die ↑Goodmansche Paradoxie zeigt, daß man ›zerrüttete‹ Prädikate konstruieren kann, die es nicht mehr erlauben, aus dem Zutreffen auf alle (von hinreichend vielen) in der Vergangenheit beobachteten Gegenstände darauf zu schließen, daß es für einen künftig beobachteten Gegenstand wahrscheinlicher ist, daß das Prädikat zutrifft, als daß es nicht zutrifft. Insbesondere sind induktive Methoden bezüglich ›zerrütteter‹ Prädikate nicht mehr adäquat. Vor allem K. R. Popper und seine Schüler haben (1) als Argument gegen eine induktivistische Bestätigungstheorie im Sinne Carnaps (↑Bestätigung) und für eine deduktivistische Bestätigungstheorie im Sinne Poppers (↑Bewährung) benutzt. Denn in einer Bestätigungstheorie gehe es um die Bestätigung *wissenschaftlicher* Hypothesen, und diese hätten in der Regel die Form von Allaussagen. W. Stegmüller (1971, 1973) hat Carnaps spätere Theorie als rationale Entscheidungstheorie umgedeutet, in der es nicht um die *theoretische* Bewertung von generellen Hypothesen, sondern um *praktische* Entscheidungen gehe, die nur für Einzelereignisse, auf die man wetten kann, möglich sind. In Poppers und Carnaps Theorie gehe es also um verschiedene Probleme, (1) sei kein Manko von Carnaps Theorie. Damit ist Carnaps eigene Deutung seiner Theorie als einer induktiven *Logik* aufgegeben; Carnaps Theorie wäre unter dem Stichwort ↑›Entscheidungstheorie‹ oder ›normatives Argumentieren‹ zu behandeln. Problem (2) trifft Deduktivisten und Induktivisten in gleicher Weise (auch wenn es z.B. von Popper im Anhang XVIII der neuesten Auflage der »Logik der Forschung« [1982], wo eine auf Raumparameter bezogene Version der Goodmanschen Paradoxie formuliert wird, als Argument gegen eine induktive Wahrscheinlichkeitslogik verstanden wird). Es läßt sich auf Grund seiner schwachen Annahmen auf beliebige Bestätigungstheorien übertragen.

*Literatur:* R. Carnap, On Inductive Logic, Philos. Sci. 12 (1945), 72–97, Neudr. in: S.A. Luckenbach (ed.), Probabilities, Problems, and Paradoxes [s.u.], 51–79, ferner in: M.H. Foster/M.L. Martin (eds.), Probability, Confirmation, and Simplicity [s.u.], 35–61; ders., Logical Foundations of Probability, Chicago 1950, ²1962; ders., The Continuum of Inductive Methods, Chicago 1952; ders. (bearb. v. W. Stegmüller), I. L. und Wahrscheinlichkeit, Wien 1959; ders., The Aim of Inductive Logic, in: E. Nagel/P. Suppes/A. Tarski (eds.), Logic, Methodology and Philosophy of Science. Proceedings of the 1960 International Congress, Stanford 1962, 303–318, Neudr. in: S.A. Lukkenbach (ed.), Probabilities, Problems, and Paradoxes [s.u.], 104–120; ders., A Basic System of Inductive Logic, Part I, in: ders./R.C. Jeffrey (eds.), Studies in Inductive Logic and Probability I [s.u.], 33–165, Part II, in: R.C. Jeffrey (ed.), Studies in Inductive Logic and Probability II [s.u.], 7–155; ders., Inductive Logic and Rational Decisions, in: ders./R.C. Jeffrey (eds.), Studies in Inductive Logic and Probability I [s.u.], 5–31; ders./R.C. Jeffrey (eds.), Studies in Inductive Logic and Probability I, Berkeley/Los Angeles/London 1971; L.J. Cohen/M. Hesse (eds.), Applications of Inductive Logic. Proceedings of a Conference at the Queen's College, Oxford (1978), Oxford

1980; W.K. Essler, I. L.. Grundlagen und Voraussetzungen, Freiburg/München 1970; ders., Wissenschaftstheorie III (Wahrscheinlichkeit und Induktion), Freiburg/München 1973; ders., L., i., Hist. Wb. Ph. V (1980), 417–423; M.H. Foster/M.L. Martin (eds.), Probability, Confirmation, and Simplicity. Readings in the Philosophy of Inductive Logic, New York 1966; J. Hintikka/P. Suppes (eds.), Aspects of Inductive Logic, Amsterdam 1966; R.C. Jeffrey (ed.), Studies in Inductive Logic and Probability II, Berkeley/Los Angeles/London 1980; T.A.F. Kuipers, Studies in Inductive Probability and Rational Expectation, Dordrecht/Boston 1978; F. v. Kutschera, Wissenschaftstheorie. Grundzüge der allgemeinen Methodologie der empirischen Wissenschaften I, München 1972, 122–162 (Der logische Wahrscheinlichkeitsbegriff); H.E. Kyburg, Recent Work in Inductive Logic, Amer. Philos. Quart. 1 (1964), 249–287; ders., Probability and Inductive Logic, London 1970; I. Lakatos (ed.), The Problem of Inductive Logic. Proceedings of the International Colloquium in the Philosophy of Science (London 1965), Amsterdam 1968; S.A. Luckenbach (ed.), Probabilities, Problems, and Paradoxes. Readings in Inductive Logic, Encino Calif./Belmont Calif. 1972; P.A. Schilpp (ed.), The Philosophy of Rudolf Carnap, La Salle Ill./London 1963; B. Skyrms, Choice and Chance: An Introduction to Inductive Logic, Belmont Calif. 1966; W. Stegmüller, Das Problem der Induktion: Humes Herausforderung und moderne Antworten, in: H. Lenk (ed.), Neue Aspekte der Wissenschaftstheorie, Braunschweig 1971, 13–74, Nachdr. in: W. Stegmüller, Das Problem der Induktion – Der sogenannte Zirkel des Verstehens, Darmstadt 1975, 1–62 (engl. The Problem of Induction: Hume's Challenge and the Contemporary Answers, in: ders., Collected Papers on Epistemology, Philosophy of Science and History of Philosophy II, Dordrecht/Boston 1977, 68–136); ders., Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie IV/1 (Personelle Wahrscheinlichkeit und Rationale Entscheidung), Berlin/Heidelberg/New York 1973, 387–548; H. Vetter, Wahrscheinlichkeit und logischer Spielraum. Eine Untersuchung zur i.n L., Tübingen 1967. – Bibliographien in: R. Carnap, Logical Foundations of Probability, Chicago 1950, $^{2}$1962, 583–604; H.E. Kyburg, Recent Work in Inductive Logic, Amer. Philos. Quart. 1 (1964), 278–287; ders., Probability and Inductive Logic, London 1970, 199–247; R.L. Slaght, Induction, Acceptance, and Rational Belief: A Selected Bibliography, in: M. Swain (ed.), Induction, Acceptance, and Rational Belief, Dordrecht 1970, 186–227. P.S.

**Logik, intensionale,** Bezeichnung für einen Logiktyp, der nicht die ↑Extension von Ausdrücken betrachtet, sondern von ihrer ↑Intension ausgeht. Diese Unterscheidung tritt als Basis unterschiedlicher Deduktionsweisen wohl erstmals bei G.W. Leibniz (z.B. Nouv. essais IV 17 § 8, Akad.-Ausg. 6.6, 486) auf. In ihrer Reformulierung, etwa durch R. Carnap (Einführung in die symbolische Logik mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendungen, Wien 1954, Wien/New York $^{3}$1968), wird als Intension eines Prädikators ›*P*‹ die *Eigenschaft P* (Extension: die *Klasse* der Individuen, denen ›*P*‹ zugesprochen werden kann) betrachtet, als Intension eines *n*-stelligen Relators ›*R*‹ die *Beziehung (Relation) R* (Extension: die *Klasse* der *n*-tupel, denen ›*R*‹ zugesprochen werden kann), als Intension einer *Aussage* ›*S*‹ die ↑*Proposition* von ›*S*‹ (Extension: *Wahrheitswert* von ›*S*‹).

In verallgemeinernder Verwendung dieser Bezeichnungsregeln wird unter ›i.r L.‹ die Theorie der logischen Systeme verstanden, in denen es Ausdrücke gibt, deren Extension nicht schon durch die Extensionen ihrer Teilausdrücke, sondern erst durch deren Intensionen eindeutig bestimmt sind. Bei mit Aussagenoperatoren zusammengesetzten Ausdrücken heißt das, daß Wahrheitswerte unmittelbarer Teilaussagen keinen Wahrheitswert für die zusammengesetzte Aussage festlegen. Eine Aussage ›es ist notwendig, daß *A*‹ kann z.B. einen von ›es ist notwendig, daß *B*‹ verschiedenen Wahrheitswert haben, obwohl *A* und *B* beide wahr sind (nämlich wenn *A* eine kontingente Wahrheit ist, *B* jedoch nicht; Beispiel: $A \leftrightharpoons 7=$ Anzahl der Weltwunder, $B \leftrightharpoons 7=7$). Damit ist die ↑Modallogik eine i. L. Andere i. L.en sind z.B. deontische, epistemische, temporale Logik (↑Logik, deontische, ↑Logik, epistemische, ↑Logik, temporale), Logiken der strikten Implikation (↑Implikation, strikte), ↑Relevanzlogik und ↑Logik des ›Entailment‹. Das bedeutet jedoch nicht, daß die *Interpretation* mancher dieser Systeme nicht in einem extensionalen Bezugsrahmen vollzogen werden könnte, was in der modernen intensionalen Semantik (↑Semantik, intensionale) tatsächlich durchgeführt wird: Die Interpretation etwa der Modallogik in der ↑Kripke-Semantik erfolgt in einer extensionalen mengentheoretischen Sprache, in der z.B. die Intensionen objektsprachlicher Aussageformen als extensional aufgefaßte Funktionen aus einer Menge von ›möglichen Welten‹ (↑Welt, mögliche) in die Potenzmenge des Grundbereichs verstanden werden. Entsprechendes gilt für die ganz allgemeinen ausdrucksreichen Systeme i.r L., die in der neueren linguistischen Semantik für die Zwecke der Interpretation umgangssprachlicher Ausdrücke entwickelt wurden (↑Montague-Grammatik). Auch andere Verfahren, i.n L.en mathematische Modelle zuzuordnen, z.B. Modelle des als Präzisierung eines intensionalen Funktionsbegriffs konzipierten ↑Lambda-Kalküls, beruhen auf einer in der Metasprache verwendeten extensionalen Logik (↑Logik, extensionale). Dies zeigt, daß der Extensionsbegriff meist als der semantisch primäre Begriff angesehen wird, mittels dessen man sich auch den Intensionsbegriff verständlich macht. Daß es keine eigenständigen i.n L.en gibt, behauptet eine Lesart der ↑Extensionalitätsthese, die je-

1980; W.K. Essler, I. L.. Grundlagen und Voraussetzungen, Freiburg/München 1970; ders., Wissenschaftstheorie III (Wahrscheinlichkeit und Induktion), Freiburg/München 1973; ders., L., i., Hist. Wb. Ph. V (1980), 417–423; M.H. Foster/M.L. Martin (eds.), Probability, Confirmation, and Simplicity. Readings in the Philosophy of Inductive Logic, New York 1966; J. Hintikka/P. Suppes (eds.), Aspects of Inductive Logic, Amsterdam 1966; R.C. Jeffrey (ed.), Studies in Inductive Logic and Probability II, Berkeley/Los Angeles/London 1980; T.A.F. Kuipers, Studies in Inductive Probability and Rational Expectation, Dordrecht/Boston 1978; F. v. Kutschera, Wissenschaftstheorie. Grundzüge der allgemeinen Methodologie der empirischen Wissenschaften I, München 1972, 122–162 (Der logische Wahrscheinlichkeitsbegriff); H.E. Kyburg, Recent Work in Inductive Logic, Amer. Philos. Quart. 1 (1964), 249–287; ders., Probability and Inductive Logic, London 1970; I. Lakatos (ed.), The Problem of Inductive Logic. Proceedings of the International Colloquium in the Philosophy of Science (London 1965), Amsterdam 1968; S.A. Luckenbach (ed.), Probabilities, Problems, and Paradoxes. Readings in Inductive Logic, Encino Calif./Belmont Calif. 1972; P.A. Schilpp (ed.), The Philosophy of Rudolf Carnap, La Salle Ill./London 1963; B. Skyrms, Choice and Chance: An Introduction to Inductive Logic, Belmont Calif. 1966; W. Stegmüller, Das Problem der Induktion: Humes Herausforderung und moderne Antworten, in: H. Lenk (ed.), Neue Aspekte der Wissenschaftstheorie, Braunschweig 1971, 13–74, Nachdr. in: W. Stegmüller, Das Problem der Induktion – Der sogenannte Zirkel des Verstehens, Darmstadt 1975, 1–62 (engl. The Problem of Induction: Hume's Challenge and the Contemporary Answers, in: ders., Collected Papers on Epistemology, Philosophy of Science and History of Philosophy II, Dordrecht/Boston 1977, 68–136); ders., Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie IV/1 (Personelle Wahrscheinlichkeit und Rationale Entscheidung), Berlin/Heidelberg/New York 1973, 387–548; H. Vetter, Wahrscheinlichkeit und logischer Spielraum. Eine Untersuchung zur i.n L., Tübingen 1967. – Bibliographien in: R. Carnap, Logical Foundations of Probability, Chicago 1950, ²1962, 583–604; H.E. Kyburg, Recent Work in Inductive Logic, Amer. Philos. Quart. 1 (1964), 278–287; ders., Probability and Inductive Logic, London 1970, 199–247; R.L. Slaght, Induction, Acceptance, and Rational Belief: A Selected Bibliography, in: M. Swain (ed.), Induction, Acceptance, and Rational Belief, Dordrecht 1970, 186–227. P.S.

**Logik, intensionale,** Bezeichnung für einen Logiktyp, der nicht die ↑Extension von Ausdrücken betrachtet, sondern von ihrer ↑Intension ausgeht. Diese Unterscheidung tritt als Basis unterschiedlicher Deduktionsweisen wohl erstmals bei G.W. Leibniz (z.B. Nouv. essais IV 17 § 8, Akad.-Ausg. 6.6, 486) auf. In ihrer Reformulierung, etwa durch R. Carnap (Einführung in die symbolische Logik mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendungen, Wien 1954, Wien/New York ³1968), wird als Intension eines Prädikators ›*P*‹ die *Eigenschaft P* (Extension: die *Klasse* der Individuen, denen ›*P*‹ zugesprochen werden kann) betrachtet, als Intension eines *n*-stelligen Relators ›*R*‹ die *Beziehung (Relation) R* (Extension: die *Klasse* der *n*-tupel, denen ›*R*‹ zugesprochen werden kann), als Intension einer *Aussage* ›*S*‹ die ↑*Proposition* von ›*S*‹ (Extension: *Wahrheitswert* von ›*S*‹).

In verallgemeinernder Verwendung dieser Bezeichnungsregeln wird unter ›i.r L.‹ die Theorie der logischen Systeme verstanden, in denen es Ausdrücke gibt, deren Extension nicht schon durch die Extensionen ihrer Teilausdrücke, sondern erst durch deren Intensionen eindeutig bestimmt sind. Bei mit Aussagenoperatoren zusammengesetzten Ausdrücken heißt das, daß Wahrheitswerte unmittelbarer Teilaussagen keinen Wahrheitswert für die zusammengesetzte Aussage festlegen. Eine Aussage ›es ist notwendig, daß *A*‹ kann z.B. einen von ›es ist notwendig, daß *B*‹ verschiedenen Wahrheitswert haben, obwohl *A* und *B* beide wahr sind (nämlich wenn *A* eine kontingente Wahrheit ist, *B* jedoch nicht; Beispiel: $A \leftrightharpoons 7 =$ Anzahl der Weltwunder, $B \leftrightharpoons 7 = 7$). Damit ist die ↑Modallogik eine i. L. Andere i. L.en sind z.B. deontische, epistemische, temporale Logik (↑Logik, deontische, ↑Logik, epistemische, ↑Logik, temporale), Logiken der strikten Implikation (↑Implikation, strikte), ↑Relevanzlogik und ↑Logik des ›Entailment‹. Das bedeutet jedoch nicht, daß die *Interpretation* mancher dieser Systeme nicht in einem extensionalen Bezugsrahmen vollzogen werden könnte, was in der modernen intensionalen Semantik (↑Semantik, intensionale) tatsächlich durchgeführt wird: Die Interpretation etwa der Modallogik in der ↑Kripke-Semantik erfolgt in einer extensionalen mengentheoretischen Sprache, in der z.B. die Intensionen objektsprachlicher Aussageformen als extensional aufgefaßte Funktionen aus einer Menge von ›möglichen Welten‹ (↑Welt, mögliche) in die Potenzmenge des Grundbereichs verstanden werden. Entsprechendes gilt für die ganz allgemeinen ausdrucksreichen Systeme i.r L., die in der neueren linguistischen Semantik für die Zwecke der Interpretation umgangssprachlicher Ausdrücke entwickelt wurden (↑Montague-Grammatik). Auch andere Verfahren, i.n L.en mathematische Modelle zuzuordnen, z.B. Modelle des als Präzisierung eines intensionalen Funktionsbegriffs konzipierten ↑Lambda-Kalküls, beruhen auf einer in der Metasprache verwendeten extensionalen Logik (↑Logik, extensionale). Dies zeigt, daß der Extensionsbegriff meist als der semantisch primäre Begriff angesehen wird, mittels dessen man sich auch den Intensionsbegriff verständlich macht. Daß es keine eigenständigen i.n L.en gibt, behauptet eine Lesart der ↑Extensionalitätsthese, die jedoch heute auf Grund der Entwicklung i.r L.en als überholt angesehen wird. G.W./P.S.

**Logik, intermediäre** (engl. intermediate logic[s]), Bezeichnung für logische Formalismen, die ›*zwischen*‹ intuitionistischer und klassischer Logik liegen (↑Logik, intuitionistische, ↑Logik, klassische). Beispiel für ein solches System ist z.B. ein Kalkül der intuitionistischen Logik, erweitert um $\neg p \vee \neg\neg p$ als Anfang (›Axiom‹). K. Gödel bewies für die Junktorenlogik erstmals 1932, daß es unendlich viele Systeme in aufsteigender Stärke gibt, die alle stärker als die intuitionistische, aber schwächer als die klassische Logik sind. Genauer kann man sogar zeigen, daß die Menge der i.n L.en, ihrer deduktiven Stärke entsprechend geordnet, eine ↑Heytingalgebra bilden, die überdies nicht ↑abzählbar ist. Geht man von der Minimallogik (↑Minimalkalkül) aus, so erhält man den Verband der Erweiterungen der Minimallogik, von dem der Verband der i.n L.en eine Subalgebra bildet. Die Vielfalt der so auf mathematische Weise beschriebenen möglichen logischen Systeme zeigt, daß technische oder ästhetische Kriterien (z.B. solche der Einfachheit) nicht hinreichen, bestimmte Systeme vor anderen auszuzeichnen. Hier ist vielmehr eine genuin philosophische Argumentation erforderlich.

*Literatur:* K. Gödel, Zum intuitionistischen Aussagenkalkül, Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums, H. 4 (1931/1932), Leipzig/Berlin 1933, 40; W. Rautenberg, Klassische und nichtklassische Aussagenlogik, Braunschweig/Wiesbaden 1979 (bes. 288–304 [Kap. V § 4]: »Der Verband der i.n L.en«); T. Umezawa, Über die Zwischensysteme der Aussagenlogik, Nagoya Math. J. 9 (1955), 181–189; ders., On Logics Intermediate between Intuitionistic and Classical Predicate Logic, J. Symb. Log. 24 (1959), 141–153. P.S.

**Logik, intuitionistische,** Konzeption der Logik, die auf die von L.E.J. Brouwer vorgebrachte Kritik am Aktualunendlichen (↑unendlich/Unendlichkeit), die seinem mathematischen ↑Intuitionismus zugrunde liegt, zurückgeht. Danach läßt sich das klassische ↑Zweiwertigkeitsprinzip, nach dem *jede* Aussage *entweder* wahr *oder* falsch ist, und damit insbesondere die Allgemeingültigkeit des ↑tertium non datur $A \vee \neg A$ nicht mehr aufrechterhalten. Speziell für Aussagen über unendliche Bereiche muß damit gerechnet werden, daß über ihre Geltung nicht entschieden ist, also weder ein Beweis noch eine Widerlegung zur Verfügung steht und daher ihr Sinn unabhängig von ihren Wahrheitsbedingungen zu erklären ist. In einem intuitionistischen Aufbau der formalen Logik (↑Logik, formale) können die ↑Junktoren daher nicht, wie im Falle der klassischen Logik (↑Logik, klassische), mit Hilfe von ↑Wahrheitsfunktionen definiert werden; ebensowenig steht für die Deutung quantorenlogisch zusammengesetzter Aussagen die übliche mengentheoretische ↑Interpretationssemantik zur Verfügung.

Ursprünglich sind die logischen Partikeln (↑Partikel, logische) vom Intuitionismus als bloße, unter Umständen unvollkommene, sprachliche Darstellungsmittel für mathematische, d.h. gedankliche Konstruktionen aufgefaßt worden. Sie wurden gleichwohl schon bald auch in bezug auf diese Funktion selbständig untersucht; erstmals in A. Heytings Deutung der intuitionistisch logischen Partikeln als Verknüpfungen von *Beweisen:* ein Beweis von $(A \wedge B)$ ist ein Paar von Beweisen je für $A$ und $B$; ein Beweis von $(A \vee B)$ ist eine Konstruktion, die zur Wahl einer der beiden Teilaussagen und zu deren Beweis führt; ein Beweis von $(A \rightarrow B)$ ist eine Konstruktion, die jeden Beweis von $A$ in einen Beweis von $B$ überführt und diese Überführbarkeit beweist; ein Beweis von $(\neg A)$ ist ein Beweis von $(A \rightarrow \curlywedge)$ mit $\curlywedge$ (↑falsum) als Zeichen für irgendeine falsche Aussage; ein Beweis von $\bigwedge_x A(x)$ ist eine Konstruktion, die zu jedem Objekt $n$ des Variabilitätsbereichs von $x$ einen Beweis von $A(n)$ herstellt und diese Herstellbarkeit beweist; ein Beweis von $\bigvee_x A(x)$ ist eine Konstruktion, die zur Wahl eines Objekts $n$ aus dem Variabilitätsbereich von $x$ führt und einen Beweis von $A(n)$ liefert. Weitere Ansätze sind A.N. Kolmogorovs Deutung der i.n L. als *Aufgabenrechnung* (eine Lösung der Aufgabe $(A \wedge B)$ ist ein Paar von Lösungen jeweils der Aufgaben $A$ und $B$ usw.) und P. Lorenzens Rekonstruktion der intuitionistischen ↑Allgemeingültigkeit als ↑Allgemeinzulässigkeit von Kalkülregeln in seiner operativen Logik (↑Logik, operative), ferner die von G. Kreisel entwickelte Theorie der Konstruktionen (↑Konstruktion (logisch)).

In der Fortentwicklung der operativen Logik zur dialogischen Logik (↑Logik, dialogische) ist eine spieltheoretische Deutung der intuitionistischen Allgemeingültigkeit eines Aussageschemas $A$ durch Existenz einer formalen Gewinnstrategie für $A$ in einem geeigneten, Argumentationsverläufe präzisierenden Dialogspiel möglich geworden, mit der eine *pragmatische* Semantik an die Stelle der sonst meist verwendeten (formalen) modelltheoretischen Semantik tritt. Einen genauen Vergleich dieser verschiedenen Deutungen sowohl der logischen Partikeln als auch des damit verbundenen Begriffs der intuitionistischen Wahrheit (einer Aussage) bzw.

doch heute auf Grund der Entwicklung i.r L.en als überholt angesehen wird. G.W./P.S.

**Logik, intermediäre** (engl. intermediate logic[s]), Bezeichnung für logische Formalismen, die ›*zwischen*‹ intuitionistischer und klassischer Logik liegen (↑Logik, intuitionistische, ↑Logik, klassische). Beispiel für ein solches System ist z.B. ein Kalkül der intuitionistischen Logik, erweitert um $\neg p \vee \neg\neg p$ als Anfang (›Axiom‹). K. Gödel bewies für die Junktorenlogik erstmals 1932, daß es unendlich viele Systeme in aufsteigender Stärke gibt, die alle stärker als die intuitionistische, aber schwächer als die klassische Logik sind. Genauer kann man sogar zeigen, daß die Menge der i.n L.en, ihrer deduktiven Stärke entsprechend geordnet, eine ↑Heytingalgebra bilden, die überdies nicht ↑abzählbar ist. Geht man von der Minimallogik (↑Minimalkalkül) aus, so erhält man den Verband der Erweiterungen der Minimallogik, von dem der Verband der i.n L.en eine Subalgebra bildet. Die Vielfalt der so auf mathematische Weise beschriebenen möglichen logischen Systeme zeigt, daß technische oder ästhetische Kriterien (z.B. solche der Einfachheit) nicht hinreichen, bestimmte Systeme vor anderen auszuzeichnen. Hier ist vielmehr eine genuin philosophische Argumentation erforderlich.

*Literatur:* K. Gödel, Zum intuitionistischen Aussagenkalkül, Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums, H. 4 (1931/1932), Leipzig/Berlin 1933, 40; W. Rautenberg, Klassische und nichtklassische Aussagenlogik, Braunschweig/Wiesbaden 1979 (bes. 288–304 [Kap. V § 4]: »Der Verband der i.n L.en«); T. Umezawa, Über die Zwischensysteme der Aussagenlogik, Nagoya Math. J. 9 (1955), 181–189; ders., On Logics Intermediate between Intuitionistic and Classical Predicate Logic, J. Symb. Log. 24 (1959), 141–153. P.S.

**Logik, intuitionistische,** Konzeption der Logik, die auf die von L.E.J. Brouwer vorgebrachte Kritik am Aktualunendlichen (↑unendlich/Unendlichkeit), die seinem mathematischen ↑Intuitionismus zugrunde liegt, zurückgeht. Danach läßt sich das klassische ↑Zweiwertigkeitsprinzip, nach dem *jede* Aussage *entweder* wahr *oder* falsch ist, und damit insbesondere die Allgemeingültigkeit des ↑tertium non datur $A \vee \neg A$ nicht mehr aufrechterhalten. Speziell für Aussagen über unendliche Bereiche muß damit gerechnet werden, daß über ihre Geltung nicht entschieden ist, also weder ein Beweis noch eine Widerlegung zur Verfügung steht und daher ihr Sinn unabhängig von ihren Wahrheitsbedingungen zu erklären ist. In einem intuitionistischen Aufbau der formalen Logik (↑Logik, formale) können die ↑Junktoren daher nicht, wie im Falle der klassischen Logik (↑Logik, klassische), mit Hilfe von ↑Wahrheitsfunktionen definiert werden; ebensowenig steht für die Deutung quantorenlogisch zusammengesetzter Aussagen die übliche mengentheoretische ↑Interpretationssemantik zur Verfügung.

Ursprünglich sind die logischen Partikeln (↑Partikel, logische) vom Intuitionismus als bloße, unter Umständen unvollkommene, sprachliche Darstellungsmittel für mathematische, d.h. gedankliche Konstruktionen aufgefaßt worden. Sie wurden gleichwohl schon bald auch in bezug auf diese Funktion selbständig untersucht; erstmals in A. Heytings Deutung der intuitionistisch logischen Partikeln als Verknüpfungen von *Beweisen:* ein Beweis von $(A \wedge B)$ ist ein Paar von Beweisen je für $A$ und $B$; ein Beweis von $(A \vee B)$ ist eine Konstruktion, die zur Wahl einer der beiden Teilaussagen und zu deren Beweis führt; ein Beweis von $(A \rightarrow B)$ ist eine Konstruktion, die jeden Beweis von $A$ in einen Beweis von $B$ überführt und diese Überführbarkeit beweist; ein Beweis von $(\neg A)$ ist ein Beweis von $(A \rightarrow \curlywedge)$ mit $\curlywedge$ (↑falsum) als Zeichen für irgendeine falsche Aussage; ein Beweis von $\bigwedge_x A(x)$ ist eine Konstruktion, die zu jedem Objekt $n$ des Variabilitätsbereichs von $x$ einen Beweis von $A(n)$ herstellt und diese Herstellbarkeit beweist; ein Beweis von $\bigvee_x A(x)$ ist eine Konstruktion, die zur Wahl eines Objekts $n$ aus dem Variabilitätsbereich von $x$ führt und einen Beweis von $A(n)$ liefert. Weitere Ansätze sind A.N. Kolmogorovs Deutung der i.n L. als *Aufgabenrechnung* (eine Lösung der Aufgabe $(A \wedge B)$ ist ein Paar von Lösungen jeweils der Aufgaben $A$ und $B$ usw.) und P. Lorenzens Rekonstruktion der intuitionistischen ↑Allgemeingültigkeit als ↑Allgemeinzulässigkeit von Kalkülregeln in seiner operativen Logik (↑Logik, operative), ferner die von G. Kreisel entwickelte Theorie der Konstruktionen (↑Konstruktion (logisch)).

In der Fortentwicklung der operativen Logik zur dialogischen Logik (↑Logik, dialogische) ist eine spieltheoretische Deutung der intuitionistischen Allgemeingültigkeit eines Aussageschemas $A$ durch Existenz einer formalen Gewinnstrategie für $A$ in einem geeigneten, Argumentationsverläufe präzisierenden Dialogspiel möglich geworden, mit der eine *pragmatische* Semantik an die Stelle der sonst meist verwendeten (formalen) modelltheoretischen Semantik tritt. Einen genauen Vergleich dieser verschiedenen Deutungen sowohl der logischen Partikeln als auch des damit verbundenen Begriffs der intuitionistischen Wahrheit (einer Aussage) bzw.

wenn jede Interpretation (↑Interpretationssemantik) über $M$ ein $M$-Modell (↑Modell) ist; $A$ ist *klassisch* ↑*allgemeingültig*, wenn es klassisch allgemeingültig über jedem (nicht-leeren) Individuenbereich ist. Z.B. ist

$$\bigwedge_x \bigvee_y a(x,y) \leftrightarrow \bigvee_y \bigwedge_x a(x,y)$$

klassisch allgemeingültig nur über einelementigen Individuenbereichen und nur

$$\bigvee_y \bigwedge_x a(x,y) \rightarrow \bigwedge_x \bigvee_y a(x,y)$$

schlechthin klassisch (sogar intuitionistisch) allgemeingültig. In vielen Fällen ist es beweistechnisch vorteilhafter, an Stelle der (klassischen) Allgemeingültigkeit mit der (klassischen) ↑Erfüllbarkeit zu arbeiten: Ein quantorenlogisch zusammengesetztes Aussageschema $A$ heißt klassisch erfüllbar über $M$, wenn $A$ ein $M$-Modell besitzt, und klassisch erfüllbar schlechthin, wenn für mindestens einen (nichtleeren) Individuenbereich $M$ das Schema $A$ ein $M$-Modell besitzt. Da weiter ›allgemeingültig‹ synonym zu ›nicht erfüllbar‹ und ›verwerfbar‹ synonym zu ›nicht allgemeingültig‹ behandelt wird, gilt: Ein Aussageschema $A$ ist klassisch allgemeingültig genau dann, wenn seine Negation $\neg A$ nicht klassisch erfüllbar ist, und $A$ ist klassisch erfüllbar genau dann, wenn seine Negation $\neg A$ klassisch verwerfbar ist.

Eine syntaktische Fassung der klassischen Allgemeingültigkeit durch Angabe eines ↑Logikkalküls der k.n L., in dem genau die klassisch allgemeingültigen Aussageschemata ableitbar sind, ist erstmals G. Frege (Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens, Halle 1879) gelungen, allerdings wurde die ↑Vollständigkeit eines klassischen Logikkalküls, nämlich daß alle klassisch allgemeingültigen Aussageschemata in ihm auch ableitbar sind, erst 1930 von K. Gödel (Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls, Mh. Math. Phys. 37 [1930], 349–360) bewiesen (↑Vollständigkeitssatz). Eine ohne Bezug auf eine Kalkülisierung formulierbare Folgerung aus der Vollständigkeit sind gewisse ↑Endlichkeitssätze (= Kompaktheitssätze), z.B. in bezug auf die Erfüllbarkeit: Genau dann sind alle Aussageschemata einer Klasse $K$ von Aussageschemata gemeinsam erfüllbar, wenn je endlich viele Aussageschemata der Klasse $K$ gemeinsam erfüllbar sind. Auch der von R.M. Smullyan (First-Order Logic, Berlin/Heidelberg/New York 1968, [2]1971) formulierte *Fundamentalsatz* der k.n L., der den ↑Herbrandschen Satz (1930) über die eineindeutige Charakterisierbarkeit der quantorenlogischen (klassischen) Allgemeingültigkeit eines Schemas $A$ durch die junktorenlogische (klassische) Allgemeingültigkeit eines geeignet zugeordneten quantorenfreien Schemas $A^*$ unter Berücksichtigung seiner Verallgemeinerung im ›verschärften Hauptsatz‹ G. Gentzens (1934) – jede Ableitung eines Schemas im zugrunde gelegten Logikkalkül kann so zerlegt werden, daß zunächst ausschließlich junktorenlogische, anschließend ausschließlich quantorenlogische Regelschritte (einschließlich reiner Strukturregelanwendungen, d.h. Verdünnung, Verschmelzung und Vertauschung) ausgeführt werden (↑Gentzenscher Hauptsatz) – neuartig formuliert und beweist, ist trotz seiner grundsätzlichen Gleichwertigkeit mit dem Vollständigkeitssatz ebenfalls unabhängig von einer bestimmten Kalkülisierung der k.n L.

*Literatur:* ↑Logik, formale, ↑Logikkalkül, ↑Junktorenlogik, ↑Quantorenlogik. K.L.

**Logik, kombinatorische** (engl. combinatory logic), auf Ideen M. Schönfinkels zurückgehende, maßgeblich von H.B. Curry entwickelte Theorie, deren allgemeines Ziel eine formalistische Grundlegung der Logik und Mathematik einschließlich der Vermeidung der Antinomien ist. Diese formalistische Auffassung, deren Basis das Operieren mit Symbolen (oder Objekten noch allgemeinerer Art) ist, wird von Curry allerdings nicht im Sinne D. Hilberts als nur durch ↑Widerspruchsfreiheitsbeweise zu rechtfertigendes Umformen bedeutungsfreier Zeichen, sondern als Analyse und Zergliederung inhaltlichen Denkens verstanden. Im speziellen Sinne behandelt die k. L. (1) den ↑Lambda-Kalkül, ersetzt den ↑Lambda-Operator durch bestimmte Grundzeichen, die Kombinatoren, und eliminiert dadurch den Begriff der gebundenen Variablen (›*pure combinatory logic*‹); (2) als Theorie mit logischen Grundzeichen wie Subjunktion oder Allquantor untersucht sie logische Formalismen (›*illative combinatory logic*‹).

(1) Die kombinatorischen Terme sind definiert als Variablen, Grundkombinatoren **K**, **S** sowie Ausdrücke der Gestalt $(MN)$ für kombinatorische Terme $M$, $N$. Im Unterschied zur Definition von $\lambda$-Termen (↑Lambda-Kalkül) gibt es keinen variablenbindenden Operator. An dessen Stelle treten die Grundkombinatoren. Damit ist die k. L. im Sinne einer (von Curry ›synthetisch‹ genannten) Theorie der Kombinatoren eine Theorie ohne gebundene Variablen. An Stelle der Gleichung $(\beta)$ für $\lambda$-Kalküle treten als Axiome für die beiden

Grundkombinatoren: $\mathbf{K}MN=M$ und $\mathbf{S}MNL=ML(NL)$ (dabei sei Linksklammerung vorausgesetzt). Mit Hilfe der Kombinatoren läßt sich eine Operation $[x]M$ für Terme $M$ und Variable $x$ definieren, deren Eigenschaften im wesentlichen der $\lambda$-Abstraktion $(\lambda x.M)$ im $\lambda$-Kalkül entsprechen; insbesondere gilt analog zu $(\beta)$: $([x]M)N=[N/x]M$. Die Gleichheitsrelation dieser quantorenfreien Theorie läßt sich wie im $\lambda$-Kalkül als durch eine Reduktionsrelation erzeugt auffassen, so daß man wie dort Sätze über Normalformen etc. gewinnt. Umgekehrt lassen sich **K** und **S** im $\lambda$-Kalkül durch $\mathbf{K} \leftrightharpoons (\lambda x.(\lambda y.x))$ und $\mathbf{S} \leftrightharpoons (\lambda x.(\lambda y.(\lambda z.(xz)(yz))))$ definieren und damit die Theorie der Kombinatoren im $\lambda$-Kalkül nachvollziehen. Entsprechendes gilt für kombinatorische ↑Typentheorien. Wegen dieser wesentlichen Gleichwertigkeit der reinen k.n L. mit dem reinen $\lambda$-Kalkül (weshalb man den $\lambda$-Kalkül oft auch als Teil der k.n L. in ihrer allgemeinen Bedeutung ansieht) sind die Anwendungen (wie z.B. auf die [dann ›kombinatorisch‹ genannte] Arithmetik) dieselben (↑Lambda-Kalkül). Wegen ihrer Freiheit von gebundenen Variablen hat die Theorie der Kombinatoren den Vorteil, daß das Problem der ↑Variablenkonfusion gar nicht erst auftritt. – Das Programm, ohne die (z.B. in der natürlichen Sprache nicht auftretenden) gebundenen Variablen auszukommen, wird auch in Konzeptionen der algebraischen Logik (↑Logik, algebraische) verfolgt, so in W.V.O. Quines ›predicate-functor logic‹, die die Anwendung gewisser ↑Funktoren auf Prädikatbuchstaben und Aussagen zuläßt (nicht wie in der k.n L. von Kombinatoren auf beliebige Terme) und ein auf die Bedürfnisse der ↑Quantorenlogik mit Identität zugeschnittenes System darstellt.

(2) In dem im engeren Sinne logischen Teil der k.n L. führt man Grundzeichen für logische Partikeln ein, etwa **P** für die Subjunktion und **Π** für die unbeschränkte Allquantifikation mit den Grundregeln $\mathbf{P}XY,\ X \Rightarrow Y$ und $\mathbf{\Pi} X \Rightarrow XY$ (entsprechend dem ↑modus ponens und der All-Spezialisierung). Jedoch zeigt sich, daß in einem solchen System kombinatorische Vollständigkeit (d.h. die Tatsache, daß für jeden Term $M$ auch $(\lambda x.M)$ bzw. $[x]M$ ein Term ist) nicht mit deduktiver Vollständigkeit (d.h. der Gültigkeit des ↑Deduktionstheorems: wenn $X \vdash Y$, dann $\vdash \mathbf{P}XY$) verträglich ist: Hält man beide Forderungen aufrecht, läßt sich ein Widerspruch konstruieren (genauer: läßt sich jeder beliebige Term ableiten), bekannt als ↑›Currysche Antinomie‹, die man als negationsfreie auf die k. L. angewandte Form der Russellschen Antinomie (↑Zermelo-Russellsche Antinomie) ansehen kann. Currys Weg zur Vermeidung der Antinomie besteht in der Einschränkung der deduktiven Vollständigkeit, indem er die Gültigkeit des Deduktionstheorems auf eine bestimmte Kategorie von Termen, die Propositionen, bezieht. Damit wird eine formale Theorie der Funktionalität, die die Zuordnung von (Zeichen-)Objekten zu Kategorien behandelt, zu einem zentralen Teil der illativen k.n L.

Zu beiden Teilen der k.n L. hat Schönfinkel 1924 Grundansätze geliefert, indem er sowohl Kombinatoren einführte (unter der Bezeichnung ›individuelle Funktionen von sehr allgemeiner Natur‹) als auch die übliche Quantorenlogik behandelte (durch Betrachtung einer ›Unverträglichkeitsfunktion $U$‹, die dem ↑Shefferschen Strich der Junktorenlogik entspricht). Curry führte in seiner Dissertation (1930) den Terminus ›k. L.‹ ein und widmete dem Ausbau dieser Theorie einen großen Teil seines Werkes. Die Hauptergebnisse sind in dem mit R. Feys, J.R. Hindley und J.P. Seldin verfaßten grundlegenden Werk »K. L.« (I–II, 1958/1972) zusammengefaßt. Die k. L. hat für die neuere ↑Beweistheorie äußerst fruchtbare Ansätze geliefert.

*Literatur:* H.B. Curry, Grundlagen der k.n L., Amer. J. Math. 52 (1930), 509–536, 789–834 (= Diss. Göttingen 1930); ders., Logic, combinatory, Enc. Ph. IV (1967), 504–509; ders., Some Philosophical Aspects of Combinatory Logic, in: J. Barwise/H.J. Keisler/K. Kunen (eds.), The Kleene Symposium. Proceedings of the Symposium Held June 18–24, 1978 at Madison, Wisconsin, U.S.A., Amsterdam/New York/Oxford 1980, 85–101; ders./R. Feys (with two Sections by W. Craig), Combinatory Logic I, Amsterdam 1958, 1968; ders./J.R. Hindley/J.P. Seldin, Combinatory Logic II, Amsterdam/London 1972 (weitere Arbeiten Currys zur k.n L. s. Bibliography of H.B. Curry, in: J.P. Seldin/J.R. Hindley [eds.], To H.B. Curry [s.u.], XIII–XX); F.B. Fitch, Elements of Combinatory Logic, New Haven/London 1974; J.R. Hindley/B. Lercher/J.P. Seldin, Introduction to Combinatory Logic, Cambridge 1972; W.V.O. Quine, Algebraic Logic and Predicate Functors, in: R. Rudner/I. Scheffler (eds.), Logic & Art. Essays in Honor of Nelson Goodman, New York 1972, 214–238; M. Schönfinkel, Über die Bausteine der mathematischen Logik, Math. Ann. 92 (1924), 305–316, Neudr. in: K. Berka/L. Kreiser (eds.), Logik-Texte. Kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik, Berlin (Ost) 1971, [2]1973, 262–273; J.P. Seldin, Curry's Program, in: ders./J.R. Hindley (eds.), To H.B. Curry [s.u.], 3–33; ders./J.R. Hindley (eds.), To H.B. Curry: Essays on Combinatory Logic, Lambda Calculus and Formalism, London etc. 1980; S. Stenlund, Combinators, $\lambda$-Terms and Proof Theory, Dordrecht 1972. P.S.

**Logik, konstruktive,** Bezeichnung für die ↑konstruktiv begründete Theorie des korrekten Schließens (↑Schluß) und Beweisens (↑Beweis). Ausge-

*Literatur:* M. Barzin/A. Errera, Mathématique et logique. Sur la logique de M. Brouwer, Bull. Acad. Roy. Belg., Cl. Sci. 13 (1927), 56–71; dies., Sur le principe du tiers exclu, Brüssel 1929; E.W. Beth, Semantic Entailment and Formal Derivability, Mededelingen der Kon. Nederl. Akad. Wetensch., Afd. Letterkunde, Nieuwe Reeks 18 No. 13 (Amsterdam 1955, ²1961), 309–342; ders., Semantic Construction of Intuitionistic Logic, ebd. 19 No. 11 (Amsterdam 1956), 357–388; L.E.J. Brouwer, De Onbetrouwbaarheid der logische Principes, Tijdschr. voor Wijsbegeerte 2 (1908), 152–158, Nachdr. in: ders., Wiskunde, Waarheid, Werkelijkheid, Groningen 1919 (Originalpaginierung) (engl. The Unreliability of the Logical Principles, in: ders., Collected Works I, ed. A. Heyting, Amsterdam/Oxford/New York 1975, 107–111); G. Gentzen, Untersuchungen über das logische Schließen, Math. Z. 39 (1935), 176–210, 405–431 (repr. separat Darmstadt 1969), Neudr. in: K. Berka/L. Kreiser (eds.), Logik-Texte. Kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik, Berlin (Ost) 1971, ²1973, 192–253; P.C. Gilmore, The Effect of Griss' Criticism of the Intuitionistic Logic on Deductive Theories Formalized Within the Intuitionistic Logic, Indag. Math. 15 (1953), 162–174, 175–186; K. Gödel, Zum intuitionistischen Aussagenkalkül, Anzeiger Akad. Wiss. Wien, math.-naturwiss. Kl. 69 (1932), 65–66; ders., Eine Interpretation des intuitionistischen Aussagenkalküls, Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums H. 4 (1931/1932, publ. 1933), 39–40; G. Haas, Konstruktive Einführung in die formale Logik, Mannheim/Wien/Zürich 1984; A. Heyting, Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik, Sitz.ber. Preuß. Akad. Wiss., phys.-math. Kl. 1930, Berlin 1930, 42–56; A.N. Kolmogoroff, O principe tertium non datur, Matematičeskij Sbornik 32 (1925), 646–667 (engl. On the Principle of Excluded Middle, in: J. van Heijenoort [ed.], From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931, Cambridge Mass. 1967, 414–437); ders., Zur Deutung der intuitionistischen Logik, Math. Z. 35 (1932), 58–65; K. Lorenz, Arithmetik und Logik als Spiele, Diss. Kiel 1961; ders., Dialogspiele als semantische Grundlage von Logikkalkülen, Arch. math. Log. Grundlagenf. 11 (1968), 32–55, 73–100; ders., L., k., Hist. Wb. Ph. V (1980) 437–440; P. Lorenzen, Die ontologische und die operative Auffassung der Logik, in: Proc. of the XIth Int. Congress of Philosophy, Brussels, August 20–26, 1953, V, Amsterdam/Louvain 1953, 12–18; ders., Protologik. Ein Beitrag zum Begründungsproblem der Logik, Kant-St. 47 (1955/1956), 350–358, Nachdr. in: ders., Methodisches Denken, Frankfurt 1968, 1974, 81–93); ders., Logik und Agon, in: Atti del XII Congresso Int. di Filosofia (Venezia, 12–18 Settembre 1958) IV, Florenz 1960, 187–194; ders., Ein dialogisches Konstruktivitätskriterium, in: Int. Mathematical Union and Mathematical Institute of the Polish Academy of Sciences (ed.), Infinitistic Methods. Proc. of the Symposium on Foundations of Mathematics, Warsaw, 2–9 September 1959, Warszawa, Oxford 1961, 193–200; J.C.C. McKinsey, Proof of the Independence of the Primitive Symbols of Heyting's Calculus of Propositions, J. Symb. Log. 4 (1939), 155–158; V.P. Orevkov (ed.), The Calculi of Symbolic Logic I [russ. 1968], Providence R.I. 1971 (Proc. of the Steklov Institute of Mathematics 98 [1968]); H. Wang, A Survey of Mathematical Logic, Peking 1962, ²1963, rev. unter dem Titel: Logic, Computers and Sets, New York 1970. G.H.

**Logik, mathematische,** in mindestens fünf Bedeutungen verwendeter Terminus. (1) M. L. als die *moderne Gestalt der formalen Logik* (↑Logik, formale), die mit mathematischer Strenge und Exaktheit betrieben wird. Diese mathematische Strenge der Logik zeigt sich vor allem darin, daß sie in verstärktem Ausmaß Symbole verwendet; insofern spricht man auch von ›symbolischer Logik‹ (↑Logik, symbolische). (2) M. L. als *mit mathematischen Methoden betriebene Logik*. Hier wird in Verschärfung von (1) darauf abgehoben, daß man nicht nur mit Symbolen operiert, sondern daß dieses Operieren selbst mathematischer Natur ist. Dies läßt sich einmal so verstehen, daß man (analog zur mathematischen Physik oder mathematischen Psychologie) die Mathematik als Hilfswissenschaft benutzt, um genuin logische Sachverhalte zu formulieren oder zu beweisen – etwa Verwendung mathematischer Induktionsprinzipien zum Beweis logischer Gesetze –, aber auch so, daß man den Gegenstand der m.n L. als mathematischen Gegenstand ansieht. Logische Strukturen haben dann denselben Status wie mathematische Strukturen (z.B. Gruppen). (3) M. L. als *mit logischen Methoden betriebene Mathematik*. Hier werden, umgekehrt wie im Falle von (2), Methoden, die man als genuin logische ansieht (z.B. modelltheoretische), zur Lösung mathematischer Probleme benutzt (z.B. für Entscheidbarkeitsfragen algebraischer Theorien). (4) M. L. als *Logik der Mathematik* im Sinne einer Methodenlehre (d.h. Wissenschaftstheorie) der Mathematik. Hier ist Logik eine philosophische Disziplin, mit deren Hilfe mathematisches Argumentieren rekonstruiert wird. Im ↑Logizismus führt dies soweit, die Mathematik selbst als Teil der Logik anzusehen. (5) M. L. als *Oberbegriff für eine Reihe von Disziplinen,* die von anderen mathematischen Gebieten abgegrenzt, jedoch in der Regel an mathematischen Instituten beheimatet sind. Das »Handbook of Mathematical Logic« (ed. J. Barwise, 1977) führt als solche Disziplinen auf: ↑Beweistheorie, ↑Mengenlehre, ↑Modelltheorie, Rekursionstheorie (↑rekursiv/Rekursivität). In diesem Sinne wird m. L. häufig auch mit ↑Metamathematik identifiziert.

Allen Auffassungen von m.r L. ist gemeinsam: 1. Sie umfassen einen wesentlichen Teil der logischen Bemühungen der letzten 150 Jahre; 2. sie setzen die Logik mit der Mathematik in Beziehung, zumindest im Hinblick auf die Präzision ihres Vorgehens. M. L. im Sinne von (1) und (2) geht bereits auf Ansätze von G.W. Leibniz zurück, dann im 19. Jahrhundert auf die ↑Algebra der Logik. (3) ist eine relativ neue Deutung, die sich ergab, als man auf die enge Verknüpfung von mathematischen und logischen Disziplinen aufmerksam wurde. (4) geht im wesentlichen auf G. Frege und B. Russell zurück. Die diffuse Verwendungsweise (5) scheint heute am weitesten verbreitet zu sein. Von der m.n L. im Sinne von (3)–(5) hebt sich in neuester Zeit die *philosophische Logik* ab, die zwar oft auch im Sinne von (1) und (2) mit mathematischer Strenge und mathematischen Methoden operiert, jedoch Gegenstände behandelt, die nicht von direktem Interesse für die Mathematik oder die Mathematiker sind. Diese Gegenstände gelten als philosophische Gegenstände und werden in der Regel an philosophischen Instituten erforscht. Philosophische Logiken in diesem Sinne sind z.B.: deontische Logik (↑Logik, deontische), epistemische Logik (↑Logik, epistemische), intensionale Logik (↑Logik, intensionale), temporale Logik (↑Logik, temporale), ↑Relevanzlogik, ↑Logik des ›Entailment‹, ↑Interrogativlogik. Daneben versteht man unter philosophischer Logik häufig auch die Philosophie der Logik, d.h. die Behandlung von Begründungsfragen der Logik.

*Literatur:* G. Asser, Einführung in die m. L., I–III, Leipzig, Frankfurt/Zürich/Thun 1959–1981; J. Barwise (ed.), Handbook of Mathematical Logic, Amsterdam 1977; A. Church, Introduction to Mathematical Logic I, Princeton 1956; H.B. Curry, Foundations of Mathematical Logic, New York 1963, [2]1977; H. Hermes, Einführung in die m. L.. Klassische Prädikatenlogik, Stuttgart 1963, [4]1976; J. v. Heijenoort (ed.), From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931, Cambridge Mass. 1967; D. Hilbert/W. Ackermann, Grundzüge der theoretischen Logik, Berlin 1928, Berlin/Heidelberg/New York [6]1972; S.C. Kleene, Introduction to Metamathematics, Amsterdam, Groningen, Princeton 1952 (repr. Groningen, Amsterdam, New York 1980); ders., Mathematical Logic, New York 1967; G. Kreisel/J.L. Krivine, Éléments de logique mathématique. Théorie des modèles, Paris 1967 ([erw.] dt. Modelltheorie. Eine Einführung in die m. L. und Grundlagentheorie, Berlin/Heidelberg/New York 1972); J. Łukasiewicz, Elementy logiki matematycznej, Warszawa 1929, [2]1958 (engl. Elements of Mathematical Logic, Oxford 1963, Oxford/New York [2]1964); E. Mendelson, Introduction to Mathematical Logic, Princeton N.J. 1964, New York [2]1979; W.V.O. Quine, Mathematical Logic, New York 1940, Cambridge Mass. [2]1951, Cambridge Mass., London 1981; H.A. Schmidt, Mathematische Gesetze der Logik I (Vorlesungen über Aussagenlogik), Berlin/Göttingen/Heidelberg 1960; H. Scholz/G. Hasenjaeger, Grundzüge der m.n L., Berlin/Göttingen/Heidelberg 1961; J.R. Shoenfield, Mathematical Logic, Reading Mass. 1967; N.I. Stjažkin, Stanovlenie idej matematičeskoj logiki, Moskau 1964 (engl. History of Mathematical Logic from Leibniz to Peano, Cambridge Mass./London 1969); A. Tarski, O logice matematycznej i metodzie dedukcyjnej, Lwów 1936 (dt. Einführung in die m. L. und in die Methodologie der Mathematik, Wien 1937, unter dem Titel: Einführung in die m. L., Göttingen [2]1966, erw. [5]1977); C. Thiel, From Leibniz to Frege: Mathematical Logic between 1679 and 1879, in: L.J. Cohen u.a. (eds.), Logic, Methodology and Philosophy of Science VI. Proceedings of the 6th International Congress (Hannover 1979), Amsterdam 1982, 755–770. P.S.

**Logik, mehrwertige** (engl. many-valued logic), Bezeichnung für logische Ansätze, die davon ausgehen, daß Aussagen einen von mehr als zwei ↑Wahrheitswerten annehmen können, im Gegensatz zur zweiwertigen Logik (↑Logik, zweiwertige), nach der jede Aussage entweder wahr oder falsch ist (↑Zweiwertigkeitsprinzip). Ideen zu einer solchen Konzeption, insbesondere zur dreiwertigen Logik, gehen bis in die Antike zurück. Die neuere Entwicklung der m.n L. beginnt mit den Arbeiten von J. Łukasiewicz (1920) und (unabhängig davon) E.L. Post (1921; zur Geschichte der m.n L. vgl. N. Rescher, 1969). Als Begründungen für die Aufgabe des Zweiwertigkeitsprinzips wurden und werden unter anderem genannt:

(1) Das schon von Aristoteles diskutierte Problem der Aussagen über *zukünftige Ereignisse* (↑Futurabilien). Da man nicht wisse, ob ein in einer Aussage *A* beschriebenes zukünftiges Ereignis eintrete oder nicht, könne man *A* nicht einen der Werte ›wahr‹ oder ›falsch‹ zusprechen, man müsse für *A* also einen dritten Wahrheitswert (etwa ›unbestimmt‹) einführen. Gegen diese Argumentation ist eingewendet worden, Aussagen seien wahr oder falsch unabhängig vom Wissen darüber, ob der behauptete Sachverhalt besteht oder nicht besteht, ferner, daß sie nicht zur dreiwertigen, sondern zur intuitionistischen Logik (↑Logik, intuitionistische) führe. Aussagen, in die das Wissen von Personen oder Zeitpunkte eingehen, werden zudem auf zweiwertiger Grundlage in epistemischer und temporaler Logik behandelt (↑Logik, epistemische, ↑Logik, temporale). – (2) Das Problem bislang *unentschiedener Aussagen* der Mathematik (z.B. des Fermatschen Satzes, ↑Fermat, Pierre de) oder von Aussagen, für die kein ↑Entscheidungsverfahren existiert. Für derartige Aussagen müsse man einen dritten Wahrheitswert einführen. Solche Konzeptionen sind z.B. 1938 von S.C. Kleene erwogen worden. Kleene geht es dabei um Aussagen, die partiell rekursive Funktionen (↑Funktion, rekursive) oder Prädikate enthalten, die zwar auf dem Bereich, auf dem sie definiert sind, ↑berechenbar bzw. ↑entscheidbar sind, für die aber nicht entscheidbar ist, für welche Objekte sie definiert sind. – (3) Die Unmöglichkeit, *Modaloperatoren* als Wahrheitsfunktionen der zweiwertigen Logik zu behandeln. Dieser von Łukasiewicz 1920 im Hinblick auf den Möglichkeitsbegriff angeführte (und später wieder verworfene) Grund für eine dreiwer-

schen und logischen Disziplinen aufmerksam wurde. (4) geht im wesentlichen auf G. Frege und B. Russell zurück. Die diffuse Verwendungsweise (5) scheint heute am weitesten verbreitet zu sein. Von der m.n L. im Sinne von (3)–(5) hebt sich in neuester Zeit die *philosophische Logik* ab, die zwar oft auch im Sinne von (1) und (2) mit mathematischer Strenge und mathematischen Methoden operiert, jedoch Gegenstände behandelt, die nicht von direktem Interesse für die Mathematik oder die Mathematiker sind. Diese Gegenstände gelten als philosophische Gegenstände und werden in der Regel an philosophischen Instituten erforscht. Philosophische Logiken in diesem Sinne sind z.B.: deontische Logik (↑Logik, deontische), epistemische Logik (↑Logik, epistemische), intensionale Logik (↑Logik, intensionale), temporale Logik (↑Logik, temporale), ↑Relevanzlogik, ↑Logik des ›Entailment‹, ↑Interrogativlogik. Daneben versteht man unter philosophischer Logik häufig auch die Philosophie der Logik, d.h. die Behandlung von Begründungsfragen der Logik.

*Literatur:* G. Asser, Einführung in die m. L., I–III, Leipzig, Frankfurt/Zürich/Thun 1959–1981; J. Barwise (ed.), Handbook of Mathematical Logic, Amsterdam 1977; A. Church, Introduction to Mathematical Logic I, Princeton 1956; H.B. Curry, Foundations of Mathematical Logic, New York 1963, ²1977; H. Hermes, Einführung in die m. L.. Klassische Prädikatenlogik, Stuttgart 1963, ⁴1976; J. v. Heijenoort (ed.), From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931, Cambridge Mass. 1967; D. Hilbert/W. Ackermann, Grundzüge der theoretischen Logik, Berlin 1928, Berlin/Heidelberg/New York ⁶1972; S.C. Kleene, Introduction to Metamathematics, Amsterdam, Groningen, Princeton 1952 (repr. Groningen, Amsterdam, New York 1980); ders., Mathematical Logic, New York 1967; G. Kreisel/J.L. Krivine, Éléments de logique mathématique. Théorie des modèles, Paris 1967 ([erw.] dt. Modelltheorie. Eine Einführung in die m. L. und Grundlagentheorie, Berlin/Heidelberg/New York 1972); J. Łukasiewicz, Elementy logiki matematycznej, Warszawa 1929, ²1958 (engl. Elements of Mathematical Logic, Oxford 1963, Oxford/New York ²1964); E. Mendelson, Introduction to Mathematical Logic, Princeton N.J. 1964, New York ²1979; W.V.O. Quine, Mathematical Logic, New York 1940, Cambridge Mass. ²1951, Cambridge Mass., London 1981; H.A. Schmidt, Mathematische Gesetze der Logik I (Vorlesungen über Aussagenlogik), Berlin/Göttingen/Heidelberg 1960; H. Scholz/G. Hasenjaeger, Grundzüge der m.n L., Berlin/Göttingen/Heidelberg 1961; J.R. Shoenfield, Mathematical Logic, Reading Mass. 1967; N.I. Stjažkin, Stanovlenie idej matematičeskoj logiki, Moskau 1964 (engl. History of Mathematical Logic from Leibniz to Peano, Cambridge Mass./London 1969); A. Tarski, O logice matematycznej i metodzie dedukcyjnej, Lwów 1936 (dt. Einführung in die m. L. und in die Methodologie der Mathematik, Wien 1937, unter dem Titel: Einführung in die m. L., Göttingen ²1966, erw. ⁵1977); C. Thiel, From Leibniz to Frege: Mathematical Logic between 1679 and 1879, in: L.J. Cohen u.a. (eds.), Logic, Methodology and Philosophy of Science VI. Proceedings of the 6th International Congress (Hannover 1979), Amsterdam 1982, 755–770. P.S.

**Logik, mehrwertige** (engl. many-valued logic), Bezeichnung für logische Ansätze, die davon ausgehen, daß Aussagen einen von mehr als zwei ↑Wahrheitswerten annehmen können, im Gegensatz zur zweiwertigen Logik (↑Logik, zweiwertige), nach der jede Aussage entweder wahr oder falsch ist (↑Zweiwertigkeitsprinzip). Ideen zu einer solchen Konzeption, insbesondere zur dreiwertigen Logik, gehen bis in die Antike zurück. Die neuere Entwicklung der m.n L. beginnt mit den Arbeiten von J. Łukasiewicz (1920) und (unabhängig davon) E.L. Post (1921; zur Geschichte der m.n L. vgl. N. Rescher, 1969). Als Begründungen für die Aufgabe des Zweiwertigkeitsprinzips wurden und werden unter anderem genannt:

(1) Das schon von Aristoteles diskutierte Problem der Aussagen über *zukünftige Ereignisse* (↑Futurabilien). Da man nicht wisse, ob ein in einer Aussage $A$ beschriebenes zukünftiges Ereignis eintrete oder nicht, könne man $A$ nicht einen der Werte ›wahr‹ oder ›falsch‹ zusprechen, man müsse für $A$ also einen dritten Wahrheitswert (etwa ›unbestimmt‹) einführen. Gegen diese Argumentation ist eingewendet worden, Aussagen seien wahr oder falsch unabhängig vom Wissen darüber, ob der behauptete Sachverhalt besteht oder nicht besteht, ferner, daß sie nicht zur dreiwertigen, sondern zur intuitionistischen Logik (↑Logik, intuitionistische) führe. Aussagen, in die das Wissen von Personen oder Zeitpunkte eingehen, werden zudem auf zweiwertiger Grundlage in epistemischer und temporaler Logik behandelt (↑Logik, epistemische, ↑Logik, temporale). – (2) Das Problem bislang *unentschiedener Aussagen* der Mathematik (z.B. des Fermatschen Satzes, ↑Fermat, Pierre de) oder von Aussagen, für die kein ↑Entscheidungsverfahren existiert. Für derartige Aussagen müsse man einen dritten Wahrheitswert einführen. Solche Konzeptionen sind z.B. 1938 von S.C. Kleene erwogen worden. Kleene geht es dabei um Aussagen, die partiell rekursive Funktionen (↑Funktion, rekursive) oder Prädikate enthalten, die zwar auf dem Bereich, auf dem sie definiert sind, ↑berechenbar bzw. ↑entscheidbar sind, für die aber nicht entscheidbar ist, für welche Objekte sie definiert sind. – (3) Die Unmöglichkeit, *Modaloperatoren* als Wahrheitsfunktionen der zweiwertigen Logik zu behandeln. Dieser von Łukasiewicz 1920 im Hinblick auf den Möglichkeitsbegriff angeführte (und später wieder verworfene) Grund für eine dreiwer-

tige Logik gilt heute als überholt, da man Modaloperatoren als intensionale Operatoren deutet (↑Modallogik, ↑Semantik, intensionale). – (4) Das Problem der *vagen Begriffe* (↑Vagheit). Da in der Umgangssprache (und sogar in Wissenschaftssprachen) viele Begriffe keinen scharf begrenzten Umfang haben (es z.B. neben Gegenständen, von denen man mit Bestimmtheit sagen kann, daß sie ein Stuhl bzw. kein Stuhl sind, auch solche gibt, von denen man weder das eine noch das andere sagen kann), müsse man gewissen Aussagen einen dritten Wahrheitswert zusprechen. – (5) Das Problem der *leeren Kennzeichnungen.* Um Aussagen wie ›der gegenwärtige König von Frankreich ist kahlköpfig‹, deren ↑Nominator keinen existierenden Gegenstand benennt, als sinnvolle Aussage logisch analysieren zu können, sei es angebracht, ihnen einen dritten Wahrheitswert zuzuweisen. Andere Vorschläge, dieses Problem zu lösen, werden in der Theorie der ↑Kennzeichnungen und ↑Präsuppositionen gemacht. Die in (4) und (5) genannten Argumente werden in erster Linie von Logikern, die an einer semantischen Analyse der Umgangssprache interessiert sind, vorgebracht (z.B. U. Blau, 1978). – (6) Das Problem der ↑*Antinomien.* Dieses lasse sich dadurch lösen, daß man den antinomischen Aussagen einen dritten Wahrheitswert zuspreche. Dieser Lösungsvorschlag wird vor allem in der Diskussion um die semantischen Antinomien (↑Antinomien, semantische) neben anderen Vorschlägen untersucht (vgl. z.B. ↑Lügner-Paradoxie), während er in der mathematischen Grundlagendiskussion um die ↑Zermelo-Russellsche Antinomie und verwandte Antinomien keine größere Bedeutung erlangte. – (7) Das Problem unbestimmter Aussagen der ↑*Quantentheorie.* Die Interpretation der Heisenbergschen ↑Unschärferelation hat z.B. H. Reichenbach (1944) und B. van Fraassen (1974) dazu geführt, bestimmten Aussagen einen dritten Wahrheitswert zuzuordnen. Diese und andere Lösungsvorschläge der sich aus der Quantentheorie ergebenden logischen Probleme werden in der ↑Quantenlogik diskutiert. – (8) Das Problem des Verhältnisses von *Wahrheit und Wahrscheinlichkeit.* Da man sich vor allem in den empirischen Wissenschaften nur bis zu einem gewissen Grad der Gültigkeit von Aussagen gewiß sei, müsse man die Werte ›wahr‹ und ›falsch‹ durch die Skala der Wahrscheinlichkeiten zwischen 0 und 1 ersetzen. Diese Annahme liegt teilweise ↑Wahrscheinlichkeitslogiken und der induktiven Logik (↑Logik, induktive) zugrunde.

Mit der Einführung von mehr als zwei Wahrheitswerten stellt sich das Problem, wie die Semantik der logischen Zeichen im Detail festgelegt wird. Für die Junktoren einer dreiwertigen Logik z.B. müssen sich ↑Wahrheitstafeln angeben lassen, deren Ausgangsspalten alle Kombinationen der drei Wahrheitswerte für alle Argumente des jeweiligen Junktors umfassen. Bezeichnet man die Wahrheitswerte mit $w, f, u$ (wobei $w, f$ die beiden klassischen Wahrheitswerte sind), so sind Beispiele für Wahrheitstafeln von zweistelligen Junktoren $\rightarrow_*$ einer dreiwertigen Logik:

| $p$ | $q$ | $p \rightarrow_Ł q$ | $p \rightarrow_H q$ | $p \rightarrow_K q$ | $p \rightarrow_B q$ | $p \rightarrow q$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $w$ | $w$ | $w$ | $w$ | $w$ | $w$ | $w$ |
| $w$ | $u$ | $u$ | $u$ | $u$ | $u$ | |
| $w$ | $f$ | $f$ | $f$ | $f$ | $f$ | $f$ |
| $u$ | $w$ | $w$ | $w$ | $w$ | $w$ | |
| $u$ | $u$ | $w$ | $w$ | $u$ | $w$ | |
| $u$ | $f$ | $u$ | $f$ | $u$ | $w$ | |
| $f$ | $w$ | $w$ | $w$ | $w$ | $w$ | $w$ |
| $f$ | $u$ | $w$ | $w$ | $w$ | $w$ | |
| $f$ | $f$ | $w$ | $w$ | $w$ | $w$ | $w$ |

$\rightarrow_Ł$ ist die 1930 von Łukasiewicz, $\rightarrow_H$ die 1930 von Heyting (zum Beweis der Unableitbarkeit des ↑tertium non datur in der intuitionistischen Logik), $\rightarrow_K$ die 1938 von Kleene, $\rightarrow_B$ die 1978 von Blau angegebene Subjunktion, $\rightarrow$ die klassische Subjunktion, die nur für $w$ und $f$ als Argumente definiert ist. Alle vier angegebenen verschiedenen dreiwertigen Subjunktionen stimmen in den Fällen, wo die klassische Subjunktion definiert ist, mit dieser überein; sie unterscheiden sich in den beiden Fällen, wo $p$ den Wahrheitswert $u$ und $q$ den Wert $u$ oder $f$ hat, und führen damit zu verschiedenen Klassen von gültigen Formeln. Geht man zu mehr als drei Wahrheitswerten über, wird das Verhältnis der vorgeschlagenen, miteinander unverträglichen mehrwertigen Systeme recht unübersichtlich. Darin zeigt sich nicht nur die Verschiedenheit der philosophischen Begründungen m.r L.en, sondern auch die Schwierigkeit, aus den teilweise sehr vagen philosophischen Motivierungen präzise Kriterien herzuleiten, die in allen Einzelfällen die Zuordnung von Wahrheitswertverteilungen zu bestimmten Aussagenverknüpfungen festlegen. Der Versuch, bestimmte Systeme vor anderen durch ihre Beziehungen zur klassischen Logik (↑Logik, klassische) auszuzeichnen, würde z.B. im obigen Fall $\rightarrow_B$ gegenüber $\rightarrow_Ł$, $\rightarrow_H$ und $\rightarrow_K$ bevorzugen, wenn man verlangt, daß sich nach Ersetzung von $u$ durch *f* bis auf mehrfach vorkommende Zeilen die Tafel für $\rightarrow$ ergibt. Diese Forderung selbst hängt aber von der philosophischen Begründung des mehrwertigen Systems ab. Sie setzt voraus, daß *u* und *f* in der dreiwertigen Logik eine Spezifizierung des klassischen Wertes *f* sind, was z.B. Heyting oder Kleene gar nicht intendieren. So zeichnet etwa Kleene seine Wahrheitstafeln durch ein andersartiges Verhältnis zur klassischen Logik aus als Blau.

Während die *philosophische* Begründung und Auszeichnung eines bestimmten mehrwertigen Systems lange Zeit keine größeren Fortschritte machte und erst neuerdings wieder stärker diskutiert wird (vor allem im Zusammenhang mit der vermehrten Anwendung formallogischer Methoden in der Linguistik), hat sich die *mathematisch-logische* Theorie der mehrwertigen logischen Systeme seit 1920 weit entwickelt. Der Begriff der logischen Matrix (↑Matrix, logische) erlaubte es dabei, mehrwertige junktorenlogische Systeme in größtmöglicher Allgemeinheit zu behandeln. Insbesondere konnten ganz in Analogie zur Definition der klassischen semantischen Begriffe auch für die m.n L.en Begriffe der Tautologie, Kontradiktion, Erfüllbarkeit, Folgerung etc. definiert werden. Die Rolle des klassischen Wertes *w* übernehmen dabei gewisse ›ausgezeichnete‹ Wahrheitswerte (die z.B. in den obigen Systemen mit *w* zusammenfallen). Inzwischen liegen eine Reihe bedeutender technischer Resultate über Axiomatisierbarkeit m.r L.en, semantische ↑Vollständigkeit von Formalismen, funktionale Vollständigkeit von Operatoren, relative deduktive Stärke von Systemen usw. vor. Ferner gibt es eine Reihe technischer und metalogischer Anwendungen mehrwertiger Systeme, in denen man nicht davon ausgeht, daß die Wahrheitswerte eine philosophische Bedeutung haben.

An der m.n L. hat sich immer wieder die Frage nach der *Absolutheit* der Logik entzündet. Vertreter des Absolutheitsstandpunktes, für die die auf dem Zweiwertigkeitsprinzip beruhende klassische Logik die ›richtige‹ Logik ist, können der m.n L. nur einen technischen und keinen philosophischen Sinn zuschreiben. Verteidiger der m.n L. dagegen meinen, die Logik müsse sich gewissen Realitäten anpassen (z.B. der Vagheit vieler Begriffe oder der Unbestimmtheit gewisser Meßaussagen der Quantenphysik). Hinter diesem Streit steht die bis heute nicht zufriedenstellend gelöste Frage, ob logische Gesetze normativ oder deskriptiv (z.B. apriorische Gesetze des Denkens oder aufgefundene sprachliche Regelmäßigkeiten) sind. Bisweilen wird die Entwicklung m.r L.en mit der wissenschaftshistorisch folgenreichen Entdeckung ↑nicht-euklidischer Geometrien verglichen, der Streit um die ›richtige‹ Logik mit dem um die ›richtige‹ Geometrie. Auch von Theoretikern der m.n L. wird dabei allerdings oft darauf hingewiesen, daß die Metasprache, in der man seine Untersuchungen durchführt, klassisch ist, selbst wenn man für bestimmte Objektsprachen die Annahme mehrerer Wahrheitswerte macht (vgl. A. A. Zinov'ev 1968, 54).

*Literatur:* U. Blau, Die dreiwertige Logik der Sprache. Ihre Syntax, Semantik und Anwendung in der Sprachanalyse, Berlin/New York 1978; B. van Fraassen, The Labyrinth of Quantum Logics, in: R.S. Cohen/M.W. Wartofsky (eds.), Logical and Epistemological Studies in Contemporary Physics, Dordrecht/Boston 1974, 224–254 (Boston Stud. Philos. Sci. XIII); A. Heyting, Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik, Sitz.ber. preuß. Akad. Wiss. 1930, phys.-math. Kl. 1930, Berlin 1930, 42–56, Nachdr. in: ders., Collected Papers, Amsterdam 1980, 191–220; S.C. Kleene, On Notation for Ordinal Numbers, J. Symb. Log. 3 (1938), 150–155; ders., Introduction to Metamathematics, Amsterdam, Groningen, Princeton 1952, 1974, 332–340 (§ 64); J. Łukasiewicz, O logice trójwartościowej, Ruch Filozoficzny 5 (1920), 169–171 (engl. On Three-Valued Logic, in: S. McCall [ed.], Polish Logic 1920–1939, Oxford 1967, 16–18, und in: J. Łukasiewicz, Selected Works, ed. L. Borkowski, Amsterdam/London, Warszawa 1970, 87–88); ders., Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls, Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie, cl. III, 23 (1930), 51–77 (engl. Philosophical Remarks on Many-Valued Systems of Propositional Logic, in: S. McCall [ed.] [s.o.], 40–65, und in: J. Łukasiewicz, Selected Works [s.o.], 153–178); E.L. Post, Introduction to a General Theory of Elementary Propositions, Amer. J. Math. 43 (1921), 163–185; W. Rautenberg, Klassische und nichtklassische Aussagenlogik, Braunschweig/Wiesbaden 1979; H. Reichenbach, Philosophic Foundations of Quantum Mechanics, Berkeley/Los Angeles 1944 (dt. Philosophische Grundlagen der Quantenmechanik, Basel 1949); N. Rescher, Many-Valued Logic, New York 1969 (mit Bibliographie, 236–331); J.B. Rosser/A.R. Turquette, Many-Valued Logics, Amsterdam 1952 (repr. Westport Conn. 1977); P. Rutz, Zweiwertige und m. L.. Ein Betrag zur Geschichte und Einheit der Logik, München 1973 (mit Bibliographie, 81–101); R.G. Wolf, A Survey of Many-Valued Logic (1966–1974), in: J.M. Dunn/G. Epstein (eds.), Modern Uses of Multiple-Valued Logic, Dordrecht/Boston 1977, 167–323 (Bibliographie, soweit von Rescher [1969] nicht mehr erfaßt); A.A. Zinov'ev, Filosofskie problemy mnogoznačnoj logiki, Moskau 1960 (rev. engl. Philosophical Problems of Many-Valued Logics, Dordrecht 1964), Neufassung unter dem Titel: Očerk mnogoznačnoj logiki, Moskau 1968 (dt. Über mehrwertige Logik. Ein Abriß, Berlin [Ost], Braunschweig, Basel 1968). P.S.

**Logik, mittelalterliche,** Bezeichnung für die Logikarbeit abendländischer mittelalterlicher Gelehrter. Sieht man von den wenig originellen, noch stark an der antiken Logik und A.M.T.S. Boethius sowie an ↑Enzyklopädie und ↑Grammatik orientierrung der Quantifikationstheorie der m.n L., in deren Zusammenhang auch die temporallogische Auffassung des Tempus eines Verbs als eine Art temporaler Quantor entwickelt wird. – Der mit dem Beginn der logica moderna (auch: Terminismus) einsetzende starke Einfluß des Aristotelischen Wissenschaftsideals der »Analytica posteriora« führte zur Trennung der als Fertigkeit (›ars‹) verstandenen praktischen Grammatik konkreter Sprachen von einer auf Sprache überhaupt bezogenen allgemeinen Sprachwissenschaft, die später als ›grammatica speculativa‹ oder ›modistische Grammatik‹ (↑modistae) bezeichnet wurde. Diese wissenschaftliche Konzeption der Grammatik dürfte auch von der schon länger an Aristotelischen Idealen orientierten arabischen Logik (↑Logik, arabische) sowie in ihrer ontologisierenden Tendenz vom ↑Platonismus beeinflußt sein. Der platonistische Einfluß wird jedoch im ↑Nominalismus wieder zurückgedrängt.

Trotz vieler Ähnlichkeiten dürfte es verfehlt sein, die m. L. als eine frühe und noch unvollkommene Formulierung der modernen formalen Logik aufzufassen. Zwar gelangt die m. L. insbesondere in der Lehre von den consequentiae in die Nähe der heutigen (Junktoren-)Logik, auch trägt ihre Quantifikationsanalyse Züge der ↑Quantorenlogik. Erhebliche Unterschiede zeigen aber der metalogische und nicht-axiomatische Status der consequentiae-Theorie sowie die Tatsache, daß die ›quantorenlogischen‹ Erörterungen der Suppositionstheorie nicht auf eine eigenständige Quantorenlogik zielen, sondern, unter Beibehaltung der grammatischen Subjekt-Objekt-Struktur von Aussagen, die von Aristoteles nicht beachteten semantischen Voraussetzungen seiner ↑Begriffslogik analysieren. Dabei wird freilich deutlich, daß diese das Aristotelische System sprengen. – Die m. L., so eine Logik sui generis, hat historisch zur Ausbildung der modernen Logik nichts beigetragen. Gleichwohl sind ihre semantischen und sprachphilosophischen Ausführungen im Rahmen der Suppositionstheorie (↑significatio), des ↑Universalienstreits, des Problems der ↑Insolubilia, der ↑proprietates terminorum und der ↑Sophismata, etwa der ↑Lügner-Paradoxie, von großem systematischem Interesse.

*Literatur:* J.P. Beckmann u.a. (eds.), Sprache und Erkenntnis im Mittelalter. Akten des VI. Int. Kongresses für Mittelalterliche Philosophie der Société Internationale pour l'Étude de la Philosophie Médiévale. 29. August–3. September 1977 in Bonn, I–II, Berlin/New York 1981; J.M. Bocheński, Formale Logik, Freiburg/München [4]1978, 167–293; P. Boehner, Medieval Logic. An Outline of Its Development from 1250 to c. 1400, Chicago, Manchester 1952; M. Dal Pra, Logica e realtà. Momenti del pensiero medievale, Rom/Bari 1974; A. Dumitriu, History of Logic II, Tunbridge Wells (Kent) 1977; K. Dürr, Aussagenlogik im Mittelalter, Erkenntnis 7 (1937/1938), 160–168; H.W. Enders, Sprachlogische Traktate des Mittelalters und der Semantikbegriff. Ein historisch-systematischer Beitrag zur Frage der semantischen Grundlegung formaler Systeme, München/Paderborn 1975; P.T. Geach, Reference and Generality. An Examination of Some Medieval and Modern Theories, Ithaca N.Y. 1962, 1968; M. Grabmann, Bearbeitungen und Auslegungen der aristotelischen Logik aus der Zeit von Peter Abaelard bis Petrus Hispanus, Berlin 1937; D.P. Henry, Medieval Logic and Metaphysics. A Modern Introduction, London 1972; W. Hübener, Studien zur Theorie der kognitiven Repräsentation in der mittelalterlichen Philosophie, Bonn 1981 (Arch. Begriffsgesch. Suppl. 4); K. Jacobi, Die Modalbegriffe in den logischen Schriften des Wilhelm von Shyreswood und in anderen Kompendien des 12. und 13. Jahrhunderts. Funktionsbestimmung und Gebrauch in der logischen Analyse, Leiden/Köln 1980; W. Kneale/M. Kneale, The Development of Logic, Oxford 1962, 1978, 177–297; S. Knuuttila, Time and Modality in Scholasticism, in: ders. (ed.), Reforging the Great Chain of Being. Studies in the History of Modal Theories, Dordrecht/Boston/London 1981, 163–257; N. Kretzmann/A. Kenny/J. Pinborg (eds.), The Cambridge History of Later Medieval Philosophy. From the Rediscovery of Aristotle to the Disintegration of Scholasticism 1100–1600, Cambridge 1982 (mit Bibliographie); J. Łukasiewicz, Zur Geschichte der Aussagenlogik, Erkenntnis 5 (1935), 111–131; A. Maierù, Terminologia logica della tarda scolastica, Rom 1972; E.A. Moody, The Logic of William of Ockham, New York/London 1935, New York 1965; ders., Truth and Consequence in Mediaeval Logic, Amsterdam 1953; ders., The Medieval Contribution to Logic, Stud. Gen. 19 (1966), 443–452; J. Pinborg, Die Entwicklung der Sprachtheorie im Mittelalter, Münster, Kopenhagen 1967; ders., Logik und Semantik im Mittelalter. Ein Überblick, Stuttgart-Bad Cannstatt 1972 (mit Bibliographie); ders., The English Contribution to Logic Before Ockham, Synthese 40 (1979), 19–42; L. Pozzi, Studi di logica antica e medievale, Padua 1974; J. Salamucha, Logika zdań u Wilhelma Ockhama, Przegl. filoz. 38 (1935), 208–239 (dt. Die Aussagenlogik bei Wilhelm von Ockham, Franziskan. Stud. 32 [1950], 97–134); G. Schenk, Zur Geschichte der logischen Form I (Einige Entwicklungstendenzen von der Antike bis zum Ausgang des Mittelalters), Berlin (Ost) 1973; P.V. Spade, Recent Research On Medieval Logic, Synthese 40 (1979), 3–18; J.R. Weinberg, Abstraction, Relation and Induction. Three Essays in the History of Thought, Madison Wisc. 1965. – E.J. Ashworth, The Tradition of Medieval Logic and Speculative Grammar From Anselm to the End of the Seventeenth Century. A Bibliography From 1836 Onwards, Toronto 1978. G.W.

**Logik, nicht-klassische,** Sammelbezeichnung für Logikkonzeptionen, die von anderen Voraussetzungen ausgehen als die klassische Logik (↑Logik, klassische) und deswegen nicht dieselben Sätze wie diese für logisch gültig erachten. Dazu gehören in erster Linie Logiken, die das ↑Zweiwertigkeitsprinzip verwerfen, z.B. mehrwertige und intuitionistische Logik (↑Logik, mehrwertige, ↑Logik, intuitionistische) oder ↑Quantenlogik. In der nicht-formalen philosophischen Betrachtung der Logik rechnet man zu diesen Logiken auch die dialektische Logik (↑Hegelsche Logik), für die in neuester Zeit auch formale Rekonstruktionsversuche vorliegen (↑Logik, dialektische).

Faßt man logische Systeme als *Formalismen* auf (↑System, formales), die nicht mit Hilfe des Wahrheitsbegriffes interpretiert werden (sondern etwa logische Regeln als Argumentationsregeln verstehen), dann sind n.-k. L.en solche Systeme, in denen bestimmte in der klassischen Logik herleitbare Formeln nicht mehr herleitbar sind. Oft handelt es sich dabei (z.B. in formalen Systemen der intuitionistischen Logik) um das (bei bestimmter Interpretation dem Zweiwertigkeitsprinzip entsprechende) ↑tertium non datur $a \vee \neg a$ oder das duplex negatio affirmat $\neg\neg a \rightarrow a$ (↑Stabilitätsprinzip); es lassen sich jedoch beliebig viele andere von der klassischen Logik abweichende Formalismen finden (↑Logik, intermediäre). Solche Formalismen kann man hinsichtlich ihrer deduktiven Stärke ordnen; die Beziehungen zwischen ihnen sind verbandstheoretisch (↑Verband) charakterisierbar. Daneben stehen *semantische* Interpretationen logischer Formalismen, die von der üblichen klassischen ↑Interpretationssemantik abweichen. Sofern solche alternativen Semantiken (↑Semantik, alternative) zu keinen anderen logisch gültigen Sätzen führen als die Formalismen der klassischen Logik, wird man sie nicht zur n.-k.n L. rechnen, sondern als alternative Begründungen der klassischen Logik ansehen. Ferner sind Logiken, die als Grundkonstanten außer Junktoren und Quantoren noch weitere (in der Regel ↑intensionale) Operatoren, z.B. für zeitliche oder modale Aussagen (↑Logik, temporale, ↑Modallogik), enthalten, nicht in jedem Falle nicht-klassisch. Es ist sinnvoll, sie solange als ›klassisch‹ zu bezeichnen, als sie konservative ↑Erweiterungen der klassischen Junktoren- bzw. Quantorenlogik sind, ihr junktoren- bzw. quantorenlogischer Teil also der klassischen Junktoren- bzw. Quantorenlogik entspricht. Damit ist auch das Prinzip der Extensionalität in dem Sinne, daß der Wahrheitswert eines Satzes nur von den Wahrheitswerten seiner Teilsätze (und nicht auch von deren Intensionen) abhängt, kein Kriterium zur Unterscheidung klassischer und n.-k.r L. P.S.

**Logik, nominalistische,** Bezeichnung für ↑Logikkalküle, die auf der Basis der ontologisch-sprachphilosophischen Prinzipien des modernen ↑Nominalismus als reine Individuenkalküle konzipiert werden, in deren Objektsprachen somit keine Klassenvariablen vorkommen. Systeme der n.n L. sind mit der Absicht entwickelt worden, die Leistungsfähigkeit der n.n L. durch Formulierung einer alternativen Sprache zu demonstrieren, durch die Klassenlogik und Prädikatenlogik höherer Ordnung entbehrlich werden. In den Systemen der n.n L. bildet meist die Teil-Ganzes-Relation (↑Teil und Ganzes) den (einzigen) undefinierten Grundbegriff. S. Leśniewskis Konzeption eines nominalistischen Systems, von ihm selbst als ↑›Mereologie‹ bezeichnet, hat die weitere Entwicklung entscheidend beeinflußt. – Ein historisches Motiv für die Entwicklung der n.n L.en ist in der Kritik am Platonismus der klassischen Mengenlehre zu sehen (↑Platonismus (wissenschaftstheoretisch)), deren Unterstellungen bezüglich der Existenz von Klassen und des Aktual-Unendlichen zu den Antinomien vom Russelltyp (↑Zermelo-Russellsche Antinomie) geführt haben. Diese Schwierigkeiten lassen sich allerdings auch durch die sprachphilosophisch weniger starken Konzeptionen des ↑Konzeptualismus und des ↑Konstruktivismus vermeiden. Daher wird die philosophische Bedeutung der n.n L.en vielfach in der Explikation der sprachphilosophischen Konsequenzen des Nominalismus, z.B. zur Formulierung einer ↑reductio ad absurdum gegen den starken sprachphilosophischen ↑Reduktionismus des Nominalismus, gesehen.

*Literatur:* ↑Mereologie, ferner: R.A. Eberle, Nominalistic Systems, Dordrecht 1970; N. Goodman/W.V.O. Quine, Steps toward a Constructive Nominalism, J. Symb. Log. 12 (1947), 105–122; G. Küng, N.L. heute, Allg. Z. Philos. 2 (1977), 29–52; C. Lejewski, Zu Leśniewskis Ontologie, Ratio 1 (1957/1958), 50–78; W. Stegmüller, Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie. Eine kritische Einführung II, Stuttgart [6]1979, 195–203; A. Tarski, An Alternative System for **P** and **T**, in: J.H. Woodger, The Axiomatic Method in Biology, Cambridge 1937, 161–172 (Appendix E). C.F.G.

**Logik, normative,** auch: Normenlogik, meist synonym für ›deontische Logik‹ (↑Logik, deontische) verwendete Bezeichnung. Gelegentlich wird n. L. auch als zusammenfassende Bezeichnung für deontische Logik *und* ↑Präferenzlogik oder für diese Disziplinen und zusätzlich die Logik der Entscheidungen (↑Entscheidungstheorie) verwendet. Die von manchen Logikern vorgeschlagene Unterscheidung, entsprechend der Unterscheidung zwischen Normen (präskriptiven Sätzen) und deontischen Sätzen (deskriptiven Sätzen über präskriptive Sätze) zwischen n.r L. und deontischer Logik zu unterscheiden, wird selten aufgegriffen. Mit der logischen (syntaktischen bzw. grammatischen) und

Schwarze/A. v. Stechow (eds.), Meaning, Use, and Interpretation of Language, Berlin/New York 1983, 79–96; M. Frede, Die s. L., Göttingen 1974; J.B. Gould, The Philosophy of Chrysippus, Leiden 1970; K. Hülser, Expression and Content in Stoic Linguistic Theory, in: R. Bäuerle/U. Egli/A. v. Stechow (eds.), Semantics from Different Points of View, Berlin/Heidelberg/New York 1979, 284–303; C.H. Kahn, Stoic Logic and Stoic Logos, Arch. Gesch. Philos. 51 (1969), 158–172; W. Kneale/M. Kneale, The Development of Logic, Oxford 1962, 1978; A.A. Long (ed.), Problems in Stoicism, London 1971; J. Łukasiewicz, Z historii logiki zdań, Przegl. filoz. 37 (1934), 417–437 (dt. Zur Geschichte der Aussagenlogik, Erkenntnis 5 [1935], 111–131); B. Mates, Stoic Logic, Berkeley/Los Angeles 1953, [2]1961 (repr. 1973); J. Mau, S. L.. Ihre Stellung gegenüber der Aristotelischen Syllogistik und dem modernen Aussagenkalkül, Hermes 85 (1957), 147–158; P. Pachet, La deixis selon Zénon et Chrysippe, Phronesis 20 (1975), 241–246; J.M. Rist (ed.), The Stoics, Berkeley/Los Angeles/London 1978; R.T. Schmidt, Die Grammatik der Stoiker. Einf., Übers. u. Bearb. v. K. Hülser. Mit einer kommentierten Bibliographie zur stoischen Sprachwissenschaft (Dialektik) v. U. Egli, Braunschweig/Wiesbaden 1979; H. Scholz, Geschichte der Logik, Berlin 1931, unter dem Titel: Abriß der Geschichte der Logik, Freiburg/München [2]1959; D. Sedley, Diodorus Cronus and Hellenistic Philosophy, Proc. Cambridge Philol. Soc. 203, NS 23 (1977), 74–120; G. Watson, The Stoic Theory of Knowledge, Belfast 1966; E. Żarnecka-Biały, Stoic Logic as Investigated by Jan Łukasiewicz, Reports on Philos. 3 (1979), 27–40; Les Stoïciens et leur Logique. Actes du colloque de Chantilly 18–22 septembre 1976, Paris 1978. K.H.H.

**Logik, strenge,** in der dialogischen Logik (↑Logik, dialogische) die Logik der streng wahren Aussagen. Eine Aussage ist *streng wahr,* wenn es für sie eine Gewinnstrategie in einem Dialogspiel gibt, in dem sowohl der Opponent als auch der Proponent die Argumente des Gegeners jeweils höchstens einmal angreifen darf. Die s. L. ist schwächer als die intuitionistische Logik (↑Logik, intuitionistische), jedoch verschieden vom ↑Minimalkalkül. – Von der s.n L. ist die von W. Ackermann diskutierte Logik der strengen Implikation zu unterscheiden, die heute unter dem Stichwort ›entailment‹ behandelt wird (↑Logik des ›Entailment‹). P.S.

**Logik, symbolische,** ↑Logik, formale.

**Logik, temporale,** Zweig der formalen Logik (↑Logik, formale), der Wahrheitswerte von ↑Propositionen in ihrer Abhängigkeit von Zeiten behandelt; hauptsächlich von A.N. Prior begründet. Als Spezialfall einer topologischen Logik (↑Logik, topologische) verwendet die t. L. Konzepte und Methoden, die zuerst für die ↑Modallogik entwickelt wurden. Erste Ansätze einer t.n L. finden sich in der Antike in der Diskussion der temporalisierten Modalitäten (z.B. der mellontischen ↑Modalität) bei den Megarikern, den Stoikern und bei Aristoteles, später bei Avicenna. Temporale Gesichtspunkte berücksichtigen auch die Spätscholastiker (z.B. J. Buridan, W. v. Ockham) in der Ampliationslehre (Ausdehnung der Supposition auf Vergangenheit und Zukunft sowie auf Möglichkeiten) und der Unterscheidung zwischen consequentia simplex und consequentia ut nunc (Auskünfte zur Vorgeschichte der t.n L. bei Prior [1957] und N. Rescher/A. Urquhart [1971]).

Die t. L., bei der manchmal zwischen einer Zeitlogik (›temporal/chronological logic‹) und einer Tempuslogik (›tense logic‹) unterschieden wird, behandelt temporalisierte Propositionen als propositionale Funktionen von Zeiten in Propositionen. Bei temporal definiten Aussagen ist dies eine konstante Funktion; solche Aussagen sind nicht abhängig von ihrer zeitlichen Position. Zu den temporal definiten Aussagen gehören

| | |
|---|---|
| atemporale: | 7 ist eine Primzahl |
| omnitemporale: | In Wellington regnet es immer |
| datierte: | Am 29.9.1981 scheint in Whangarei die Sonne |

Deswegen entwickelte sich die t. L. hauptsächlich als Tempuslogik, die sich mit temporal indefiniten Aussagen der Art

Konstanz *war* eine freie Reichsstadt
Gereon *wird* nach Pittsburgh fliegen

befaßt, sowie mit Hybriden, die trotz expliziter Datierung positionsabhängig sind:

*Am 25.9.1981 war* ich in Konstanz

Die *klassische* t. L. geht davon aus, daß diese propositionalen Funktionen einstelliger und nicht-partieller Natur sind. Eine Modellstruktur für die t. L. ist eine Menge $T$ von Zeitpunkten, zusammen mit einer Ordnungsrelation $R \subseteq TxT$ (›früher/später‹). Sei nun / / eine Auswertungsfunktion, die den Ausdrücken $A$ ihren Wahrheitswert $/A/_t$ für alle $t \in T$ zuweist. Dann lassen sich die Satzoperatoren $P$ (›es war der Fall, daß‹) und $F$ (›es wird der Fall sein, daß‹) der t.n L. deuten als

| | |
|---|---|
| $/PA/_t = \curlyvee$ | genau dann, wenn es ein $s \in T$ gibt, so daß $/A/_s = \curlyvee$ und $R(s, t)$ |
| $/FA/_t = \curlyvee$ | genau dann, wenn es ein $s \in T$ gibt, so daß $/A/_s = \curlyvee$ und $R(t, s)$. |

Weitere häufig benutzte Operatoren lassen sich daraus definieren als $GA \leftrightharpoons \neg F \neg A$; $HA \leftrightharpoons \neg P \neg A$. Omnitemporale Aussagen erfüllen $(HA \wedge A \wedge GA)$. In der Negation ist der Unterschied zwischen $\neg FA$

mehr die Aufgabe zu, Erkenntnisse in ihrem ›Umfang‹ und in ihren ›Grenzen‹ abzustecken, d.h. kritisch zu legitimieren, sondern lediglich die Rolle einer erläuternden Klärung eines selbstgewissen Wissens, das auch ohne diese Klärung Gewißheit, wenn auch nicht allgemeine Verständlichkeit beanspruchen könnte. Die t. L., die I. H. Fichte unter die ›Einleitungsvorlesungen‹ seines Vaters einordnet und unter dem Titel »Über das Verhältnis der Logik zur Philosophie der t.n L.« herausgegeben hat, soll demnach die Erfordernisse und Möglichkeiten der begrifflichen Explikation der ursprünglichen Anschauung darstellen.

Wenn auch – vor allem im Umkreis des ↑Neukantianismus – in lockerem Anschluß an Kant immer wieder von einer t.n L. geredet wird, so hat sich doch keine einheitliche Tradition entwickelt, die der t.n L. einen eindeutigen, begrifflich durchgearbeiteten Sinn geben würde. Im Rahmen seiner transzendentalen ↑Phänomenologie versucht E. Husserl (Formale und t. L. Versuch einer Kritik der logischen Vernunft, Halle 1929, ed. P. Janssen, Den Haag 1974, 1977 [Husserliana XVII]), die t. L. – zumindest programmatisch – wieder als Kernstück philosophischer Besinnung auszuarbeiten. Nach Husserl hat die t. L. die Aufgabe, als ›allgemeine Wissenschaftstheorie‹ (a.a.O., 182), als ›letzte Wissenschaftslehre‹, d.h. als »letzte, tiefste und universalste Prinzipien- und Normenlehre aller Wissenschaften« (a.a.O., 20), nicht nur die formale Logik, sondern die wissenschaftliche Gegenstands-, Begriffs-, Urteils- und Wissensbildung überhaupt in deren ›Zwecksinn‹ verständlich zu machen. Husserl wird dabei von dem Verständnis geleitet, daß sich in der – ›auf Vernunft angelegten‹ – theoretischen Tätigkeit, also der Wissensbildung, der »ins Unendliche fortarbeitenden Forschergemeinschaft« (a.a.O., 36) bestimmte ›theoretische Gebilde‹ – Husserl denkt dabei zunächst an Urteils- und Schlußformen – immer wieder ergeben, der wiederholenden Betrachtung ›standhalten‹ und als solche ›standhaltenden Gegenstände‹ die Beispiele für logische Begriffe oder, wie Husserl formuliert, »exemplarisch Substrate für ›Ideationen‹« werden (a.a.O., 44f.). Die t. L. soll diese Herausbildung sich identisch durchhaltender ›Gegenstände‹, nämlich bestimmter Bewußtseins- und Sprachformen, kritisch wiederholen: als erforderlich für die Wissensbildung überhaupt und damit in ihrem theoretischen ›Zwecksinn‹ rechtfertigen und ihrem vernünftigen, insbesondere ihrem widerspruchsfreien, Zusammenhang überschaubar machen. Diese ›kritische Wiederholung‹, von Husserl als ›schöpferische Konstitution‹ (a.a.O., 188) verstanden, soll im begrifflichen und argumentativen Rahmen der transzendentalen Phänomenologie vollzogen werden und damit insbesondere – im Unterschied zur formalen Logik – weniger Sprachformen als Bewußtseinsformen analysieren. Gegenwärtige Versuche nehmen – vor allem durch ihre methodischen Mittel durchaus divergierend – Motive Kants, Fichtes und Husserls auf, um die Bedingungen der Möglichkeit von Wissensbildung überhaupt darzustellen (H. Krings, P. Rohs).

*Literatur:* R. Bittner, transzendental, Hb. ph. Grundbegriffe III (1974), 1524–1539; W. Bröcker, Formale, t. und spekulative Logik, Frankfurt 1962; H. Krings, T. L., München 1964; ders., L., t., Hist. Wb. Ph. V (1980), 462–482; W. Marx, T. L. als Wissenschaftstheorie. Systematisch-kritische Untersuchung zur philosophischen Grundlegungsproblematik in Cohens »Logik der reinen Erkenntnis«, Frankfurt 1977; P. Rohs, T. L., Meisenheim 1976; weitere Literatur: ↑transzendental, ↑Transzendentalphilosophie. O.S.

**Logik, zweiwertige** (engl. two-valued logic), Charakterisierung solcher Logiken, die vom ↑Zweiwertigkeitsprinzip ausgehen, d.h. davon, daß jede Aussage entweder wahr oder falsch ist. Dies wird meist als das zentrale Kennzeichen der klassischen Logik (↑Logik, klassische) angesehen. Oft versteht man die z. L. im Unterschied zur mehrwertigen Logik (↑Logik, mehrwertige), nach der eine Aussage einen von mehr als zwei Wahrheitswerten annehmen kann, oder zu anderen nicht-klassischen Logiken (↑Logik, nicht-klassische). Das Zweiwertigkeitsprinzip war in der traditionellen Logik (↑Logik, traditionelle) gelegentlich Diskussionsgegenstand, vor allem im Zusammenhang mit dem Problem der ↑Futurabilien. P.S.

**Logik der Forschung,** Bezeichnung für die von K. R. Popper 1934 begründete Methodologie empirischer Wissenschaften. In dieser falsifikationistischen Methodologie (↑Falsifikation, ↑Fallibilismus), die an das ältere Verfahren des ↑trial and error anschließt, tritt wegen der von Popper gegen den Logischen Empirismus (↑Empirismus, logischer) geltend gemachten Asymmetrie von Verifikation und Falsifikation der Begriff der ↑Bewährung an die Stelle des Begriffs der ↑Begründung. ↑Basissätze, die dieser Konzeption nach als Prämissen einer empirischen Falsifikation auftreten, werden im Sinne einer sich bewährenden falsifizierenden Hypothese gedeutet. Der Grad der Bewährung einer Theorie (↑Bestätigung, ↑Bestätigungsfunktion) hängt dabei wieder vom Grad ihrer eigenen Prüfbarkeit, ausgedrückt durch den Begriff der

Falsifizierbarkeit, ab. Das damit eine L. d. F. charakterisierende *Prinzip der kritischen Prüfung* (↑Prüfung, kritische), dessen Anwendungsbereich Theorien in ihrem ›Begründungszusammenhang‹, nicht in ihrem ›Entdeckungszusammenhang‹ sind (↑Entdeckungszusammenhang/Begründungszusammenhang), erfordert der Popperschen Konzeption entsprechend zur Selektion ›erfolgreicher‹ Theorien einen ↑Theorienpluralismus (↑Proliferationsprinzip), der (gegen Popper) später um einen Methodenpluralismus (↑Anarchismus, erkenntnistheoretischer, ↑Wissenschaftsgeschichte) erweitert wurde.

Obgleich Popper seine L. d. F. (gegen die Wissenschaftstheorie H. Dinglers) als antikonventionalistisch versteht, weist diese (a) mit ihrem Anfang bei kompletten Theorien, (b) mit der Wahl der Basissätze durch Festsetzung und (c) mit der Deutung wissenschaftlicher Rationalitätsnormen als Regeln im ›Spiel Wissenschaft‹ konventionelle Elemente auf (↑Konventionalismus). Das Falsifikationsprinzip, ursprünglich im wissenschaftstheoretischen Sinne gegen die ↑Immunisierung von Theorien gegenüber der (experimentellen) Erfahrung gerichtet, tritt als ↑Abgrenzungskriterium an die Stelle des als ↑Verifikationsprinzip dienenden empiristischen Sinnkriteriums (↑Sinnkriterium, empiristisches) im Logischen Empirismus. – In seinen späteren Arbeiten versucht Popper die Theoriebildung als einen evolutionären Prozeß der Wissenserweiterung in Problemlösungszusammenhängen zu beschreiben, dessen Elemente schöpferische Vermutung und rationale Irrtumseliminierung sind: $P_1 \rightarrow TT \rightarrow IE \rightarrow P_2$ ($P_1$ Ausgangsproblem, $TT$ tentative Theorie, $IE$ Irrtumseliminierung, $P_2$ neue Problemstellung). Dieser Prozeß soll nach Popper auf der Voraussetzung einer ›dritten Welt der objektiven Gedankeninhalte‹ (↑Dritte Welt), neben der ›ersten Welt‹ physischer Objekte und der ›zweiten Welt‹ geistig-seelischer Zustände, beruhen.

*Literatur:* K. R. Popper, Logik der Forschung, Wien 1935, Tübingen 1966, [7]1982 (engl. The Logic of Scientific Discovery, London 1959, rev. 1968, 1980); ders., Conjectures and Refutations. The Growth of Scientific Knowledge, London 1963, [4]1972; ders., Objective Knowledge. An Evolutionary Approach, Oxford 1972, 1973 (dt. Objektive Erkenntnis. Ein evolutionärer Entwurf, Hamburg 1973, [2]1974). – H. Albert, Traktat über kritische Vernunft, Tübingen 1968, [3]1975 (um ein Nachwort »Der Kritizismus und seine Kritiker« erweitert), [4]1980; W. Diederich, L. d. F., Hb. wiss.theoret. Begr. II (1980), 388–389; H. Keuth, Realität und Wahrheit. Zur Kritik des Kritischen Rationalismus, Tübingen 1978; I. Lakatos/A. Musgrave (eds.), Criticism and the Growth of Knowledge. Proceedings of the International Colloquium in the Philosophy of Science, London 1965, vol. 4, Cambridge 1970 (dt. Kritik und Erkenntnisfortschritt. Abhandlungen des Internationalen Kolloquiums über die Philosophie der Wissenschaft, London 1965, Band 4, Braunschweig 1974); H. Oetjens, Sprache, Logik, Wirklichkeit. Der Zusammenhang von Theorie und Erfahrung in K. R. Poppers ›L. d. F.‹, Stuttgart-Bad Cannstatt 1975; L. Schäfer, Erfahrung und Konvention. Zum Theoriebegriff der empirischen Wissenschaften, Stuttgart-Bad Cannstatt 1974, 57–105; H. F. Spinner, Pluralismus als Erkenntnismodell, Frankfurt 1974; A. Wellmer, Methodologie als Erkenntnistheorie. Zur Wissenschaftslehre Karl R. Poppers, Frankfurt 1967; weitere Literatur ↑Falsifikation. J. M.

**Logik der Frage,** ↑Interrogativlogik.

**Logik der Imperative,** ↑Imperativlogik.

**Logik des ›Entailment‹**, Theorie der vor allem in neuester Zeit entwickelten Systeme intensionaler Logik (↑Logik, intensionale), in denen es darum geht, den ›natürlichen‹ Sinn des ›wenn ... dann ...‹ bzw. des ›... impliziert ...‹ zu explizieren, und zwar in zwei Hinsichten: *Erstens* soll der in der Behauptung einer Subjunktion in der Umgangs- oder (z.B. mathematischen) Wissenschaftssprache enthaltenen inhaltlichen Verknüpfung von Vorder- und Nachsatz Rechnung getragen werden: $A \rightarrow B$ soll nur behauptet werden dürfen, wenn $A$ Information enthält, die für die Behauptung von $B$ *relevant* ist. Das Entsprechende gilt für eine ↑Implikation. Dieser erste Aspekt wird in der ↑Relevanzlogik untersucht. *Zweitens* soll Subjunktion bzw. Implikation ein Notwendigkeitsaspekt zukommen; eine Aussage $A \rightarrow B$ soll nur wahr sein, wenn $B$ sich *notwendigerweise* (›zwingend‹) aus $A$ ergibt. So soll insbesondere $A \rightarrow B$ nicht wahr sein, wenn $A$ eine ↑notwendige, $B$ jedoch nur eine ↑kontingente Wahrheit ist. Dieser zweite Aspekt wird in Theorien der strikten Implikation (↑Implikation, strikte) bzw. Teilsystemen der ↑Modallogik untersucht. In beiden Fällen soll den ↑Paradoxien der Implikation, wie sie in der üblichen extensionalen Logik (↑Logik, extensionale) auftreten, aus dem Wege gegangen werden, in der z.B. $(A \wedge \neg A) \rightarrow B$ für beliebiges $B$ wahr ist, obwohl $B$ mit $A \wedge \neg A$ ›nichts zu tun hat‹, d.h. die logisch falsche Aussage $A \wedge \neg A$ für $B$ nicht relevant ist, oder in der $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ (seit G. Frege ein Axiom für die Subjunktion in den meisten logischen Systemen vom Hilberttyp) für beliebige $A$, $B$ wahr ist, obwohl bei kontingent wahrem $A$ und notwendigerweise wahrem $B$ zwar $A$ wahr, $B \rightarrow A$ jedoch im Sinne der strikten Deutung von $\rightarrow$ nicht wahr ist.

Der Begriff ›entails‹ als logischer Terminus wurde 1919 von G.E. Moore als Bezeichnung der zu

›folgt aus‹ ↑konversen Relation eingeführt. Ausgangspunkt der neueren Forschung sind W. Ackermanns Untersuchungen zur »Begründung einer strengen Implikation« (1956). Inzwischen sind verschiedene Systeme beschrieben worden, den intuitiven Begriff des ›entailment‹, der sich zu Recht auf einen großen Teil der traditionellen Diskussion vor Frege um ›hypothetische Urteile‹ und den Folgerungsbegriff beruft, zu präzisieren. Das Werk von A.R. Anderson und N.D. Belnap über »Entailment« (1975) faßt die bis dahin erreichten Vorschläge und Resultate in systematischer Weise zusammen und entwickelt einen eigenen junktorenlogischen Kalkül $E$, in dem das Zeichen $\rightarrow$ als entailment-Operator aufgefaßt wird. Der nur $\rightarrow$ betreffende Teil von $E$ kann z.B. mit den Anfängen

$$A \rightarrow A$$
$$(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$$
$$(A \rightarrow B) \rightarrow (((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow C)$$
$$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

und dem modus ponens ($A, A \rightarrow B \Rightarrow B$) als Grundregel axiomatisiert werden. Dieser Teil von $E$ stimmt mit dem positiv-implikationslogischen Teil des Systems der strengen Implikation von Ackermann überein. Neben Formeln der intuitionistischen Logik (↑Logik, intuitionistische) wie $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ sind auch bestimmte Formeln, die die klassische Logik (↑Logik, klassische) auszeichnen, nicht ableitbar, z.B. die ↑Peircesche Formel $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$.

Trotz des maßgeblichen Werkes von Anderson/Belnap ist über grundlegende Punkte bis heute keine Einigkeit erzielt, unter anderem hinsichtlich folgender Fragen: (1) Ist ›entailment‹ primär eine metasprachlich formulierte *Beziehung* zwischen Aussagen (›$A_1, \ldots, A_n$ entails $A$‹) oder ein objektsprachlicher *Junktor* (der damit iterierbar ist)? (2) Wenn man ›entailment‹ im ersteren Sinne versteht, wie verhält sich die zu definierende Gültigkeit einer entailment-Beziehung zur klassisch-logischen oder intuitionistisch-logischen Implikationsbeziehung? Anderson/Belnap benutzen in ihrer Definiton der Gültigkeit eines entailment, als metasprachliche Relation aufgefaßt (sie sprechen von ›first degree entailment‹), nur klassisch-logisch gültige Umformungsprinzipien. Andere Autoren (z.B. N. Tennant 1979) fassen entailment als Einschränkung der Deduzierbarkeitsrelation auf, die sowohl auf die klassische als auch auf die intuitionistische Logik angewendet werden kann. (3) Ist entailment ↑transitiv? Für Anderson/Belnap ist das eindeutig zu bejahen (»Any criterion according to which entailment is not transitive, is *ipso facto* wrong«, a.a.O., 154). Diese uneingeschränkte Transitivitätsforderung kann jedoch nur unter Aufgabe der Gültigkeit des disjunktiven Syllogismus ($A, \neg A \vee B \Rightarrow B$) (↑Syllogismus, disjunktiver, in der Tradition auch ↑Hunde-Syllogismus) aufrechterhalten werden (der in $E$ nicht mehr ableitbar, wenn auch ↑zulässig ist) – ein Preis, den manche Logiker nicht für angemessen halten. – Die Diskussionssituation spiegelt sich in einer Vielfalt von für das ›entailment‹ vorgeschlagenen formallogischen Explikationen wider.

*Literatur:* W. Ackermann, Begründung einer strengen Implikation, J. Symb. Log. 21 (1956), 113–128; A.R. Anderson/N.D. Belnap, Jr., Tautological Entailments, Philos. Stud. 13 (1962), 9–24; dies., The Pure Calculus of Entailment, J. Symb. Log. 27 (1962), 19–52; dies., Entailment, in: G. Iseminger (ed.), Logic and Philosophy. Selected Readings, New York 1968, 76–110 (überarbeitete u. gekürzte Fassung der beiden Abhandlungen von 1962); dies. (mit Beiträgen von J.M. Dunn, R.K. Meyer u.a.), Entailment. The Logic of Relevance and Necessity, I, Princeton/London 1975; J.F. Bennett, Entailment, Philos. Rev. 78 (1969), 197–236; P.T. Geach/C. Lewy/J. Watling, Symposium: ›Entailment‹, Proc. Arist. Soc. Suppl. 32 (1958), 123–172; D. Hilbert/W. Ackermann, Grundzüge der theoretischen Logik, Berlin/Göttingen/Heidelberg [4]1959, Berlin/Heidelberg/New York [6]1972, 36–40 (§ 11: Der Begriff einer strengen Implikation); N. Lapara, Semantics for a Natural Notion of Entailment, Philos. Stud. 29 (1976), 91–113; R.K. Meyer, Entailment, J. Philos. 68 (1971), 808–818; ders., Intuitionism, Entailment, Negation, in: H. Leblanc (ed.), Truth, Syntax and Modality. Proceedings of the Temple University Conference on Alternative Semantics, Amsterdam/London 1973, 168–198; G.E. Moore, External and Internal Relations, Proc. Arist. Soc. N.S. 20 (1919/1920), 40–62, Nachdr. in: ders., Philosophical Studies, London 1922 (repr. Totowa, N.J. 1965), 276–309; G. Priest, Sense, Entailment and Modus Ponens, J. Philos. Log. 9 (1980), 415–435; R. Routley/R.K. Meyer, The Semantics of Entailment I, in: H. Leblanc (ed.), Truth, Syntax and Modality [s.o.], 199–243; ders., The Semantics of Entailment II, J. Philos. Log. 1 (1972), 53–73; ders., The Semantics of Entailment III, J. Philos. Log. 1 (1972), 192–208; T.J. Smiley, Entailment and Deducibility, Proc. Arist. Soc. N.S. 59 (1959), 233–254; N. Tennant, Entailment and Proofs, Proc. Arist. Soc. N.S. 79 (1978/1979), 167–189; ders., A Proof-Theoretic Approach to Entailment, J. Philos. Log. 9 (1980), 185–209; G.H. v. Wright, The Concept of Entailment, in: ders., Logical Studies, London 1957, 166–191. P.S.

**Logik des Scheins,** nach I. Kant derjenige Gebrauch der »allgemeine[n] Logik, die bloß ein *Kanon* zur Beurteilung ist, gleichsam wie ein *Organon* zur wirklichen Hervorbringung wenigstens zum Blendwerk von objektiven Behauptungen« (KrV B 85). Solchen Gebrauch nennt Kant auch ›dialektisch‹ (KrV B 349). Die systematische Kritik des ›dialektischen Scheins‹, sofern sie zur

›folgt aus‹ ↑konversen Relation eingeführt. Ausgangspunkt der neueren Forschung sind W. Ackermanns Untersuchungen zur »Begründung einer strengen Implikation« (1956). Inzwischen sind verschiedene Systeme beschrieben worden, den intuitiven Begriff des ›entailment‹, der sich zu Recht auf einen großen Teil der traditionellen Diskussion vor Frege um ›hypothetische Urteile‹ und den Folgerungsbegriff beruft, zu präzisieren. Das Werk von A.R. Anderson und N.D. Belnap über »Entailment« (1975) faßt die bis dahin erreichten Vorschläge und Resultate in systematischer Weise zusammen und entwickelt einen eigenen junktorenlogischen Kalkül $E$, in dem das Zeichen $\rightarrow$ als entailment-Operator aufgefaßt wird. Der nur $\rightarrow$ betreffende Teil von $E$ kann z.B. mit den Anfängen

$$A \rightarrow A$$
$$(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$$
$$(A \rightarrow B) \rightarrow (((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow C)$$
$$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

und dem modus ponens ($A, A \rightarrow B \Rightarrow B$) als Grundregel axiomatisiert werden. Dieser Teil von $E$ stimmt mit dem positiv-implikationslogischen Teil des Systems der strengen Implikation von Ackermann überein. Neben Formeln der intuitionistischen Logik (↑Logik, intuitionistische) wie $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ sind auch bestimmte Formeln, die die klassische Logik (↑Logik, klassische) auszeichnen, nicht ableitbar, z.B. die ↑Peircesche Formel $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$.

Trotz des maßgeblichen Werkes von Anderson/Belnap ist über grundlegende Punkte bis heute keine Einigkeit erzielt, unter anderem hinsichtlich folgender Fragen: (1) Ist ›entailment‹ primär eine metasprachlich formulierte *Beziehung* zwischen Aussagen (›$A_1, \ldots, A_n$ entails $A$‹) oder ein objektsprachlicher *Junktor* (der damit iterierbar ist)? (2) Wenn man ›entailment‹ im ersteren Sinne versteht, wie verhält sich die zu definierende Gültigkeit einer entailment-Beziehung zur klassisch-logischen oder intuitionistisch-logischen Implikationsbeziehung? Anderson/Belnap benutzen in ihrer Definiton der Gültigkeit eines entailment, als metasprachliche Relation aufgefaßt (sie sprechen von ›first degree entailment‹), nur klassisch-logisch gültige Umformungsprinzipien. Andere Autoren (z.B. N. Tennant 1979) fassen entailment als Einschränkung der Deduzierbarkeitsrelation auf, die sowohl auf die klassische als auch auf die intuitionistische Logik angewendet werden kann. (3) Ist entailment ↑transitiv? Für Anderson/Belnap ist das eindeutig zu bejahen (»Any criterion according to which entailment is not transitive, is *ipso facto* wrong«, a.a.O., 154). Diese uneingeschränkte Transitivitätsforderung kann jedoch nur unter Aufgabe der Gültigkeit des disjunktiven Syllogismus ($A, \neg A \vee B \Rightarrow B$) (↑Syllogismus, disjunktiver, in der Tradition auch ↑Hunde-Syllogismus) aufrechterhalten werden (der in $E$ nicht mehr ableitbar, wenn auch ↑zulässig ist) – ein Preis, den manche Logiker nicht für angemessen halten. – Die Diskussionssituation spiegelt sich in einer Vielfalt von für das ›entailment‹ vorgeschlagenen formallogischen Explikationen wider.

*Literatur:* W. Ackermann, Begründung einer strengen Implikation, J. Symb. Log. 21 (1956), 113–128; A.R. Anderson/N.D. Belnap, Jr., Tautological Entailments, Philos. Stud. 13 (1962), 9–24; dies., The Pure Calculus of Entailment, J. Symb. Log. 27 (1962), 19–52; dies., Entailment, in: G. Iseminger (ed.), Logic and Philosophy. Selected Readings, New York 1968, 76–110 (überarbeitete u. gekürzte Fassung der beiden Abhandlungen von 1962); dies. (mit Beiträgen von J.M. Dunn, R.K. Meyer u.a.), Entailment. The Logic of Relevance and Necessity, I, Princeton/London 1975; J.F. Bennett, Entailment, Philos. Rev. 78 (1969), 197–236; P.T. Geach/C. Lewy/J. Watling, Symposium: ›Entailment‹, Proc. Arist. Soc. Suppl. 32 (1958), 123–172; D. Hilbert/W. Ackermann, Grundzüge der theoretischen Logik, Berlin/Göttingen/Heidelberg [4]1959, Berlin/Heidelberg/New York [6]1972, 36–40 (§ 11: Der Begriff einer strengen Implikation); N. Lapara, Semantics for a Natural Notion of Entailment, Philos. Stud. 29 (1976), 91–113; R.K. Meyer, Entailment, J. Philos. 68 (1971), 808–818; ders., Intuitionism, Entailment, Negation, in: H. Leblanc (ed.), Truth, Syntax and Modality. Proceedings of the Temple University Conference on Alternative Semantics, Amsterdam/London 1973, 168–198; G.E. Moore, External and Internal Relations, Proc. Arist. Soc. N.S. 20 (1919/1920), 40–62, Nachdr. in: ders., Philosophical Studies, London 1922 (repr. Totowa, N.J. 1965), 276–309; G. Priest, Sense, Entailment and Modus Ponens, J. Philos. Log. 9 (1980), 415–435; R. Routley/R.K. Meyer, The Semantics of Entailment I, in: H. Leblanc (ed.), Truth, Syntax and Modality [s.o.], 199–243; ders., The Semantics of Entailment II, J. Philos. Log. 1 (1972), 53–73; ders., The Semantics of Entailment III, J. Philos. Log. 1 (1972), 192–208; T.J. Smiley, Entailment and Deducibility, Proc. Arist. Soc. N.S. 59 (1959), 233–254; N. Tennant, Entailment and Proofs, Proc. Arist. Soc. N.S. 79 (1978/1979), 167–189; ders., A Proof-Theoretic Approach to Entailment, J. Philos. Log. 9 (1980), 185–209; G.H. v. Wright, The Concept of Entailment, in: ders., Logical Studies, London 1957, 166–191. P.S.

**Logik des Scheins,** nach I. Kant derjenige Gebrauch der »allgemeine[n] Logik, die bloß ein *Kanon* zur Beurteilung ist, gleichsam wie ein *Organon* zur wirklichen Hervorbringung wenigstens zum Blendwerk von objektiven Behauptungen« (KrV B 85). Solchen Gebrauch nennt Kant auch ›dialektisch‹ (KrV B 349). Die systematische Kritik des ›dialektischen Scheins‹, sofern sie zur *transzendentalen* Logik (↑Logik, transzendentale) gehört, findet sich in der ›transzendentalen Dialektik‹ der »Kritik der reinen Vernunft« (↑Dialektik, transzendentale). Hier werden die Widersprüche untersucht, in die sich die Vernunft verwickelt, wenn sie meint, nicht auf (zumindest mögliche) Anschauung bezogene Erkenntnisse gewinnen zu können. Die Analyse der Ursachen dieser Widersprüche zeigt dabei nach Kant die subjektive Unvermeidlichkeit dieses ›Scheins‹ auf, auch wenn er objektiv auf fehlerhaften Annahmen beruht (↑Schein). P.S.

**Logikkalkül,** ein Verfahren, die logischen Folgerungen, wie sie von der formalen Logik (↑Logik, formale) untersucht werden, auf rein formale Weise, ohne Rückgriff auf die Bedeutung der auftretenden sprachlichen Ausdrücke, also syntaktisch und nicht semantisch, durch schematische Regeln aus besonders einfachen logischen Folgerungen der Reihe nach herzustellen. Derartige L.e sind erstmals im Zuge der Entwicklung der Logik der Antike von der Stoa aufgestellt worden (↑Logik, stoische). Vermutlich gelang zu diesem Zeitpunkt bereits eine vollständige ↑Kalkülisierung der klassischen ↑Junktorenlogik durch Herstellung der unter den gültigen ↑Implikationen (*λόγοι συνακτικοί* bzw. *περαντικοί*) als ›unbewiesen‹ ausgezeichneten logischen Implikationen (*λόγοι ἀναπόδεικτοί*) aus fünf Grundimplikationen mit Hilfe von vier Grundregeln (*θέματα*). Weitgehend unabhängig von dieser Tradition, jedoch die axiomatische Methode (↑Methode, axiomatische) in der Geometrie Euklids (↑Euklidische Geometrie) vor Augen, ist in der beginnenden Neuzeit, teilweise unter Rückgriff auf mittelalterliche kabbalistische Traditionen (↑Kabbala), insbesondere auf die ↑ars magna von R. Lullus, der Versuch unternommen worden, die Regeln des *Denkens* – nicht beschränkt auf das formale Schließen – durch die Regeln eines ↑Kalküls sprachlicher Ausdrücke darzustellen, um die Sicherheit des bloß formalen Rechnens der Arithmetik auf das Argumentieren auszudehnen. Als Programm findet sich diese Überlegung in einem Brief von R. Descartes an M. Mersenne (1629), den G.W. Leibniz unter anderem mit der berühmten Erklärung »Car alors raisonner et calculer sera la même chose« (C. 28) kommentiert hat, im Einklang mit seiner Idee »Calculus vel operatio consistit in relationum productione facta per transmutationes formularum, secundum leges quasdam praescriptas factas« (ein Kalkül oder eine Operation besteht in der Herstellung von Beziehungen durch Umwandlung von Formeln entsprechend gewissen vorgeschriebenen Gesetzen, Philos. Schr. VII, 206). Ähnlich die Erklärungen von T. Hobbes, unter anderem in dem mit ›Computatio sive Logica‹ überschriebenen ersten Teil von »De corpore« (Per ratiocinationem [...] intelligo computationem«, De corpore I 1 § 2, Opera philosophica I, 3). Aber erst ↑Leibniz gelingt, an einen Begriffskalkül von J. Jungius anschließend, die explizite Aufstellung eines L.s durch Kalkülisierung der zu seiner Zeit allein überlieferten Logik, der ↑Syllogistik. Ein solcher L. (↑calculus universalis) ist dabei als Teil einer umfassenden ›lingua philosophica‹ oder ›characteristica universalis‹ konzipiert (↑Leibnizprogramm, ↑Leibnizsche Charakteristik).

Unter den verschiedenen Ansätzen Leibnizens, die von L. Couturat in drei Etappen, zeitlich um die Jahre 1679, 1686 und 1690 konzentriert, gegliedert worden sind, findet sich bereits während der ersten Etappe ein *algebraischer Kalkül* für Gleichheit und Enthaltensein zwischen Begriffen, wobei für diese die Operationen der Komplementbildung und der Konjunktion verwendet werden. Zu den Grundzeichen gehören Prädikatsymbole $a, b, c, \ldots$ (termini), ein Operationszeichen $^{-}$ (non) und vier Relationszeichen $\subset$, $\not\subset$, $=$, $\neq$ (est, non est, sunt idem bzw. eadem sunt, diversa sunt) sowie, hier noch ohne Symbolisierung, die logischen Partikeln (z.B. si... tunc, et, neque... neque, omne). ↑*Terme* werden dann nach den folgenden Termbildungsregeln, mit Prädikatsymbolen beginnend, erzeugt:

$$t \Rightarrow \bar{t}$$
$$s;\, t \Rightarrow st.$$

↑*Primformeln* erhält man aus Termen $s$ und $t$ durch: $s \subset t$, $s \not\subset t$, $s = t$, $s \neq t$. ↑*Formeln* werden aus Primfomeln durch logische Zusammensetzung mit Hilfe der logischen Partikeln (↑Partikel, logische) aufgebaut. Gewisse Formeln – das wird von Leibniz nicht ein für allemal entschieden, vielmehr in den verschiedenen Entwürfen auch verschieden vorgenommen – dürfen als *Axiome* (propositiones per se verae) oder als *Hypothesen* (propositiones positae) die Anfänge für Ableitungen im Kalkül nach den Kalkülregeln (principia calculi) bilden. Die ableitbaren Figuren, d.s. stets Formeln, heißen die ›*Thesen*‹ (propositiones verae). Bemerkenswerterweise zählt Leibniz zu den Kalkülregeln neben dem syntaktisch allerdings nicht mehr ausformulierten *Prinzip der logischen Implikation* (»propositio vera est, quae ex positis et per se veris per consequentias oritur« [ein Satz ist wahr, wenn er durch ten Anthropologie ausgehend, vertritt L. die Notwendigkeit einer Destruktion der neuzeitlichen, der christlichen Theologie verhafteten Metaphysik. Für ihn sind sowohl die Profanierung der Natur in Naturwissenschaft und Technik als auch die ›Veräußerlichung‹ (seit K. Marx) bzw. ›Verinnerlichung‹ (in der Existenzphilosophie seit S. Kierkegaard, ↑Innerlichkeit) der ›Sinnfrage‹ menschlichen Daseins Spätfolgen des Christentums und seiner Trennung von ›Welt‹ und ›Seele‹. »Von Hegel zu Nietzsche« (1941) untersucht, wie in der Depotenzierung der Philosophie des absoluten Geistes (↑Geist, absoluter) in der Zeit nach G. W. F. Hegel ein ›Umschlag der Philosophie der geschichtlichen Zeit in das Verlangen nach Ewigkeit‹ angelegt ist, der sich als ›revolutionärer Bruch‹ für das gesamte abendländische Denken in F. Nietzsches ›Philosophie der ewigen Wiederkehr‹ (↑Wiederkehr des Gleichen) ereignet. »Meaning in History« (1949, dt. Weltgeschichte und Heilsgeschehen, 1953) enthüllt die theologischen Implikationen aller ↑Geschichtsphilosophie. L. wendet sich hier nicht nur gegen das lineare Fortschrittsdenken (↑Fortschritt), sondern gegen jede Form einer universalgeschichtlichen ↑Eschatologie. Er proklamiert das ›Ende des historischen Denkens‹; dies freilich selbst in einer Art Geschichtsphilosophie, insofern er die Entstehung des universalhistorischen Denkens darlegt, um die Notwendigkeit seines Verschwindens zu begründen. Dabei besteht L.s hermeneutische Methode darin, sein Material durch geeignete Anordnung zum Sprechen zu bringen, ohne es von einer vorgegebenen Position her zu ›interpretieren‹. Diese Art der Untersuchung wird auch in L.s Spätphilosophie beibehalten, der es um den Rückgang vom ›anthropotheologischen‹ zum ›natürlichen‹ Weltbegriff geht, d.h. um eine Restitution der antiken Erfahrung des ↑Kosmos und seiner ›Ordnung‹. In der Einheit und Ganzheit der anfang- und endlosen Natur zeigt sich der eine ↑›Logos‹, dessen Anerkennung und Verehrung nach L. ›Erlösung‹ zur ›Ewigkeit‹ bedeutet. Der starke Einfluß Nietzsches auf den späten L. ist unverkennbar: Einzig Heraklit, J.W. v. Goethe und Nietzsche begegnen sich nach L. ›im ursprünglichen Anblick der Welt‹.

*Werke:* Sämtliche Schriften, ed. K. Stichweh/M.B. de Launay, Stuttgart 1981ff.. – Das Individuum in der Rolle des Mitmenschen. Ein Beitrag zur anthropologischen Grundlegung der ethischen Probleme, München 1928, $^{2}$1969; Kierkegaard und Nietzsche oder philosophische und theologische Überwindung des Nihilismus, Frankfurt 1933; Nietzsches Philosophie der ewigen Wiederkunft des Gleichen, Berlin 1935, unter dem Titel: Nietzsches Philosophie der ewigen Wiederkehr des Gleichen, Stuttgart $^{2}$1956, Hamburg $^{3}$1978; Jacob Burckhardt. Der Mensch inmitten der Geschichte, Luzern 1936, Stuttgart $^{2}$1966; Von Hegel bis Nietzsche, Zürich/New York 1941, rev. unter dem Titel: Von Hegel zu Nietzsche. Der revolutionäre Bruch im Denken des neunzehnten Jahrhunderts. Marx und Kierkegaard, Zürich/Wien $^{2}$1950, Hamburg $^{7}$1978 (mit Bibliographie, 465–495) (engl. From Hegel to Nietzsche. The Revolution in Nineteenth-Century Thought, New York 1964, $^{3}$1967); Meaning in History. The Theological Implications of the Philosophy of History, Chicago/London 1949, $^{10}$1970 (dt. Weltgeschichte und Heilsgeschehen. Die theologischen Voraussetzungen der Geschichtsphilosophie, Stuttgart 1953, $^{7}$1979); Heidegger, Denker in dürftiger Zeit, Frankfurt 1953, Göttingen $^{3}$1965; Wissen, Glaube und Skepsis, Göttingen 1956, $^{3}$1962; Gesammelte Abhandlungen. Zur Kritik der geschichtlichen Existenz, Stuttgart 1960, $^{2}$1969; Dio, uomo e mondo da Cartesio a Nietzsche, Neapel 1966 (dt. Gott, Mensch und Welt in der Metaphysik von Descartes bis zu Nietzsche, Göttingen 1967); Vorträge und Abhandlungen. Zur Kritik der christlichen Überlieferung, Stuttgart 1966; Paul Valéry. Grundzüge seines philosophischen Denkens, Göttingen 1971; Aufsätze und Vorträge 1930–1970, Stuttgart 1971.

*Literatur:* R. de Amorim Almeida, Natur und Geschichte. Zur Frage nach der ursprünglichen Dimension abendländischen Denkens vor dem Hintergrund der Auseinandersetzung zwischen Martin Heidegger und K. L., Meisenheim 1976; W. Anz, Rationalität und Humanität. Zur Philosophie von K. L., Theol. Rdsch. 36 (1971), 62–84; R. Boehm, K. L. und das Problem der Geschichtsphilosophie, Z. philos. Forsch. 10 (1956), 94–109; H. Braun/M. Riedel (eds.), Natur und Geschichte. K. L. zum 70. Geburtstag, Stuttgart 1967 (mit Bibliographie); A. Caracciolo, K. L., Neapel 1974; J. Habermas, K. L.s stoischer Rückzug vom historischen Bewußtsein, Merkur 17 (1963), 576–590, Nachdr. in: ders., Philosophisch-politische Profile, Frankfurt 1971, 116–140; J.-L. Leuba, La philosophie hégélienne de l'histoire selon K. L., in: L. Rumpf u.a. (eds.), Hegel et la théologie contemporaine. L'absolu dans l'histoire?, Neuchâtel/Paris 1977, 148–161; A.H. Meyer, Die Frage des Menschen nach Gott und Welt inmitten seiner Geschichte im Werke K. L.s, Würzburg 1977; M. Riedel, K. L.s philosophischer Weg, Heidelberger Jahrbücher 14 (1970), 120–133; B.P. Riesterer, K. L.s View of History: A Critical Appraisal of Historicism, Den Haag 1969; H.-M. Sass, Urbanität und Skepsis: K. L.s kritische Theorie, Philos. Rdsch. 21 (1975), 1–23. A.V./R.W.

**L-Semantik,** in der Semantik R. Carnaps (Introduction to Semantics, 1942) die Theorie der *L-Begriffe*. Ein L-Begriff liegt dann vor, wenn seine Anwendung nur von logischen, nicht von faktischen Gründen abhängt. So kann man zu jedem semantischen Grundbegriff (z.B. ›ist wahr‹, ›impliziert‹) den korrespondierenden L-Begriff bilden (›ist logisch wahr (L-wahr)‹, ›impliziert logisch (L-impliziert)‹). Um diese intuitive Charakterisierung von L-Begriffen zu präzisieren, gibt Carnap eine Reihe von Postulaten für die L-Begriffe ›L-wahr‹, ›L-falsch‹, ›L-impliziert‹, ›L-äquivalent‹, ›L-disjunkt‹ an, deren Geltung eine notwendige (aber nicht hin-reichende) Adäquatheitsbedingung für jede Definition dieser L-Begriffe sein soll. Dazu gehört z.B., daß jeder dieser L-Begriffe stärker als der zugehörige Ausgangsbegriff ist (daß also jede L-wahre Aussage auch wahr ist, je zwei L-disjunkte Aussagen auch disjunkt sind usw.) oder daß die L-Implikation reflexiv sowie transitiv ist und L-wahre in L-wahre Aussagen überführt. Aus dieser Axiomatisierung der L-Begriffe lassen sich weitere Eigenschaften dieser und zusätzlicher, daraus definierbarer L-Begriffe ableiten. Auch für die L-S. gilt Carnaps Unterscheidung von *allgemeiner* und *spezieller Semantik*. Während die allgemeine L-S. die zugrundeliegende Sprache *S*, für die ein ›materialer‹ Wahrheits-, Äquivalenzbegriff etc. als definiert vorausgesetzt wird, unspezifiziert läßt, geht eine spezielle L-S. von einer solchen Sprache *S* aus und versucht, in bezug auf diese spezielle Sprache L-Begriffe zu definieren. Definiert man z.B. für eine aussagenlogische Sprache die Begriffe der L-Wahrheit, L-Falschheit,... mit der üblichen Methode der ↑Wahrheitstafeln, dann läßt sich zeigen, daß diese Begriffe die in der allgemeinen L-S. aufgestellten Postulate erfüllen. Ein anderer Weg Carnaps zu einer allgemeinen L-S. benutzt die Grundbegriffe ›L-Zustand‹, ›L-Spielraum‹ (im Anschluß an L. Wittgensteins Begriff des ›logischen ↑Spielraums‹) und ›wirklicher Zustand‹. Ein für die Wissenschaftstheorie wichtiger L-Begriff ist ›L-Gehalt‹ (›logischer Gehalt‹, ↑Gehalt, empirischer). Der Begriff ›L-determiniert‹ (d.h. ›entweder L-wahr oder L-falsch‹) hat eine zentrale Rolle in Carnaps späterem Versuch (Meaning and Necessity, 1947), Extensionen als spezielle ↑Intensionen aufzufassen.

Carnaps Entwicklung einer L-S. erfolgt auf dem Boden seiner grundlegenden Einteilung der ↑Semiotik in ↑Pragmatik, ↑Semantik und ↑Syntax (Introduction to Semantics § 4). Der neue Aspekt, den Carnap in die Behandlung logischer Begriffe einbringt, beruht auf der im Anschluß an A. Tarski vertretenen Ansicht, daß die syntaktische Behandlung der Logik (wie sie auch der frühe Carnap vertreten hatte) durch eine semantische Analyse ergänzt werden muß, »that logic is a special branch of semantics, that logical deducibility and logical truth are semantical concepts« (ebd. § 13). Unter Semantik versteht Carnap dabei ein System von Regeln, das die ↑Wahrheitsbedingungen von Aussagen im Sinne der ↑Tarski-Semantik festlegt (ebd. § 7).

*Literatur:* R. Carnap, Introduction to Semantics. Studies in Semantics I, Cambridge Mass. 1942, 1948, ferner in: ders., Introduction to Semantics and Formalization of Logic, Cambridge Mass. 1943, 1959; Meaning and Necessity. A Study in Semantics and Modal Logic, Chicago/Toronto/London 1947, [3]1956 (dt. Bedeutung und Notwendigkeit. Eine Studie zur Semantik und modalen Logik, Wien/New York 1972); W. Stegmüller, Das Wahrheitsproblem und die Idee der Semantik. Eine Einführung in die Theorien von A. Tarski und R. Carnap, Wien 1957, [2]1968, repr. 1977; L. Tondl, Problems of Semantics. A Contribution to the Analysis of Science, Dordrecht/Boston/London 1981, bes. 61–91. P.S.

**Lu Chiu-yüan** (Lu Jiu-yuan, = Lu Hsiang-shan), 1139–1193, Neukonfuzianer (↑Konfuzianismus) der subjektiv-idealistischen Richtung. Geist und Natur (Welt) sind für ihn dasselbe. Der Mensch braucht deshalb nur die in ihm von Anfang an enthaltenen ›edleren Teile‹ zu entwickeln; er hat z.B. lediglich den ursprünglichen, spontanen moralischen Regungen ohne zusätzliche Überlegungen zu folgen. Diese Geisteshaltung wird ausführlicher bei Wang Yang-ming entwickelt.

*Übersetzung:* L.V. Cady, The Philosophy of Lu Hsiang-shan, a Neo-Confucianist Monistic Idealist, Union Theological Seminary Thesis, (New York) 1939.

*Literatur:* Siu-Chi Huang, Lu Hsiang-shan, a Twelfth Century Chinese Idealist Philosopher, New Haven/Philadelphia 1944. H.S.

**Lügner-Paradoxie** (engl. liar paradox), ein auf Eubulides von Milet zurückgehender, im Mittelalter unter dem Stichwort ↑Insolubilia diskutierter Typ semantischer Antinomien (↑Antinomien, semantische); formulierbar als Aussage, die ihre eigene Unwahrheit behauptet, etwa in der Form ›diese Aussage ist falsch‹ oder

(1) (1) ist falsch.

Wenn (1) wahr ist, besteht der durch (1) ausgedrückte Sachverhalt, also ist (1) falsch. Wenn (1) falsch ist, besteht der durch (1) ausgedrückte Sachverhalt nicht, es ist also nicht der Fall, daß (1) falsch ist, also ist (1) wahr. Es lassen sich auch kompliziertere Fassungen der L.-P. angeben, bei denen die paradoxe Konsequenz erst auf Umwegen erreicht wird; im einfachsten Falle etwa

(2) (3) ist wahr
(3) (2) ist falsch.

Eine verschärfte Fassung der L.-P. (engl. ›strengthened liar‹) liegt etwa vor bei

(4) (4) ist falsch oder sinnlos,

wobei ›sinnlos‹ für ›weder wahr noch falsch‹ steht. Hier ergibt sich, daß, (a) wenn (4) wahr ist, (4) falsch oder sinnlos ist, (b) wenn (4) falsch ist, (4) reichende) Adäquatheitsbedingung für jede Definition dieser L-Begriffe sein soll. Dazu gehört z.B., daß jeder dieser L-Begriffe stärker als der zugehörige Ausgangsbegriff ist (daß also jede L-wahre Aussage auch wahr ist, je zwei L-disjunkte Aussagen auch disjunkt sind usw.) oder daß die L-Implikation reflexiv sowie transitiv ist und L-wahre in L-wahre Aussagen überführt. Aus dieser Axiomatisierung der L-Begriffe lassen sich weitere Eigenschaften dieser und zusätzlicher, daraus definierbarer L-Begriffe ableiten. Auch für die L-S. gilt Carnaps Unterscheidung von *allgemeiner* und *spezieller Semantik*. Während die allgemeine L-S. die zugrundeliegende Sprache *S*, für die ein ›materialer‹ Wahrheits-, Äquivalenzbegriff etc. als definiert vorausgesetzt wird, unspezifiziert läßt, geht eine spezielle L-S. von einer solchen Sprache *S* aus und versucht, in bezug auf diese spezielle Sprache L-Begriffe zu definieren. Definiert man z.B. für eine aussagenlogische Sprache die Begriffe der L-Wahrheit, L-Falschheit,... mit der üblichen Methode der ↑Wahrheitstafeln, dann läßt sich zeigen, daß diese Begriffe die in der allgemeinen L-S. aufgestellten Postulate erfüllen. Ein anderer Weg Carnaps zu einer allgemeinen L-S. benutzt die Grundbegriffe ›L-Zustand‹, ›L-Spielraum‹ (im Anschluß an L. Wittgensteins Begriff des ›logischen ↑Spielraums‹) und ›wirklicher Zustand‹. Ein für die Wissenschaftstheorie wichtiger L-Begriff ist ›L-Gehalt‹ (›logischer Gehalt‹, ↑Gehalt, empirischer). Der Begriff ›L-determiniert‹ (d.h. ›entweder L-wahr oder L-falsch‹) hat eine zentrale Rolle in Carnaps späterem Versuch (Meaning and Necessity, 1947), Extensionen als spezielle ↑Intensionen aufzufassen.

Carnaps Entwicklung einer L-S. erfolgt auf dem Boden seiner grundlegenden Einteilung der ↑Semiotik in ↑Pragmatik, ↑Semantik und ↑Syntax (Introduction to Semantics § 4). Der neue Aspekt, den Carnap in die Behandlung logischer Begriffe einbringt, beruht auf der im Anschluß an A. Tarski vertretenen Ansicht, daß die syntaktische Behandlung der Logik (wie sie auch der frühe Carnap vertreten hatte) durch eine semantische Analyse ergänzt werden muß, »that logic is a special branch of semantics, that logical deducibility and logical truth are semantical concepts« (ebd. § 13). Unter Semantik versteht Carnap dabei ein System von Regeln, das die ↑Wahrheitsbedingungen von Aussagen im Sinne der ↑Tarski-Semantik festlegt (ebd. § 7).

*Literatur:* R. Carnap, Introduction to Semantics. Studies in Semantics I, Cambridge Mass. 1942, 1948, ferner in: ders., Introduction to Semantics and Formalization of Logic, Cambridge Mass. 1943, 1959; Meaning and Necessity. A Study in Semantics and Modal Logic, Chicago/Toronto/London 1947, ³1956 (dt. Bedeutung und Notwendigkeit. Eine Studie zur Semantik und modalen Logik, Wien/New York 1972); W. Stegmüller, Das Wahrheitsproblem und die Idee der Semantik. Eine Einführung in die Theorien von A. Tarski und R. Carnap, Wien 1957, ²1968, repr. 1977; L. Tondl, Problems of Semantics. A Contribution to the Analysis of Science, Dordrecht/Boston/London 1981, bes. 61–91. P.S.

**Lu Chiu-yüan** (Lu Jiu-yuan, =Lu Hsiang-shan), 1139–1193, Neukonfuzianer (↑Konfuzianismus) der subjektiv-idealistischen Richtung. Geist und Natur (Welt) sind für ihn dasselbe. Der Mensch braucht deshalb nur die in ihm von Anfang an enthaltenen ›edleren Teile‹ zu entwickeln; er hat z.B. lediglich den ursprünglichen, spontanen moralischen Regungen ohne zusätzliche Überlegungen zu folgen. Diese Geisteshaltung wird ausführlicher bei Wang Yang-ming entwickelt.

*Übersetzung:* L.V. Cady, The Philosophy of Lu Hsiang-shan, a Neo-Confucianist Monistic Idealist, Union Theological Seminary Thesis, (New York) 1939.

*Literatur:* Siu-Chi Huang, Lu Hsiang-shan, a Twelfth Century Chinese Idealist Philosopher, New Haven/Philadelphia 1944. H.S.

**Lügner-Paradoxie** (engl. liar paradox), ein auf Eubulides von Milet zurückgehender, im Mittelalter unter dem Stichwort ↑Insolubilia diskutierter Typ semantischer Antinomien (↑Antinomien, semantische); formulierbar als Aussage, die ihre eigene Unwahrheit behauptet, etwa in der Form ›diese Aussage ist falsch‹ oder

(1) (1) ist falsch.

Wenn (1) wahr ist, besteht der durch (1) ausgedrückte Sachverhalt, also ist (1) falsch. Wenn (1) falsch ist, besteht der durch (1) ausgedrückte Sachverhalt nicht, es ist also nicht der Fall, daß (1) falsch ist, also ist (1) wahr. Es lassen sich auch kompliziertere Fassungen der L.-P. angeben, bei denen die paradoxe Konsequenz erst auf Umwegen erreicht wird; im einfachsten Falle etwa

(2) (3) ist wahr
(3) (2) ist falsch.

Eine verschärfte Fassung der L.-P. (engl. ›strengthened liar‹) liegt etwa vor bei

(4) (4) ist falsch oder sinnlos,

wobei ›sinnlos‹ für ›weder wahr noch falsch‹ steht. Hier ergibt sich, daß, (a) wenn (4) wahr ist, (4) falsch oder sinnlos ist, (b) wenn (4) falsch ist, (4) wahr ist, und (c) wenn (4) sinnlos ist, (4) wahr ist. Während man aus der einfachen L.-P. aus der Tatsache, daß (1) genau dann wahr ist, wenn (1) falsch ist, schließen könnte: (1) ist sinnlos, und insbesondere: es ist *falsch*, daß (1) wahr ist, folgt bei der verschärften L.-P. aus der Falschheit von ›(4) ist wahr‹, daß (4) falsch oder sinnlos ist, was beides einen Widerspruch ergibt. Aus der verschärften L.-P. könnte man also erschließen: ›(4) ist wahr‹ ist sinnlos. Entsprechend lassen sich weitere Verschärfungen konstruieren, die zu Sinnlosigkeiten höherer Stufen führen. Die von einem Kreter Epimenides ausgesprochene Aussage

(5) alle Kreter lügen immer

(die Zuschreibung dieser Aussage und ihrer Diskussion zum historischen ↑Epimenides von Kreta ist fragwürdig) ist dagegen schwächer: Wenn (5) wahr ist, lügen alle Kreter immer, also auch Epimenides mit seiner Aussage (5), also ist (5) falsch; wenn (5) falsch ist, lügen nicht alle Kreter immer, also sagen einige Kreter manchmal die Wahrheit. Zu diesen von Kretern manchmal gemachten wahren Aussagen muß jedoch nicht Epimenides' Aussage (5) gehören, es sei denn, Epimenides' Aussage (5) sei die einzige jemals von einem Kreter gemachte Aussage. (5) ist also unter der Voraussetzung, daß es Kreter gibt, die manchmal die Wahrheit sagen, eine gewöhnliche falsche Aussage.

Die L.-P. erlaubt die Konstruktion eines Widerspruchs unter der Voraussetzung scheinbar elementarer semantischer Prinzipien, wie etwa der Wahrheitskonvention (↑Wahrheit), wonach für eine Aussage *A* gilt: ›*A*‹ ist wahr genau dann, wenn *A*. Deshalb stellen Einsichten, die man bei der Auflösung der L.-P. gewinnt, Einsichten in die semantische Struktur von Sprachen, insbesondere den Gebrauch des Wahrheitsbegriffs, dar. Diese Eigenschaften teilt die L.-P. mit anderen semantischen Antinomien; sie sind jedoch bei der L.-P. besonders fundamental, da diese die einfachste dieser Antinomien ist. Wege, die in den letzten 50 Jahren zu ihrer Auflösung beschritten worden sind, sind unter anderem folgende:

1. Man muß die ›semantische Geschlossenheit‹ einer Sprache aufgeben, d.h. die Tatsache, daß eine Sprache zugleich semantische Ausdrücke enthält, die sich auf sie selbst beziehen. Dazu muß man im Rahmen einer Hierarchie von Sprachschichten streng zwischen ↑Objektsprache und ↑Metasprache trennen. Zu semantischen Prädikaten wie ›wahr‹ und ›falsch‹, die zu einer Metasprache gehören, gibt es kein Synonym in der zugehörigen Objektsprache. Aussagen wie (1) sind semantisch nicht zulässig, da sie zu keiner festen Sprachschicht gehören. Dieser auf A. Tarski zurückgehende Vorschlag wurde von Tarski selbst als Argument gegen die Möglichkeit einer semantischen Analyse der natürlichen Sprache angeführt, da letztere eine Unterscheidung von Sprachstufen nicht vornehme. – 2. Man muß Grundprinzipien der klassischen Logik (↑Logik, klassische) aufgeben. Vorgeschlagen werden stattdessen einmal mehrwertige, speziell dreiwertige Logiken (↑Logik, mehrwertige); in diesen erhalten die selbstbezüglichen Satzkonstruktionen der L.-P. einen von ›wahr‹ und ›falsch‹ verschiedenen Wahrheitswert, etwa ›unbestimmt‹. Andere Vorschläge geben das Bivalenzprinzip (↑Zweiwertigkeitsprinzip) auf, ohne damit schon weitere Wahrheitswerte im Sinne einer mehrwertigen Logik einzuführen; manche Aussagen (speziell die Paradoxien) sind danach *ohne* Wahrheitswert. Dieser Zugang eröffnet die Möglichkeit, die Klasse der klassisch-logischen Tautologien auch ohne Bivalenzprinzip unverändert zu übernehmen (vgl. B.C. v. Fraassen, 1968). Wieder andere Ansätze modifizieren die klassische Logik so, daß das Prinzip des ›ex contradictione quodlibet‹ (ein Widerspruch impliziert logisch jede beliebige Aussage und macht damit ein System wertlos) nicht mehr uneingeschränkt gültig bleibt (vgl. N. Rescher/R. Brandom, 1980). Solche Ansätze wollen Widersprüche, die sich etwa aus Paradoxien ergeben, nicht unbedingt beheben, sondern nur deren Konsequenzen vermeiden, sie also zu einem ›lokalen‹ Phänomen ohne ›globale‹ Konsequenzen für eine Theorie als ganze machen. – 3. Ansätze, die auf S.A. ↑Kripke (1975) zurückgehen (insbesondere A. Gupta, 1982, H.G. Herzberger, 1982), gehen davon aus, daß sich die Zuordnung von Wahrheitswerten zu Aussagen nicht in einem Schritt vollziehen muß, sondern stufenweise geschehen kann. Die Extension des Wahrheitsprädikats kann von Stufe zu Stufe verschieden sein (wobei es sich im Gegensatz zu Tarskis Stufentheorie um *ein* Wahrheitsprädikat handelt). Gupta und Herzberger lassen dabei z.B. nicht nur wie Kripke eine schrittweise Erweiterung der Extension des Wahrheitsprädikats zu, sondern sogar die Veränderung des Wahrheitswertes einer Aussage von Stufe zu Stufe. Die Art der Veränderung der Wahrheitswertzuordnung zu einer Aussage, etwa zu einer Form der L.-P. (z.B. im Fall (1) das ständige Oszillieren von ›wahr‹ und ›falsch‹), charakterisiert diese Aussage semantisch. Es ist allerdings umstritten, ob derartige Theorien, die gegenwärtig

intensiv diskutiert werden, wirklich eine *Auflösung* der semantischen Antinomien (speziell der L.-P.) darstellen oder eher eine genaue Beschreibung der Antinomien. Ein Problem besteht auch darin, daß nicht ganz klar ist, was man als ›Auflösung‹ etwa der L.-P. ansehen könnte.

*Literatur:* B.C. v. Fraassen, Presupposition, Implication, and Self-Reference, J. Philos. 65 (1968), 136–152; A. Gupta, Truth and Paradox, J. Philos. Log. 11 (1982), 1–60; H.G. Herzberger, Naive Semantics and the Liar Paradox, J. Philos. 79 (1982), 479–497; ders., Notes on Naive Semantics, J. Philos. Log. 11 (1982), 61–102; A. Koyré, The Liar, Philos. Phenom. Res. 6 (1945/1946), 344–362; S.A. Kripke, Outline of a Theory of Truth, J. Philos. 72 (1975), 690–716; R.L. Martin (ed.), The Paradox of the Liar, New Haven Conn./London 1970; C. Parsons, The Liar Paradox, J. Philos. Log. 3 (1974), 381–412; N. Rescher/R. Brandom, The Logic of Inconsistency. A Study in Non-Standard Possible-World Semantics and Ontology, Oxford 1980; A. Rüstow, Der Lügner. Theorie, Geschichte und Auflösung, Diss. Erlangen 1908, Leipzig 1910; A. Tarski, Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen, Stud. Philos. (Lemberg) 1 (1935), 261–405 (bzw. 1–145), Neudr. in: K. Berka/L. Kreiser, Logik-Texte. Kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik, Berlin (Ost) ²1973, 447–559 (engl. The Concept of Truth in Formalized Languages, in: ders., Logic, Semantics, Metamathematics, Oxford 1956, 152–278). – Bibliographie in: R. Martin (ed.), The Paradox of the Liar [s.o.], 135–149; weitere Literatur ↑Antinomien, semantische, ↑Insolubilia. P.S.

**Lukács,** Georg (György [von]), *Budapest 13. April 1885, †ebd. 4. Juni 1971, ung. Philosoph, Literaturtheoretiker und -kritiker. 1902–1906 Jurastudium in Budapest, 1909 Promotion zum Dr. phil. ebendort; 1909–1910 Teilnahme an Vorlesungen und Seminaren G. Simmels in Berlin; zwischen 1910 und 1917 Aufenthalte in Deutschland, Frankreich und Italien, Hörer von H. Rickert und W. Windelband, Bekanntschaft mit E. Bloch, M. Weber und E. Lask; während des 1. Weltkriegs Hinwendung zum Marxismus; 2. Dez. 1918 Eintritt in die Kommunistische Partei Ungarns (KPU), die sich am 21.11.1918 unter Béla Kun konstituiert hatte; März–August 1919 Volkskommissar für Erziehung in Kuns Räteregierung und politischer Kommissar der 5. Roten Division; nach dem Sturz der Regierung Arbeit im Untergrund, dann Flucht nach Wien (1919–1929). Wegen der von L. unter dem Pseudonym ›Blum‹ verfaßten Thesen zur Arbeit der KPU der ›Rechtsabweichung‹ beschuldigt, übt L. 1929 Selbstkritik und zieht sich aus der Parteiarbeit zurück; 1929–1931 Arbeit am Marx-Engels-Lenin-Institut in Moskau, 1931–1933 Berlin, 1933–1944 wissenschaftlicher Mitarbeiter am Philosophischen Institut der Akademie der Wissenschaften der UdSSR; 1944 Rückkehr nach Ungarn; Mitglied des Präsidiums der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, o. Prof. der Ästhetik und Kulturphilosophie an der Universität Budapest; 1949–1952 scharfe Angriffe gegen L. wegen Revisionismus, die sogenannte ›L.-Debatte‹; während des Ungarischen Aufstands im Herbst 1956 Mitglied des ZK der KPU und Kulturminister in der Regierung I. Nagy; 1957 Verlust des Lehrstuhls. – Schon als Gymnasiast hatte sich L. mit K. Marx' Schriften befaßt, nach eigenem Zeugnis zunächst jedoch ausschließlich durch eine von Simmel und Weber bestimmte ›methodologische Brille‹. In der Übernahme ästhetischer Konzeptionen A. Schopenhauers, S. Kierkegaards und F. Nietzsches faßt L. (z.B. in: Die Seele und die Formen, 1911) den Künstler als problematisches Individuum auf, das die Welt als feindliche Außenwelt erlebt. Seine Hinwendung zum politischen Marxismus erfolgt über die Auseinandersetzung mit G.W.F. Hegel (Die Theorie des Romans, 1920; Anwendung Hegelscher Kategorien auf ästhetische Probleme) und über die Erfahrung der russischen Revolution von 1917. Während seine politische Praxis zu Beginn der zwanziger Jahre linksradikal-anarchistische Züge trägt, entwickelt er in seiner politischen Theorie (Blum-Thesen von 1928) das R. Luxemburg nahestehende Konzept einer ›demokratischen Diktatur‹ in Abhebung von W.I. Lenins Begriff der Diktatur des Proletariats. Damit plädiert L. sowohl für eine sozialistisch-demokratische Revolution als auch für eine das Bewußtsein der Massen hebende intellektuelle und moralische Elite, die aber nicht im Leninschen Sinne als Kaderpartei aufgefaßt wird, sondern als ›handelnde Trägerin des Klassenbewußtseins‹, wobei der einzelne Revolutionär als ›Partisan‹ auftritt.

In seinem einflußreichsten Werk »Geschichte und Klassenbewußtsein« (1923) versucht L. mit der Begrifflichkeit von Hegel und Marx, die Entgegensetzung von Welt und Bewußtsein durch die Kategorie der Klasse (↑Klasse (sozialwissenschaftlich)) und die von Theorie und Praxis durch die Kategorie der (geschichtlich sich realisierenden) ↑Totalität zu überwinden. Seine literaturtheoretischen und -kritischen Arbeiten seit der Mitte der dreißiger Jahre erheben die realistische Erzähl- und Romankunst des 19. Jahrhunderts bis hin zu T. Mann zum Maßstab für sozialistische Literatur und kritisieren die Werke G. Flauberts, F. Kafkas und J. Joyces, ferner moderne Montage- und Reportagetechniken als diesem Ideal nicht genügend. Vor allem B. Brecht ist dieser Position entgegengetreten. L.' Literaturauffassung war jedoch für die Ausarrantiert, realisiert werden. M.n sind von lediglich bei einer Aktualisierung von Zeichenhandlungen benutzten, oft zufällig gewählten Zeichengeräten (z.B. der ausgestreckte Arm, der Winker oder die Blinkleuchte, mit deren Hilfe die Richtung angezeigt wird) zu unterscheiden. Im Herstellen einer M., bei dem mimetische wie poietische Aspekte auftreten können, wird ein Dingschema (↑Ding) aktualisiert. In der vorliegenden M. ist das Dingschema direkt zugänglich; die für die Herstellung der M. erforderlichen Handlungs- bzw. Zeichenhandlungsanteile sind dagegen erst durch eigene Verfahren zugänglich. So sind etwa Kunstwerke wie Gemälde-M.n dadurch ausgezeichnet, daß sie die einzige Aktualisierung (Unikat) des zugehörigen Dingschemas sind, so daß ihr genauestes Duplikat nicht als weitere Aktualisierung desselben Dingschemas angesehen werden kann. Eine solche Gemälde-M. ist ein Beispiel für ›autographische‹ (N. Goodman) Kunst. Die Verschiedenheit von (Zeichen-)Handlungsvorgang und dabei verfolgtem (Zeichen-)Handlungsziel, nämlich der M., hat pragmatisch wie hermeneutisch allerdings oft mißachtete Konsequenzen: (1) Die pragmatische, nämlich kommunikative Funktion der M. erfährt eine ihr eigentümliche Aufspaltung, insofern M.n grundsätzlich nicht an die aktuelle Situation der Zeichengebung gebunden sind, was ihren Verwendungsbereich raum-zeitlich wie hinsichtlich der Kommunikationspartner erheblich erweitert. M.n können vom Zeichenempfänger, dem Rezipienten, je gesondert verwendet werden; dies läßt die Rezeption zu einer selbständigen Handlung werden (z.B. Lesen im Unterschied zum Schreiben eines Briefes). (2) Zum ›Lesen‹, d.h. zum Verstehen einer M. steht unmittelbar der markierte semiotische Zusammenhang (z.B. ein Traktat) zur Verfügung, nur mittelbar die Motivation zu ihrer Herstellung wie die vom Produzenten eingebrachten Handlungs- und Zeichenhandlungsanteile, von denen die M. abgelöst als Realisat erscheint (als Ziel der einschlägigen Herstellungshandlungen von diesen verschieden). M.n sind insofern selbst verständlich. Auf der Basis ihrer Verständlichkeit lassen sich dann von Fall zu Fall je nach Rezipienteninteresse an Hand der eigens auszumachenden herstellungsrelevanten Handlungen, vielleicht auch Zustände (z.B. die Tristesse) des Produzenten erschließen. Der markierte semiotische Zusammenhang erlaubt es, Besitz, Referenz, Sinn und Ausdruck beim Verstehen zu unterscheiden, um zu einer partiellen *Gegenstandsgemeinschaft* zwischen M. und ihrem Rezipienten zu kommen, die gegebenenfalls den Produzenten mit einschließen kann. Die an der Realisierung einer M. beteiligten Zeichenhandlungen (z.B. ein Bild malen) lassen sich im Unterschied zu praktischen Zeichenhandlungen (z.B. jemandem den Weg zeigen) als *poietische* Zeichenhandlungen bezeichnen, für die praktische und technische Begründungen gleichermaßen erforderlich sind.

*Literatur:* K. Bühler-Oppenheim, Zeichen, M.n, Zinken, Teufen/Stuttgart 1971; W. Kamlah, Sprachliche Handlungsschemata, in: H.-G. Gadamer (ed.), Das Problem der Sprache (VIII. Deutscher Kongreß für Philosophie. Heidelberg 1966), München 1967, 427–434; ders./P. Lorenzen, Logische Propädeutik. Vorschule des vernünftigen Redens, Mannheim/Wien/Zürich ²1973, 59f.. D.G.

**Markov,** Andrej Andreevič, *Rjasan 14. Juni 1856, †Petersburg (heute Leningrad) 20. Juli 1922, russ. Mathematiker, Vater von A.A. Markov (1903–1979). Nach Studium in Petersburg ab 1880 Lehrtätigkeit ebendort, 1884 Promotion, 1886 a.o. Prof., 1893 o. Prof. der Mathematik, 1896 Mitglied der Petersburger Akademie der Wissenschaften. – M., der zur wissenschaftlichen Schule von P.L. Čebyšev (1821–1894) gehörte, arbeitete auf verschiedensten Gebieten der Mathematik, vor allem auf dem Gebiet der Zahlentheorie, Analysis und Wahrscheinlichkeitstheorie, und konnte zahlreiche neue Sätze beweisen bzw. neue Beweise für klassische Sätze geben (z.B. ↑Gesetz der großen Zahlen und zentraler Grenzwertsatz [↑Normalverteilung]). M.s Bekanntheit als Wahrscheinlichkeitstheoretiker auch außerhalb von mathematischen Fachkreisen rührt aus seiner Behandlung von Folgen $\{X_i\}$ von Zufallsvariablen her, in denen für alle $n<m$ die Verteilung von $X_n$ ohne Rücksicht auf die vorangehenden Zufallsvariablen die Verteilung von $X_m$ eindeutig bestimmt. Die Theorie dieser als *Markov-Ketten* bezeichneten Strukturen wurde später, vor allem von A.N. Kolmogorov, zur Theorie der *Markov-Prozesse,* d.h. von Familien von Zufallsvariablen, die von einem kontinuierlichen Zeitparameter abhängen, ausgebaut. Diese Theorien, von M. selbst aus theorieinternen Gründen entwickelt, haben sich als äußerst fruchtbar für die Beschreibung von nicht-deterministisch ablaufenden Vorgängen erwiesen, z.B. in der statistischen Physik, Biologie, Psychologie und in den Sozialwissenschaften.

*Werke:* Isčislenie konečnych raznostej, I–II, Petersburg 1889/1891, Odessa ²1910 (dt. Differenzenrechnung, Leipzig 1896); Isčislenie verojatnostej, Petersburg 1900, Moskau ⁴1924 (dt. Wahrscheinlichkeitsrechnung, Leipzig/Berlin 1912); Izbrannye trudy po teorii nepreryvnych drobej i teorii funkcij naimenee uklonjajuščichsja ot nulja, ed. N.I. Achiezer, Moskau 1948; Izbrannye trudy. Teorija

čisel. Teorija verojatnostej [Ausgewählte Werke. Zahlentheorie. Wahrscheinlichkeitstheorie], ed. Ju. V. Linnik u.a., Izdatel'stvo Akademii Nauk SSSR [Verlag der Akademie der Wissenschaften der UdSSR] 1951, Moskau/Leningrad 1951 (mit Bibliographie, 679–714).

*Literatur:* A.A. Markov [* 1903–1979], Biografija A.A. Markova [Biographie A.A. Markovs], In: A.A. Markov [s. Werke], 1951, 599–613; V.A. Steklov, A.A.M. (Nekrologičeskij očerk), Izvestija Rossijskoj Akademii nauk 16 (1922), 169–184; A.A. Youschkevitch (Juškevič), M., DSB IX (1974), 124–130. P.S.

**Markov,** Andrej Andreevič, * Petersburg (heute Leningrad) 22. Sept. 1903, † Moskau 11. Nov. 1979, russ. Mathematiker und Logiker, Sohn von A.A. Markov (1856–1922). Nach Studium der Mathematik, Physik und Astronomie in Leningrad 1928 Promotion, 1935 Doktorat (entspricht Habilitation). 1936–1955 Prof. der Mathematik in Leningrad, 1939–1972 außerdem Tätigkeit am Mathematischen Institut der russischen Akademie der Wissenschaften (Institut V. Steklov), 1953 korrespondierendes Mitglied der Akademie; seit 1959 Prof. für Mathematische Logik in Moskau. – M. arbeitete unter anderem auf den Gebieten der theoretischen Physik, Himmelsmechanik, Maßtheorie, Topologie, Algebra, Algorithmentheorie, konstruktiven Mathematik und mathematischen Logik. Philosophisch interessant sind vor allem seine Beiträge zur ↑ Algorithmentheorie und zur konstruktiven Begründung von Mathematik und Logik. Von seinen Arbeiten zur Algorithmentheorie und Theorie der rekursiven Funktionen ist besonders die Entwicklung eines neuen Algorithmenbegriffs bekannt geworden, der mit anderen Präzisierungen gleichwertig ist (↑ Markov-Algorithmus). Im Zusammenhang damit entwickelte M. sein Konzept einer auf dem Algorithmenbegriff basierenden konstruktiven Begründung der Mathematik (↑ Mathematik, konstruktive) einschließlich der Analysis. Trotz der Ablehnung des Aktual-Unendlichen und der darauf beruhenden mengentheoretischen Begriffsbildungen (↑ unendlich/Unendlichkeit) sowie des ↑ tertium non datur ist M. kein Finitist im engeren Sinne, da auch der von ihm favorisierte Begriff der potentiellen Realisierbarkeit von den empirischen Grenzen von Konstruktionsmöglichkeiten abstrahiert. Wichtig im Aufbau einer konstruktiven Mathematik ist unter anderem ein von ihm vorgeschlagenes Prinzip, das sich quantorenlogisch in allgemeiner Form mit

$$\bigwedge_x (A \vee \neg A) \rightarrow (\neg\neg \bigvee_x A \rightarrow \bigvee_x A)$$

formulieren läßt. Diese Formel (›*Markov-Prinzip*‹) ist in den üblichen Versionen der intuitionistischen Arithmetik nicht beweisbar, stellt also eine Erweiterung des Begriffs der ↑ Konstruktivität dar. Daneben bewies M. ↑ Unentscheidbarkeitssätze für algebraische Theorien und erzielte bedeutende Ergebnisse zur Komplexität von Algorithmen. In Arbeiten zur Semantik der konstruktiven Logik entwickelt M. eine Hierarchie von Sprachen, die verwandt ist mit P. Lorenzens operativer Logik (↑ Logik, operative); insbesondere gehört ein Subjungat $A \rightarrow B$ immer zu einer höheren Sprachstufe als seine Argumente $A$ und $B$.

*Werke:* Teorija algoritmov, Moskau/Leningrad 1954 (Akad. Nauk SSSR, Trudy Mat. Inst. 42) (engl. Theory of Algorithms, Jerusalem 1961, 1971); O konstruktivnych funkcijach, Trudy Mat. Inst. Steklov 52 (1958), 315–348 (engl. On Constructive Functions, Amer. Math. Soc. Translations, Ser. 2, 29 (1963), 163–195); An Approach to Constructive Mathematical Logic, in: B. van Rootselaar/J.F. Staal (eds.), Logic, Methodology and Philosophy of Science III, Amsterdam 1968, 283–294; Essai de construction d'une logique de la mathématique constructive, Rev. int. philos. 25 (1971), 477–507; O logike konstruktivnoj matematiki, Moskau 1972; On a Semantical Language Hierarchy in a Constructive Mathematical Logic, in: R.E. Butts/J. Hintikka (eds.), Logic, Foundations of Mathematics, and Computability Theory, Dordrecht/Boston 1977 (Proceedings of the Fifth International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, London, Ontario, Canada – 1975, I), 299–306. – Bibliographie: Uspechi matematičeskich nauk 19 (1964), Nr. 3, 220–223 (bis 1963), 29 (1974), Nr. 6, 190–191 (1962–1974) (engl. Russian Math. Surveys 19 [1964], Nr. 3, 193–196, 29 [1974], 174–175).

*Literatur:* A.G. Dragalin/N.M. Nagornyj/N.V. Petri/N.A. Šanin, Matematičeskaja žizn' v SSSR. A.A.M. (K semidesjatiletiju so dnja roždenija), Uspechi matematičeskich nauk 29 (1974), Nr. 6, 187–190 (engl. A.A.M. (On His Seventieth Birthday), Russian Math. Surveys 29 [1974], Nr. 6, 171–174); Ju.V. Linnik/N.A. Šanin, A.A.M. (K pjatidesjatiletiju so dnja roždenija), Uspechi matematičeskich nauk 9 (1954), Nr. 1, 145–149; N.M. Nagornyj/N.A. Šanin, A.A.M. (K šestidesjatiletiju so dnja roždenija), Uspechi matematičeskich nauk 19 (1964), Nr. 3, 207–220 (engl. A.A.M. (On the Occasion of His 60th Birthday), Russian Math. Surveys 19 [1964], Nr. 3, 181–193); D. Skordev/P. Petkov, A.A.M. po slučaj 70-godišninata mu, Fiziko-matematičesko spisanie 16 (1973), 312–315. P.S.

**Markov-Algorithmus,** von A.A. Markov (1903–1979) eingeführte Präzisierung des Algorithmenbegriffs (↑ Algorithmentheorie), von Markov selbst ›*normaler Algorithmus*‹ genannt. Ein M.-A. über einem Alphabet $A = \{a_O, \ldots, a_N\}$, das die Zeichen $\rightarrow$ und $\bullet$ nicht enthält, ist gegeben durch eine Liste von sogenannten Substitutionsformeln

$$\begin{array}{l} P_1 \rightarrow (\bullet)\, Q_1 \\ \quad\vdots \\ P_n \rightarrow (\bullet)\, Q_n \end{array}$$

čisel. Teorija verojatnostej [Ausgewählte Werke. Zahlentheorie. Wahrscheinlichkeitstheorie], ed. Ju. V. Linnik u.a., Izdatel'stvo Akademii Nauk SSSR [Verlag der Akademie der Wissenschaften der UdSSR] 1951, Moskau/Leningrad 1951 (mit Bibliographie, 679–714).

*Literatur:* A.A. Markov [* 1903–1979], Biografija A.A. Markova [Biographie A.A. Markovs], In: A.A. Markov [s. Werke], 1951, 599–613; V.A. Steklov, A.A.M. (Nekrologičeskij očerk), Izvestija Rossijskoj Akademii nauk 16 (1922), 169–184; A.A. Youschkevitch (Juškevič), M., DSB IX (1974), 124–130. P.S.

**Markov,** Andrej Andreevič, * Petersburg (heute Leningrad) 22. Sept. 1903, † Moskau 11. Nov. 1979, russ. Mathematiker und Logiker, Sohn von A.A. Markov (1856–1922). Nach Studium der Mathematik, Physik und Astronomie in Leningrad 1928 Promotion, 1935 Doktorat (entspricht Habilitation). 1936–1955 Prof. der Mathematik in Leningrad, 1939–1972 außerdem Tätigkeit am Mathematischen Institut der russischen Akademie der Wissenschaften (Institut V. Steklov), 1953 korrespondierendes Mitglied der Akademie; seit 1959 Prof. für Mathematische Logik in Moskau. – M. arbeitete unter anderem auf den Gebieten der theoretischen Physik, Himmelsmechanik, Maßtheorie, Topologie, Algebra, Algorithmentheorie, konstruktiven Mathematik und mathematischen Logik. Philosophisch interessant sind vor allem seine Beiträge zur ↑Algorithmentheorie und zur konstruktiven Begründung von Mathematik und Logik. Von seinen Arbeiten zur Algorithmentheorie und Theorie der rekursiven Funktionen ist besonders die Entwicklung eines neuen Algorithmenbegriffs bekannt geworden, der mit anderen Präzisierungen gleichwertig ist (↑Markov-Algorithmus). Im Zusammenhang damit entwickelte M. sein Konzept einer auf dem Algorithmenbegriff basierenden konstruktiven Begründung der Mathematik (↑Mathematik, konstruktive) einschließlich der Analysis. Trotz der Ablehnung des Aktual-Unendlichen und der darauf beruhenden mengentheoretischen Begriffsbildungen (↑unendlich/Unendlichkeit) sowie des ↑tertium non datur ist M. kein Finitist im engeren Sinne, da auch der von ihm favorisierte Begriff der potentiellen Realisierbarkeit von den empirischen Grenzen von Konstruktionsmöglichkeiten abstrahiert. Wichtig im Aufbau einer konstruktiven Mathematik ist unter anderem ein von ihm vorgeschlagenes Prinzip, das sich quantorenlogisch in allgemeiner Form mit

$$\bigwedge_x (A \vee \neg A) \rightarrow (\neg\neg \bigvee_x A \rightarrow \bigvee_x A)$$

formulieren läßt. Diese Formel (›*Markov-Prinzip*‹) ist in den üblichen Versionen der intuitionistischen Arithmetik nicht beweisbar, stellt also eine Erweiterung des Begriffs der ↑Konstruktivität dar. Daneben bewies M. ↑Unentscheidbarkeitssätze für algebraische Theorien und erzielte bedeutende Ergebnisse zur Komplexität von Algorithmen. In Arbeiten zur Semantik der konstruktiven Logik entwickelt M. eine Hierarchie von Sprachen, die verwandt ist mit P. Lorenzens operativer Logik (↑Logik, operative); insbesondere gehört ein Subjungat $A \rightarrow B$ immer zu einer höheren Sprachstufe als seine Argumente $A$ und $B$.

*Werke:* Teorija algoritmov, Moskau/Leningrad 1954 (Akad. Nauk SSSR, Trudy Mat. Inst. 42) (engl. Theory of Algorithms, Jerusalem 1961, 1971); O konstruktivnych funkcijach, Trudy Mat. Inst. Steklov 52 (1958), 315–348 (engl. On Constructive Functions, Amer. Math. Soc. Translations, Ser. 2, 29 (1963), 163–195); An Approach to Constructive Mathematical Logic, in: B. van Rootselaar/J.F. Staal (eds.), Logic, Methodology and Philosophy of Science III, Amsterdam 1968, 283–294; Essai de construction d'une logique de la mathématique constructive, Rev. int. philos. 25 (1971), 477–507; O logike konstruktivnoj matematiki, Moskau 1972; On a Semantical Language Hierarchy in a Constructive Mathematical Logic, in: R.E. Butts/J. Hintikka (eds.), Logic, Foundations of Mathematics, and Computability Theory, Dordrecht/Boston 1977 (Proceedings of the Fifth International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, London, Ontario, Canada – 1975, I), 299–306. – Bibliographie: Uspechi matematičeskich nauk 19 (1964), Nr. 3, 220–223 (bis 1963), 29 (1974), Nr. 6, 190–191 (1962–1974) (engl. Russian Math. Surveys 19 [1964], Nr. 3, 193–196, 29 [1974], 174–175).

*Literatur:* A.G. Dragalin/N.M. Nagornyj/N.V. Petri/N.A. Šanin, Matematičeskaja žizn' v SSSR. A.A.M. (K semidesjatiletiju so dnja roždenija), Uspechi matematičeskich nauk 29 (1974), Nr. 6, 187–190 (engl. A.A.M. (On His Seventieth Birthday), Russian Math. Surveys 29 [1974], Nr. 6, 171–174); Ju.V. Linnik/N.A. Šanin, A.A.M. (K pjatidesjatiletiju so dnja roždenija), Uspechi matematičeskich nauk 9 (1954), Nr. 1, 145–149; N.M. Nagornyj/N.A. Šanin, A.A.M. (K šestidesjatiletiju so dnja roždenija), Uspechi matematičeskich nauk 19 (1964), Nr. 3, 207–220 (engl. A.A.M. (On the Occasion of His 60th Birthday), Russian Math. Surveys 19 [1964], Nr. 3, 181–193); D. Skordev/P. Petkov, A.A.M. po slučaj 70-godišninata mu, Fiziko-matematičesko spisanie 16 (1973), 312–315. P.S.

**Markov-Algorithmus,** von A.A. Markov (1903–1979) eingeführte Präzisierung des Algorithmenbegriffs (↑Algorithmentheorie), von Markov selbst ›*normaler Algorithmus*‹ genannt. Ein M.-A. über einem Alphabet $A = \{a_0, \ldots, a_N\}$, das die Zeichen $\rightarrow$ und $\bullet$ nicht enthält, ist gegeben durch eine Liste von sogenannten Substitutionsformeln

$$\begin{array}{l} P_1 \rightarrow (\bullet)\, Q_1 \\ \quad\vdots \\ P_n \rightarrow (\bullet)\, Q_n \end{array}$$

wobei jede Substitutionsformel $P_i \to (\bullet)\, Q_i\ (1 \leq i \leq n)$ entweder von der Gestalt $P_i \to Q_i$ oder von der Gestalt $P_i \to \bullet Q_i$ ist mit Wörtern $P_i$ und $Q_i$ über $A$. Die Anwendung eines M.-A. auf ein Ausgangswort oder ein schon mit Hilfe des Algorithmus produziertes Wort $P$ kann wie folgt beschrieben werden: Falls es kein Wort in der Folge $P_1, \ldots, P_n$ gibt, das in $P$ als Teilwort vorkommt, bricht der Algorithmus mit $P$ ab. Falls es ein Wort in der Folge $P_1, \ldots, P_n$ gibt, das in $P$ als Teilwort vorkommt, sei $P_i$ das erste Wort dieser Folge mit dieser Eigenschaft; man ersetze in $P$ das (von links) erste Vorkommen von $P_i$ als Teilwort von $P$ durch $Q_i$. Hat die $i$-te Substitutionsformel die Gestalt $P_i \to \bullet Q_i$, dann bricht der Algorithmus mit dem erhaltenen Wort ab. Hat sie die Gestalt $P_i \to Q_i$, dann wird der Algorithmus mit dem erhaltenen Wort als Argument fortgesetzt. Ein aus $P$ mit Hilfe eines M.-A. $M$ in endlich vielen Schritten produziertes Wort $Q$, bei dem $M$ abbricht, kann man als Wert einer partiellen Funktion mit $P$ als Argument auffassen (da $Q$ eindeutig bestimmt ist); man schreibt auch $M(P) = Q$ (diese Funktion ist für diejenigen Argumente nicht definiert, auf die angewendet $M$ nicht nach endlich vielen Schritten abbricht).

Es läßt sich zeigen, daß die durch M.-A.en repräsentierten partiellen Funktionen partiell ↑rekursiv sind und umgekehrt. Die M.-A.en stellen damit eine mit ↑Turing-Maschinen, partiell rekursiven Funktionen, Postschen Systemen usw. äquivalente Fassung des ↑Berechenbarkeits- oder Algorithmenbegriffs dar. Die Annahme, daß alle berechenbaren Funktionen durch M.-A.en repräsentiert werden können, ist somit eine Form der ↑Churchschen These. Beispiel für einen M.-A. ist etwa:

$$\to \bullet |$$

über dem Alphabet $\{|\}$. Er repräsentiert die Wortfunktion $f(P) = |P(=P|)$ und damit auch die Nachfolgerfunktion (↑Nachfolger).

*Literatur:* M. Machtey/P. Young, An Introduction to the General Theory of Algorithms, New York/Oxford/Shannon 1978, bes. 38–46; A. A. Markov, Teorija algorifmov, Moskau/Leningrad 1954 (Akad. Nauk SSSR, Trudy Mat. Inst. 42) (engl. Theory of Algorithms, Jerusalem 1961, 1971). P.S.

**Marliani,** Giovanni, *Mailand Anfang des 15. Jhs., †ebd. Ende 1483, ital. Physiker und Mediziner, von Zeitgenossen als neuer Aristoteles und neuer Hippokrates bezeichnet. Nach Studium der Medizin und medizinischer Promotion (vor 1442) 1441–1447 Lehrtätigkeit in Naturphilosophie (unter anderem über die Physik T. Bradwardines und Alberts von Sachsen) in Pavia, 1447–1450 in Medizin in Mailand, ab 1450 erneut in Pavia, 1469 Prof. der Medizin ebendort. In Arbeiten zur Theorie der Wärme (unter Verwendung einer numerischen Skala zur Darstellung der Intensität der Wärme, Tractatus de reactione, 1448) und zur Mechanik vertritt M. die aristotelisch-scholastischen Positionen seiner Zeit. Von wissenschaftshistorischer Bedeutung sind dabei (gegenüber J. Dumbleton und R. Swineshead) verbesserte Beweise der sogenannten Merton-Regel (Rückführung beschleunigter Bewegungen auf gleichförmige Bewegungen, ↑Merton School) (Probatio cuiusdam sententiae calculatoris de motu locali, 1460) und eine von Bradwardines Vorschlag abweichende Reformulierung des Aristotelischen Bewegungsgesetzes (Questio de proportione motuum in velocitate, 1464). Neben seinen physikalischen Arbeiten, die ohne Einfluß auf die weitere Entwicklung blieben, schrieb M. auch über die Theorie der Brüche (Algorismus de minutiis, vor 1464).

*Werke:* Questio de caliditate corporum humanorum tempore hyemis & estatis & de antiperistasi, Mailand 1474, Venedig 1501; Disputatio cum Johanne Arculano de diversis materiis ad philosophiam et medicinam pertinentibus, Pavia 1482; Questio de proportione motuum in velocitate, Pavia 1482.

*Literatur:* M. Clagett, G. M. and Late Medieval Physics, New York 1941; ders., Note on the »Tractatus physici« Falsely Attributed to G. M., Isis 34 (1942), 168; A. Maier, Die Vorläufer Galileis im 14. Jahrhundert. Studien zur Naturphilosophie der Spätscholastik, Rom 1949, $^2$1966, 107–110; P. L. Rose, M., DSB IX (1974), 132–134. J.M.

**Marsilius** von Inghen, *bei Nimwegen (Nijmegen) um 1330, †Heidelberg 20. Aug. 1396, scholast. Philosoph und Theologe. 1362–1378 einer der bedeutendsten Magister der Pariser Artistenfakultät, 1367 und 1371 Rektor der Universität, 1383, bedingt durch die Folgen des großen (abendländischen) Schismas, Emigration nach Heidelberg, ab 1386 erster Rektor der Universität Heidelberg. 1368 und 1376 vertrat M. die Pariser Universität am päpstlichen Hof in Avignon; 1376 begleitete er Papst Gregor XI. nach Rom (erneute Reise nach Rom 1389). M., wie Albert von Sachsen Schüler J. Buridans, schrieb einen ↑Sentenzenkommentar und über die naturwissenschaftlichen und logischen Schriften des Aristoteles (darunter über die »Physik«, »Parva naturalia«, über »De generatione et corruptione«, die »Analytiken« und die »Topik«). In der Physik gehört M. neben Buridan, Albert von Sachsen und N. v. Oresme zu den belichen Zustandes, insofern verarbeiten, als sie in einen (neuen) Zustand übergehen und gleichzeitig über höchstens einen ihrer endlich vielen Ausgangskanäle einen Impuls nach außen abgeben. Automaten lassen sich durch *Flußdiagramme* für die Verschaltung ihrer Ein- und Ausgänge und bei endlichen Automaten mit endlichen Zustandsmengen durch *Matrizen* ihrer Überführungs- und Ergebnisfunktionen darstellen. Aus elementaren Automaten (z.B. Flip-Flop) können durch Parallelschaltung und Rückkopplung *normierte Netzwerkklassen* konstruiert werden, die zur Simulation komplizierter Automaten geeignet sind (↑Kybernetik). Zur *Simulation* von Registermaschinen werden die Register durch Zählerautomaten mit der unendlichen Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen als Zustandsmenge und die Maschinenprogramme durch normierte Automatennetze dargestellt. In diesem Sinne läßt sich jede Rechenmaschine prinzipiell als normierte Netzwerkschaltung konstruieren. Dieses theoretische Ergebnis ist für die technische Realisation von Rechenmaschinen durch *elektronische Computer* von Bedeutung, da sie Informationen durch elektrische Impulse in Netzwerkschaltungen verarbeiten. Historisch gehen die elektronischen Computer auf J. v. Neumann (›ENIAC‹ 1945) zurück, der auch auf die Analogie zwischen Automaten und neurologischen Nervennetzen aufmerksam machte (↑Intelligenz, künstliche).

*Literatur:* Ja.M. Barzdin', Ob odnom klasse mašin T'juringa (mašiny Minskogo), Algebra i logika 1 (1963), H. 6, 42–51; E.C. Berkeley, Symbolic Logic and Intelligent Machines, New York 1959; M. Bunge, Do Computers Think?, Brit. J. Philos. Sci. 7 (1956/1957), 139–148; E. Cohors-Fresenborg, Mathematik mit Kalkülen und Maschinen, Braunschweig 1977; M. Gardner, Logic Machines and Diagrams, New York/Toronto/London 1958, Neuausg. unter dem Titel: Logic Machines, Diagrams and Boolean Algebra, New York 1968; ders., Logic Machines, Enc. Ph. V (1967), 81–83; H. Hermes, Aufzählbarkeit, Entscheidbarkeit, Berechenbarkeit. Einführung in die Theorie der rekursiven Funktionen, Berlin/Heidelberg/New York [2]1971; K. Mainzer, Der Konstruktionsbegriff in der Mathematik, Philos. Nat. 12 (1970), 367–412; A.J. Mal'cev, Algoritmy i rekursivnye funkcii, Moskau 1965 (dt. Algorithmen und rekursive Funktionen, Braunschweig 1974); M. Minsky (ed.), Semantic Information Processing, Cambridge Mass./London 1968; J. v. Neumann, The Computer and the Brain, New Haven Conn. 1958 (dt. Die Rechenmaschine und das Gehirn, München 1960); D. Rödding, Klassen rekursiver Funktionen, in: M.H. Löb (ed.), Proceedings of the Summer School in Logic. Leeds, England 1967, Berlin/Heidelberg/New York 1968, 159–222; B.A. Trachtenbrot, Algoritmy i mašinnoe rešenie zadač, Moskau 1957, [2]1960 (dt. Wieso können Automaten rechnen? Eine Einführung in die logisch-mathematischen Grundlagen programmgesteuerter Rechenautomaten, Berlin [Ost] 1959, [4]1966); A.M. Turing, On Computable Numbers with an Application to the Entscheidungsproblem, Proc. London Math. Soc., ser. 2, 42 (1937), 230–265, Korrektur dazu: 43 (1937), 544–546, Repr. in: M. Davis (ed.), The Undecidable, Basic Papers On Undecidable Propositions, Unsolvable Problems And Computable Functions, Hewlett N.Y. 1965, 116–154. K.M.

**Maß**, philosophischer, mathematischer und wissenschaftstheoretischer Begriff. (1) In der *philosophischen* und *literarischen* Tradition wird ›M.‹ vornehmlich als ethischer oder ästhetischer Ordnungsbegriff, gelegentlich auch als erkenntnistheoretischer Begriff (↑Homo-mensura-Satz), verwendet: In ethischen Theorien der Antike und der christlichen Philosophie in der Bedeutung von ›Tugend‹ (bei Platon etwa orientiert an einer kosmischen Ordnung [↑Kosmos] und, unter pythagoreischem Einfluß, an spekulativ-mathematischen Ideen [↑Ideenzahlenlehre], bei Aristoteles abgelöst durch die ↑Mesotes-Lehre), in ästhetischen Theorien in der Bedeutung von ›Ausgewogenheit‹ oder ›Harmonie‹ (als Komplementärbegriff zu den Begriffen des ↑Schönen und des ↑Erhabenen, etwa bei I. Kant, KU §§ 25–28, Akad.-Ausg. V, 248–264). ›M.‹ tritt dabei häufig auch als Übersetzung der Kardinaltugend (↑Tugend) ›temperantia‹ (↑Sophrosyne) auf.

(2) In der *Mathematik* ist ›M.‹ Grundbegriff der *Maßtheorie* und soll Mengen eine reelle Zahl als Charakterisierung ihres Inhalts zuordnen. Ein M. $\mu$ ist eine Funktion, die einer $\sigma$-Algebra (synonym $\sigma$-Köper, Borelscher Mengenkörper) $\mathfrak{A}$ in einer Menge $\Omega$ (d.h. einer Menge von Teilmengen von $\Omega$, die $\Omega$ enthält, ferner zu einer Menge $A$ aus $\mathfrak{A}$ auch deren Komplement $\complement A$ sowie zu einer Folge $A_1, A_2, \ldots$ von Mengen aus $\mathfrak{A}$ auch deren Vereinigung $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ enthält) nicht-negative reelle Zahlen zuordnet, so daß gilt:

(1) $\mu(\emptyset) = 0$

(2) $\mu(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \Sigma_{i=1}^{\infty} \mu(A_i)$ für alle Folgen $A_1, A_2, \ldots$ von paarweise disjunkten Mengen aus $\mathfrak{A}$.

Fordert man (2) nur von je endlich vielen paarweise disjunkten Mengen $A_1, \ldots, A_n$, so spricht man statt von ›M.‹ auch von ›Inhalt‹. Dabei kann der Definitionsbereich von $\mu$ auf Ringe $\mathfrak{R}$ in $\Omega$ erweitert werden (d.h. Mengen von Teilmengen von $\Omega$, die die leere Menge und mit je zwei Mengen $A$, $B$ auch deren Differenz $A \setminus B$ und Vereinigung $A \cup B$ enthalten). Bedingung (2) nennt man auch ›Volladditivität‹ oder ›$\sigma$-Additivität‹. Mengen $A$ aus $\mathfrak{A}$ mit $\mu(A) = 0$ heißen *$\mu$-Nullmengen*. Ein wichtiger Spezialfall eines Maßes ist das Lebesgue-M. für gewisse Teilmengen (die sogenannten Lebesgue-meßbaren Mengen) des $n$-dimensionalen cartesischen Raumes $\mathbb{R}^n$. Dieser M.begriff ermöglichte es H. Lebesgue im Anschluß an Überlegungen von E. Borel, die Cauchy-Riemannsche Integrationstheorie (↑Integral) entscheidend zu verbessern und zu verallgemeinern. Allerdings umfassen die Lebesgue-meßbaren Mengen nicht alle Teilmengen des $\mathbb{R}^n$; das Lebesgue-M. leistet also nicht, ein Maß des Inhalts (im intuitiven Sinne) *aller* Mengen des $\mathbb{R}^n$ zu liefern. Ist $\mu$ auf 1 normiert, also $\mu(\Omega)=1$, so liegt ein *Wahrscheinlichkeitsmaß* vor (↑Wahrscheinlichkeit). Dieser allgemeine maßtheoretische Wahrscheinlichkeitsbegriff liegt der modernen axiomatischen ↑Wahrscheinlichkeitstheorie zugrunde.

(3) In der *Wissenschaftstheorie* bedeutet M. soviel wie ›metrischer Begriff‹ (d.h. Funktion, die Objekten Zahlen als Meßwerte zuordnet). So geht es z.B. in der historischen Diskussion, welches M. man für die Kraft eines bewegten Körpers wählen solle (oder in Diskussionen der ↑Psychophysik, ein Maß für die Intensität von Empfindungen zu finden) darum, den intuitiven Begriff durch einen geeigneten metrischen Begriff zu explizieren. Das allgemeine Problem der Bildung metrischer Begriffe wird in der ↑Meßtheorie behandelt. Daneben versteht man unter ›M.‹ soviel wie ›Maßeinheit‹, z.B. Meter als M. der Länge, Kilogramm als M. des Gewichts (vgl. die Kategorientafel in Kants Prolegomena [...], 1783, § 21, in der die Kategorie der Einheit durch den Zusatz ›das M.‹ erläutert wird, Akad.-Ausg. IV, 303). Gelegentlich wird unter ›M.‹ auch die M.einheit eines speziellen Begriffs verstanden (so in Bayern ›*die* M.‹ als Einheit des Volumenbegriffs, allerdings nur noch auf Bier bezogen). Umgangssprachlich kann ›M.‹ auch ›*Meßwerkzeug*‹ bedeuten (z.B. ›Metermaß‹), was auf den technisch-praktischen Ursprung metrischer Begriffe hindeutet.

*Literatur:* H. Bauer, Wahrscheinlichkeitstheorie und Grundzüge der M.theorie, Berlin/New York ³1978; P.R. Halmos, Measure Theory, New York 1950 (repr. New York/Heidelberg/Berlin 1974); K. Mainzer/H. Ottmann/ H. Rücker, M., Hist. Wb. Ph. V (1980), 807–825. P.S.

**Masse** (von griech. μάζα [μᾶζα], Teig; engl. mass, franz. masse, ital. massa), Grundeigenschaft der ↑Materie und daher Grundgröße der Physik. Bereits in der aristotelischen Physik des Mittelalters wird die ›quantitas materiae‹ als Trägerin der räumlichen Ausdehnung vom Rauminhalt und Gewicht eines Körpers unterschieden. J. Buridan stellt die Eigenschaft heraus, daß ein Körper desto mehr an impetus (↑Impetustheorie) in sich aufnehmen kann, je mehr Materie er besitzt. Den Begriff der *trägen* M. spricht J. Kepler an, wenn er den einem Körper innewohnenden Bewegungswiderstand in direktem Verhältnis zur Quantität der Materie sieht. Im Unterschied zur Aristotelischen Lehre wird in der Neuzeit die *schwere* M. nicht als ein dem Körper innewohnendes Prinzip aufgefaßt, sondern als eine auf diesen Körper von außen wirkende ↑Kraft.

Nachdem der M.begriff bei R. Descartes und C. Huygens in den ↑Stoßgesetzen verwendet worden war, versucht I. Newton erstmals den M.begriff der klassischen ↑Mechanik zu definieren, und zwar als Produkt von Dichte und Rauminhalt. Dabei ist Newtons Dichtebegriff nicht eindeutig. Häufig wird er (im Unterschied zur M.) als primärer Grundbegriff in Newtons System aufgefaßt, der auf Grund von Newtons atomistischer Vorstellung als die Anzahl der Körperkorpuskeln pro Volumeneinheit zu definieren sei. Autoren wie E. Mach werfen Newton eine Zirkeldefinition der M. vor, da Dichte nur als M. pro Volumen definiert werden könne. Nach L. Euler ist die M. eines Körpers durch die Kraft zu messen, die nötig ist, um ihm eine bestimmte Bewegung (Beschleunigung) zu verleihen. J.C. Maxwell u.a. schlagen vor, den M.begriff im Sinne der Eulerschen Interpretation von Newtons zweitem Mechanikaxiom durch das Verhältnis von Kraft zur Beschleunigung zu definieren. Eine solche Definition besitzt allerdings den Nachteil, eine vom M.begriff unabhängige Kraftdefinition vorauszusetzen. Die M.definition von Mach beruht daher auf dem Prinzip, daß das M.verhältnis $m_1:m_2$ zweier Körper durch das negative reziproke Verhältnis ihrer Beschleunigungen $-(b_2:b_1)$ unter der Wirkung derselben Kraft definiert werden kann, wobei ein Standardkörper wie z.B. der Kilogrammprototyp als Einheit der M. gilt. Dieser M.begriff mißt also den Trägheitswiderstand gegenüber bewegungsbeschleunigenden Kräften. Gegenüber der *trägen* M. $m_t$, die in Newtons zweitem Mechanikaxiom Verwendung findet, ist die *schwere* M. $m_s$ ein Maß für die Eigenschaft eines Körpers, durch Gravitationswirkung einen anderen Körper anzuziehen oder von ihm angezogen zu werden. Das *Gewicht* eines Körpers $G=m_s \cdot g$ ist dann die durch das Newtonsche Gravitationsgesetz (↑Gravitation) gegebene Stärke dieser durch die Fallbeschleunigung $g$ charakterisierten Anziehung. Nachdem Newton und F.W. Bessel mit Pendelversuchen vorausgegangen meinen Einheitswissenschaft von einer speziellen m. u. im Sinne einer ins Philosophische erweiterten Mathematik vor, die dann von Leibniz programmatisch in Angriff genommen wird. Dabei soll die m. u. kalkülmäßig kontrollierbare Ableitungen und damit Begründungen prinzipiell aller wissenschaftlichen Sätze auf der Basis einer characteristica universalis (↑Leibnizsche Charakteristik) liefern, um so durch die erreichte Präzision eine bessere Durchleuchtung der Struktur der einzelnen Wissenschaften und ihrer Beziehungen untereinander zu ermöglichen. Der Leitgedanke einer m. u. hat in der gesamten neuzeitlichen Philosophie eine zentrale Rolle gespielt und eine Faszination ausgeübt, der noch zu Beginn des 20. Jahrhunderts sowohl philosophischen Traditionen verpflichtete Denker wie E. Husserl als auch die zeitgenössischen Verfechter der neuen mathematischen Logik erlegen sind.

*Literatur:* H.W. Arndt, Methodo scientifica pertractatum. Mos geometricus und Kalkülbegriff in der philosophischen Theorienbildung des 17. und 18. Jahrhunderts, Berlin/New York 1971; G. Crapulli, M. u.. Genesi di una idea nel XVI secolo, Rom 1969; E. Husserl, Formale und transzendentale Logik. Versuch einer Kritik der logischen Vernunft, Halle 1929, ed. P. Janssen, Den Haag 1974, 1977 (Husserliana XVII); R. Kauppi, M. U., Hist. Wb. Ph. V (1980), 937–938; J. Mittelstraß, Neuzeit und Aufklärung. Studien zur Entstehung der neuzeitlichen Wissenschaft und Philosophie, Berlin/New York 1970, 425ff.; ders., Die Idee einer M. u. bei Descartes, Persp. Philos. Neues Jb. 4 (1978), 177–192; ders., The Philosopher's Conception of M. U. from Descartes to Leibniz, Ann. Sci. 36 (1979), 593–610. C.T.

**Matrix** (lat., Muttertier, Mutterstamm [von Bäumen]), (1) in der *Mathematik* eine Funktion, die Paaren von Objekten $(i, j)$ (wobei $i, j$ aus endlichen Indexmengen $I$ bzw. $J$) Elemente $a_{ij}$ eines Körpers $K$ (↑Körper (mathematisch)) zuordnet. In dem Fall, in dem $I=\{1, \ldots, n\}$, $J=\{1, \ldots, m\}$ für natürliche Zahlen $m, n$ und $K$ ein Zahlkörper (z.B. der reellen Zahlen) sind, kann man eine M. durch eine rechteckige Anordnung von Zahlzeichen repräsentieren: $m$ heißt dabei ›Zeilenzahl‹, $n$ ›Spaltenzahl‹ der M. Eine M. $A$ aus $m$ Zeilen und $n$ Spalten wird üblicherweise dargestellt als:

$$A=(a_{ij})=\begin{pmatrix} a_{11}, & a_{12}, & \ldots, & a_{1n} \\ a_{21}, & a_{22}, & \ldots, & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1}, & a_{m2}, & \ldots, & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Ist $m=n$, dann heißt $A$ ›quadratisch‹. Eine M. $(a_{ik})$ mit $a_{ij}=1$ für $i=j$ und $a_{ij}=0$ für $i \neq j$ heißt ›Einheitsmatrix‹. In der Einheitsmatrix stehen in der ›Diagonale‹ lauter ›Einsen‹, alle übrigen Glieder sind Null. Für Matrizen der Form $(a_{ij})$, $(b_{jk})$, bei denen die Spaltenzahl der ersten mit der Zeilenzahl der zweiten übereinstimmt, läßt sich eine Addition und Multiplikation definieren, bezüglich welcher diese Matrizen einen nicht-kommutativen Körper bilden. – Bereits in der alten chinesischen Mathematik zur Lösung linearer Gleichungssysteme verwendet, treten Matrizen seit der Mitte des 17. Jahrhunderts in der Determinantentheorie auf. Der Terminus ›M.‹ wurde wohl um 1850 von J.J. Sylvester eingeführt. Heute sind Matrizen vor allem wegen ihrer Bedeutung bei der Lösung linearer Gleichungs- und Differentialgleichungssysteme ein wichtiges Hilfsmittel in vielen Bereichen der reinen und angewandten Mathematik sowie in mathematisierten Fachwissenschaften (z.B. Matrizenmechanik).

(2) In der ↑*Quantorenlogik* bezeichnet man als ›M.‹ einer mit einem Quantor beginnenden Formel $A$ denjenigen Teil von $A$, dessen Hauptzeichen kein Quantor ist und aus dem $A$ durch (gegebenenfalls mehrfache) Quantifizierung hervorgeht (d.h., grob gesprochen, den Teil von $A$, der aus $A$ durch sukzessives Streichen aller links stehenden Quantoren entsteht, bis eine Formel ohne Quantor als Hauptzeichen erreicht ist). Z.B. ist $A(x, y) \wedge \bigvee_z B(z)$ die M. von $\bigwedge_x \bigvee_y (A(x, y) \wedge \bigvee_z B(z))$. Ist die M. einer Formel selbst quantorenfrei, so befindet sich die Formel in pränexer ↑Normalform.

(3) In der *mehrwertigen Junktorenlogik* (↑Logik, mehrwertige) spricht man von einer ›logischen M.‹, wenn eine Menge von ↑Wahrheitswerten, eine Teilmenge davon als Menge der ausgezeichneten Wahrheitswerte und eine Menge von Grundfunktionen auf den Wahrheitswerten gegeben ist. Im Falle endlich vieler Wahrheitswerte können die Grundfunktionen durch ↑Wahrheitstafeln angegeben werden, die Matrizen im anschaulichen Sinne einer rechteckigen Anordnung sind (↑Matrix, logische).

(4) In der *Philosophie- bzw. Wissenschaftsgeschichte* tritt der Begriff der M. in der spekulativen ↑Naturphilosophie der Renaissance (J. Böhme, Paracelsus, R. Fludd) in unterschiedlicher Bedeutung auf; zumeist zur Bezeichnung von Ähnlichkeits-, Abbildungs- oder Abstammungsverhältnissen, in denen die M. bestimmenden Einfluß ausübt. Wohl vermittelt durch C. v. Linné findet der M.begriff auch in der romantischen Naturphilosophie (↑Naturphilosophie, romantische) Verwendung. – In T.S. Kuhns Konzeption wissenschaftlicher Entwicklungen (↑Wissenschaftsgeschichte)

bezeichnet der Begriff der disziplinären M. in der Phase der normalen Wissenschaft (↑Wissenschaft, normale) die (häufig nicht expliziten) Leitvorstellungen (bestehend aus: den allgemein verwendeten Symbolisierungen und den leitenden Modellvorstellungen, die als Musterbeispiele für analoge Problemlösungen dienen, sowie sonstigen methodologischen und anderen Wertvorstellungen). Der Begriff der disziplinären M. soll den zunächst verwendeten unscharfen Begriff des ↑Paradigmas ablösen.

*Literatur:* W. Gröbner, Matrizenrechnung, Mannheim 1966; T.S. Kuhn, The Structure of Scientific Revolutions, Chicago [2]1970, 174–210 (Postscript – 1969) (dt. Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen, Frankfurt [2]1976. 186–221 [Postscriptum – 1969]); ders., Second Thoughts on Paradigms, in: F. Suppe (ed.), The Structure of Scientific Theories, Urbana Ill. 1974, 459–482 (dt. Neue Überlegungen zum Begriff des Paradigma, in: ders., Die Entstehung des Neuen. Studien zur Struktur der Wissenschaftsgeschichte, ed. L. Krüger, Frankfurt 1977, 389–420); T. Rentsch/H.M. Nobis, M., Hist. Wb. Ph. V (1980), 939–941. G.W./P.S.

**Matrix, logische,** auf A. Tarski zurückgehender zentraler Begriff der mehrwertigen Logik (↑Logik, mehrwertige). Eine l. M. $\mathfrak{M}$ bezüglich einer junktorenlogischen Sprache mit bestimmten Verknüpfungen ist gegeben durch eine Menge $M$, deren Elemente als ↑*Wahrheitswerte* bezeichnet werden, eine nicht-leere Teilmenge $M^+ \subseteq M$ als Menge der (von P. Bernays so genannten) *ausgezeichneten Wahrheitswerte* und ein System von den Verknüpfungen der betrachteten Sprache korrespondierenden Funktionen über $M$, den sogenannten *Grundfunktionen* der Matrix. $M$, $M^+$ und das System der Grundfunktionen kann dabei unendlich sein. Im Grenzfall der klassischen zweiwertigen ↑Junktorenlogik (↑Logik, zweiwertige) ist $M = \{\text{Y}, \text{⅄}\}$, $m^+ = \{\text{Y}\}$; die Grundfunktionen sind durch die üblichen ↑Wahrheitstafeln gegeben. Durch eine l. M. mit $M = \{0, 1, 2\}$, $M^+ = \{1, 2\}$ und die durch die folgenden Tafeln definierten einstelligen bzw. zweistelligen Grundfunktionen $f$ bzw. $g$

| | $f$ | $g$ | 2 | 1 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 0 | 2 | 0 | 2 | 2 | 2 |

ist z.B. ein dreiwertiges logisches System mit zwei ausgezeichneten Werten gegeben. Für die Definition junktorenlogischer Grundbegriffe wie ↑Tautologie und ↑Folgerung innerhalb der mehrwertigen Logik spielen die ausgezeichneten Wahrheitswerte die Rolle, die der Wahrheitswert ›wahr‹ in der zweiwertigen Logik spielt. Z.B. ist eine Formel $A$ eine $\mathfrak{M}$-Tautologie, falls der Wert von $A$ bei jeder Belegung in $M$ (d.h. einer Zuordnung von Elementen aus $M$ zu ↑Aussagenvariablen) ein ausgezeichneter Wahrheitswert ist (im zweiwertigen Fall: falls $A$ bei jeder ↑Belegung den Wert ›wahr‹ erhält). $A$ ist eine $\mathfrak{M}$-Folgerung aus einer Formelmenge $X$, wenn für jede Belegung in $M$, bei der alle Formeln aus $X$ einen ausgezeichneten Wert erhalten, auch $A$ einen ausgezeichneten Wert erhält (im zweiwertigen Fall: wenn für jede Belegung, bei der alle Formeln aus $X$ den Wert ›wahr‹ erhalten, auch $A$ den Wert ›wahr‹ erhält).

Die abstrakte Fassung des Begriffs der l.n M. erlaubt es, Systeme der mehrwertigen Logik in großer Allgemeinheit auf mathematisch-algebraische Weise zu behandeln. Als eines der ersten wichtigen Ergebnisse sei der auf A. Lindenbaum zurückgehende *Matrizenexistenzsatz* genannt, nach dem zu jeder Konsequenzrelation $\vdash$ (↑Konsequenzenlogik) zwischen junktorenlogischen Formeln, für die mit $X \vdash F$ auch $X^s \vdash F^s$ für die Resultate $X^s$, $F^s$ beliebiger Substitutionen $s$ von Formeln für Aussagenvariablen in $X$, $F$ gilt, eine Matrix (mit den betrachteten Junktoren korrespondierenden Grundfunktionen) existiert, so daß $\vdash A$ genau dann gilt, wenn $A$ eine Tautologie ist, also eine gewisse Art von ↑Vollständigkeit besteht. Dieses Resultat zeigt, daß es grundsätzlich möglich ist, jede Unableitbarkeitsbehauptung in einem junktorenlogischen System durch den Nachweis zu begründen, daß die betreffende Formel keine Tautologie bezüglich der dem System entsprechenden Matrix ist. Für spezielle Unableitbarkeitsbehauptungen (↑unableitbar/Unableitbarkeit) ist diese Idee (unabhängig von dem Existenzsatz) häufig genutzt worden, z.B. von A. Heyting zum Beweis der Unabhängigkeit (↑unabhängig/Unabhängigkeit (logisch)) der Axiome und der Unableitbarkeit des ↑tertium non datur für sein System der intuitionistischen Junktorenlogik (↑Logik, intuitionistische).

*Literatur:* P. Bernays, Axiomatische Untersuchung des Aussagen-Kalkuls der »Principia Mathematica«, Math. Z. 25 (1926), 305–320; A. Heyting, Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik, Sitz.ber. Preuß. Akad. Wiss., phys.-math. Kl. 1930, Berlin 1930, 42–56 (repr. in: ders., Collected Papers, Amsterdam 1980, 191–205); J. Łukasiewicz/A. Tarski, Untersuchungen über den Aussagenkalkül, Compt. rendus séances Soc. Sci. Lettr. Varsovie 23 (1930), Classe III, 30–50 (engl. Investigations into the Sentential Calculus, in: A. Tarski, Logic, Semantics, Metamathematics. Papers from 1923 to 1938, Oxford 1956, ferner in: J. Łukasiewicz, Selected Works, ed. L. Borkowski, Amsterdam/London, Warszawa 1970, 131–152); W. Rautenberg, Klassische und nichtklassische Aussagenlogik,

bezeichnet der Begriff der disziplinären M. in der Phase der normalen Wissenschaft (↑Wissenschaft, normale) die (häufig nicht expliziten) Leitvorstellungen (bestehend aus: den allgemein verwendeten Symbolisierungen und den leitenden Modellvorstellungen, die als Musterbeispiele für analoge Problemlösungen dienen, sowie sonstigen methodologischen und anderen Wertvorstellungen). Der Begriff der disziplinären M. soll den zunächst verwendeten unscharfen Begriff des ↑Paradigmas ablösen.

*Literatur:* W. Gröbner, Matrizenrechnung, Mannheim 1966; T.S. Kuhn, The Structure of Scientific Revolutions, Chicago [2]1970, 174–210 (Postscript – 1969) (dt. Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen, Frankfurt [2]1976. 186–221 [Postscriptum – 1969]); ders., Second Thoughts on Paradigms, in: F. Suppe (ed.), The Structure of Scientific Theories, Urbana Ill. 1974, 459–482 (dt. Neue Überlegungen zum Begriff des Paradigma, in: ders., Die Entstehung des Neuen. Studien zur Struktur der Wissenschaftsgeschichte, ed. L. Krüger, Frankfurt 1977, 389–420); T. Rentsch/H.M. Nobis, M., Hist. Wb. Ph. V (1980), 939–941. G.W./P.S.

**Matrix, logische,** auf A. Tarski zurückgehender zentraler Begriff der mehrwertigen Logik (↑Logik, mehrwertige). Eine l. M. $\mathfrak{M}$ bezüglich einer junktorenlogischen Sprache mit bestimmten Verknüpfungen ist gegeben durch eine Menge $M$, deren Elemente als ↑*Wahrheitswerte* bezeichnet werden, eine nicht-leere Teilmenge $M^+ \subseteq M$ als Menge der (von P. Bernays so genannten) *ausgezeichneten Wahrheitswerte* und ein System von den Verknüpfungen der betrachteten Sprache korrespondierenden Funktionen über $M$, den sogenannten *Grundfunktionen* der Matrix. $M$, $M^+$ und das System der Grundfunktionen kann dabei unendlich sein. Im Grenzfall der klassischen zweiwertigen ↑Junktorenlogik (↑Logik, zweiwertige) ist $M = \{\curlyvee, \curlywedge\}$, $m^+ = \{\curlyvee\}$; die Grundfunktionen sind durch die üblichen ↑Wahrheitstafeln gegeben. Durch eine l. M. mit $M = \{0, 1, 2\}$, $M^+ = \{1, 2\}$ und die durch die folgenden Tafeln definierten einstelligen bzw. zweistelligen Grundfunktionen $f$ bzw. $g$

| | $f$ | $g$ | 2 | 1 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 0 | 2 | 0 | 2 | 2 | 2 |

ist z.B. ein dreiwertiges logisches System mit zwei ausgezeichneten Werten gegeben. Für die Definition junktorenlogischer Grundbegriffe wie ↑Tautologie und ↑Folgerung innerhalb der mehrwertigen Logik spielen die ausgezeichneten Wahrheitswerte die Rolle, die der Wahrheitswert ›wahr‹ in der zweiwertigen Logik spielt. Z.B. ist eine Formel $A$ eine $\mathfrak{M}$-Tautologie, falls der Wert von $A$ bei jeder Belegung in $M$ (d.h. einer Zuordnung von Elementen aus $M$ zu ↑Aussagenvariablen) ein ausgezeichneter Wahrheitswert ist (im zweiwertigen Fall: falls $A$ bei jeder ↑Belegung den Wert ›wahr‹ erhält). $A$ ist eine $\mathfrak{M}$-Folgerung aus einer Formelmenge $X$, wenn für jede Belegung in $M$, bei der alle Formeln aus $X$ einen ausgezeichneten Wert erhalten, auch $A$ einen ausgezeichneten Wert erhält (im zweiwertigen Fall: wenn für jede Belegung, bei der alle Formeln aus $X$ den Wert ›wahr‹ erhalten, auch $A$ den Wert ›wahr‹ erhält).

Die abstrakte Fassung des Begriffs der l.n M. erlaubt es, Systeme der mehrwertigen Logik in großer Allgemeinheit auf mathematisch-algebraische Weise zu behandeln. Als eines der ersten wichtigen Ergebnisse sei der auf A. Lindenbaum zurückgehende *Matrizenexistenzsatz* genannt, nach dem zu jeder Konsequenzrelation $\vdash$ (↑Konsequenzenlogik) zwischen junktorenlogischen Formeln, für die mit $X \vdash F$ auch $X^s \vdash F^s$ für die Resultate $X^s$, $F^s$ beliebiger Substitutionen $s$ von Formeln für Aussagenvariablen in $X$, $F$ gilt, eine Matrix (mit den betrachteten Junktoren korrespondierenden Grundfunktionen) existiert, so daß $\vdash A$ genau dann gilt, wenn $A$ eine Tautologie ist, also eine gewisse Art von ↑Vollständigkeit besteht. Dieses Resultat zeigt, daß es grundsätzlich möglich ist, jede Unableitbarkeitsbehauptung in einem junktorenlogischen System durch den Nachweis zu begründen, daß die betreffende Formel keine Tautologie bezüglich der dem System entsprechenden Matrix ist. Für spezielle Unableitbarkeitsbehauptungen (↑unableitbar/Unableitbarkeit) ist diese Idee (unabhängig von dem Existenzsatz) häufig genutzt worden, z.B. von A. Heyting zum Beweis der Unabhängigkeit (↑unabhängig/Unabhängigkeit (logisch)) der Axiome und der Unableitbarkeit des ↑tertium non datur für sein System der intuitionistischen Junktorenlogik (↑Logik, intuitionistische).

*Literatur:* P. Bernays, Axiomatische Untersuchung des Aussagen-Kalkuls der »Principia Mathematica«, Math. Z. 25 (1926), 305–320; A. Heyting, Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik, Sitz.ber. Preuß. Akad. Wiss., phys.-math. Kl. 1930, Berlin 1930, 42–56 (repr. in: ders., Collected Papers, Amsterdam 1980, 191–205); J. Łukasiewicz/A. Tarski, Untersuchungen über den Aussagenkalkül, Compt. rendus séances Soc. Sci. Lettr. Varsovie 23 (1930), Classe III, 30–50 (engl. Investigations into the Sentential Calculus, in: A. Tarski, Logic, Semantics, Metamathematics. Papers from 1923 to 1938, Oxford 1956, ferner in: J. Łukasiewicz, Selected Works, ed. L. Borkowski, Amsterdam/London, Warszawa 1970, 131–152); W. Rautenberg, Klassische und nichtklassische Aussagenlogik, Braunschweig/Wiesbaden 1979; A. Tarski, Der Aussagenkalkül und die Topologie, Fund. Math. 31 (1938), 103–134 (engl. Sentential Calculus and Topology, in: ders., Logic Semantics, Metamathematics [s.o.], 421–454). P.S.

**Maupertuis,** Pierre Louis Moreau de, *St. Malo 28. Sept. 1698, †Basel, 27. Juli 1759, franz. Naturforscher und Philosoph. Nach privater Ausbildung, insbesondere in Philosophie, Musik und Mathematik, 1718 Offizier. Bereits 1723 Mitglied der »Académie des sciences« (Paris); 1728 Reise nach London, Anhänger der Newtonschen Physik und Mitglied der »Royal Society«. 1729 Studium bei Joh. Bernoulli in Basel und Freundschaft mit dessen Sohn Joh. II Bernoulli, Bekanntschaft mit J.S. König. 1740 mit Voltaire, den er, ebenso wie die Marquise du Châtelet, mit den Lehren I. Newtons bekannt gemacht hatte, bei Friedrich II. Beratungen über die durch den 1. Schlesischen Krieg unterbrochene Reorganisation der Berliner Akademie, mit der M. beauftragt wird. M. nimmt am Krieg teil, wird 1741 gefangengenommen und nach einer Audienz bei Maria Theresia freigelassen; Rückkehr nach Paris, 1743 Aufnahme in die »Académie Française«. 1746 durch Friedrich II. Ernennung zum Präsidenten der reorganisierten Berliner Akademie der Wissenschaften. – M. ist ein Wegbereiter des englischen ↑Empirismus (J. Locke, D. Hume) in Deutschland und der Newtonschen Physik in Frankreich. Er vertritt in philosophischen Fragen einen experimentalphilosophischen (↑Experimentalphilosophie), empiristischen Standpunkt, während seine physikalischen und biologischen Auffassungen sich oft an rationalistischen Konzeptionen (besonders G.W. Leibniz) orientieren. Auch die Mathematik ist, weil seiner Meinung nach letztlich auf Sinneseindrücken beruhend, eine empirische Wissenschaft. Da mathematisches Wissen im Prinzip den gleichen empirischen Charakter hat wie anderes Wissen, entfällt die einen Vorrang mathematischen Wissens implizierende Unterscheidung von primären (z.B. Ausdehnung) und sekundären (z.B. Farbe) ↑Qualitäten der Körper. Was die Dinge ›wirklich‹ sind, bleibt unbekannt; bekannt sind lediglich die durch Sinneseindrücke ermittelten Phänomene. In sprachphilosophischen Schriften untersucht M. unter anderem den Ursprung der Sprachen und gibt eine erste detaillierte (empiristische) Analyse von Existenzbehauptungen.

Im Bereich der exakten Wissenschaften befaßt sich M., von kleineren mathematischen Schriften abgesehen, vor allem mit Physik und Biologie. 1736/1737 gelingt ihm auf einer Lapplandexpedition durch Messung der Bogenlänge eines Meridians an verschiedenen Breiten der empirische Nachweis der von Newton aus theoretischen Gründen (Gravitation) geforderten Abplattung der Erde in der Nähe der Pole. – Das von ihm aufgestellte, von König als Leibnizplagiat bezeichnete ›Prinzip der kleinsten Aktion‹ (principe de la moindre action, ↑Prinzip der kleinsten Wirkung) führte zu einer Spaltung unter den deutschen Naturforschern. Der Streit ging trotz baldiger offizieller Rehabilitation M.' weiter und war der Anlaß der Trennung Friedrichs II. von Voltaire, der M. in satirischen Schriften attackiert hatte. Das Prinzip der kleinsten Aktion behauptet für alle (auch organischen) Veränderungen im Universum, daß die ›Aktion‹ (d.h. Masse mal Geschwindigkeit mal zurückgelegter Weg) der beteiligten Körper stets ein mathematisches Minimum ist. Das nicht zuletzt aus teleologisch-theologischen Motiven (eine neue Version des kosmologischen ↑Gottesbeweises) aufgestellte Prinzip ist in dieser Formulierung nicht zu halten, jedoch für die naturwissenschaftliche Entwicklung (z.B. W.R. Hamiltons Optik, biologische Homeostase) von großem heuristischen Wert. – In seinen bedeutenden biologischen Arbeiten über Vererbung (Nachweis dominanter Erbfaktoren) und Embryonalentwicklung (Kritik der Präformationstheorie [↑Evolution] und Argumente für die epigenetische Auffassung) nimmt M. Erkenntnisse des 19. Jahrhunderts voraus. An Leibniz erinnert M.' Konzeption des Aufbaus der Organismen aus Elementarpartikeln, die Eigenschaften der Zu- und Abneigung sowie ›Gedächtnis‹ besitzen. Aus dieser Konzeption entwickelte M. eine Theorie der Umwandlung der Arten, die als eine Vorläuferin der ↑Evolutionstheorie angesehen werden kann.

*Werke:* Œuvres, Dresden 1752; Œuvres, I–II, Berlin, Lyon 1753; Œuvres, I–IV, Lyon 1756, [2]1768 (repr., ed. G. Tonelli [mit Bibliographie in Bd. I], Hildesheim/New York 1974 [enthält außerdem Repr. von: Examen philosophique de la preuve de l'existence de Dieu [...], Hist. Acad. Royal Berlin 1755, Berlin 1757, 389–424]). – Discours sur les différentes figures des astres avec une exposition des systèmes de MM Descartes et Newton, Paris 1732, [2]1742; La figure de la terre [...], Paris, Amsterdam 1738 (dt. Figur der Erden bestimmt durch die Beobachtungen des Herrn von M. [...], Übers. J.S. König, Zürich 1741, [2]1761); (anonym) Éléments de geographie, Paris 1740, [2]1742; Dissertation physique à l'occassion du nègre blanc, Leiden 1744, rev. u. erw. unter dem Titel: Venus physique, Leiden 1745, Paris [5]1748, [7]1777 (mit Untertitel: Lettre sur le progrès des sciences, ed. P. Tort, Paris 1980) (dt. [nur 1. Teil] Die physische Venus, Hamburg [?] 1788; engl. The Earthly Venus, Introd. G. Boas, New York 1966); Accord de différentes loix de la nature, qui ont paru jusqu'ici incompatibles, Mém. Acad. Sci. Paris 1744, Paris 1748, 53–55; Réfle-

**Menelaos** von Alexandreia, ca. 100 n. Chr., griech. Mathematiker und Astronom. Von arabischen Autoren wird M. ein Katalog der Fixsterne und von Pappos eine Abhandlung über den Untergang der Sternzeichen im Zodiak zugeschrieben. Wie vor ihm Hipparchos und nach ihm K. Ptolemaios soll M. nach einer Bemerkung des Theon von Alexandreia Sehnentafeln, also die griechischen Vorläufer der Sinustafeln, verfaßt haben. Mit den drei Büchern seiner »Sphaerica«, die nur in einer arabischen Übersetzung aus der 2. Hälfte des 9. Jahrhunderts erhalten ist, wird M. zum Begründer der *sphärischen Trigonometrie*. In Buch I definiert M. zum ersten Mal ein sphärisches Dreieck mit Kugelgroßkreisen als Seiten. Er überträgt die Dreiecksätze aus Buch I der Euklidischen »Elemente« auf sphärische Dreiecke und beweist Sätze, die für die spätere ↑nicht-euklidische Geometrie große Bedeutung erlangen: Zwei sphärische Dreiecke sind kongruent, wenn die entsprechenden Winkel gleich sind (d.h. Ähnlichkeit und Kongruenz sind nicht unterschieden wie bei ebenen Euklidischen Dreiecken). Ferner ist die Winkelsumme im sphärischen Dreieck größer als zwei Rechte. Während Buch II nur bekannte Anwendungen aus der Astronomie behandelt, beginnt Buch III mit dem berühmten, nach M. benannten *Transversalensatz* für rechtwinklige sphärische Dreiecke. In der Ebene gilt für die Seiten eines Dreiecks $ABC$, dessen Seiten von einer Transversalen in den Punkten $A'$, $B'$, $C'$ geschnitten werden, daß $AC:B'C=(AB:C'B)\cdot(C'A':B'A')$ ist (Abb. 1).

Den sphärischen Fall erhält M., indem er die Dreieckseiten und Transversalen als Bögen von Großkreisen auf Kugeln auffaßt (Abb. 2). Damit gilt: $\sin AC:\sin B'C=(\sin AB:\sin C'B)\cdot(\sin C'A':\sin B'A')$.

Ergänzt man bei rechtwinkligen sphärischen Dreiecken $ABC$ die Seiten $BA$ und $CA$ zu Viertelkreisbögen $R$, so gilt: $\sin AC:\sin R=(\sin AB:\sin R)\cdot(\sin C'A':\sin R)$, also $\sin AC=\sin AB\cdot\sin C'A'$, d.i. der heutige Satz $\sin\beta=\dfrac{\sin AC}{\sin AB}$.

Ebenso gilt für das Dreieck $AB'C'$, daß

$$\sin\alpha=\frac{\cos\beta}{\cos AC}\text{ und }\cos BC=\frac{\cos BA}{\cos AC}\text{ ist.}$$

Nach dem Werkregister (»Fihrist«) des Ibn al-Nadīm soll M. der Verfasser der »Elemente der Geometrie« und eines »Buches über das Dreieck« sein. In diesem Zusammenhang wird M. auch eine Lösung des ↑Delischen Problems zugeschrieben, die von einer der Hippopode verwandten Kurve Gebrauch macht.

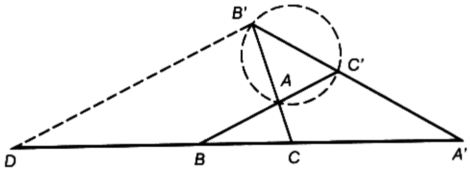


Abb. 1

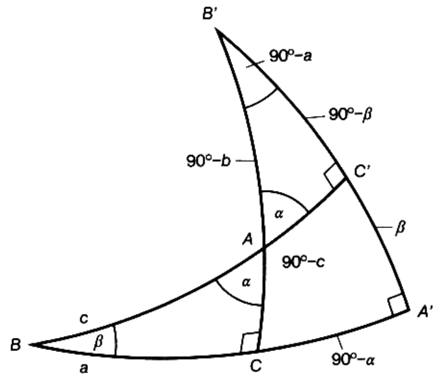


Abb. 2

*Werke:* Die Sphärik von M. aus Alexandrien in der Verbesserung von Abū-Nasr Mansūr bin 'Alī bin 'Irāq. Mit Untersuchungen zur Geschichte des Textes bei den islamischen Mathematikern, ed. M. Krause, Abh. Ges. Wiss. Göttingen, philos.-hist. Kl., 3. Folge Nr. 17, Berlin 1936 (repr. Göttingen 1972), 117–254 (dt. Übers., im Anhang arab. Text).

*Literatur:* M.F. Aintabi, Arab Scientific Progress and Menelaus of Alexandria, in: XII[e] congrès int. d'histoire des sciences, Paris, 25–31 août 1968. Actes, Tome III A (Science et philosophie. Antiquité. Moyen Âge. Renaissance), Paris 1971, 7–12; A.A. Björnbo, Hat M. einen Fixsternkatalog verfaßt?, Bibl. Math. 2 (1901), 196–212; ders., Studien über M.' Sphärik. Beiträge zur Geschichte der Sphärik und Trigonometrie der Griechen, Abh. Gesch. Math. Wiss. 14 (1902), 1–154; I. Bulmer-Thomas, Menelaus of Alexandria, DSB IX (1974), 296–302; T. Heath, A History of Greek Mathematics II, Oxford 1921, 261–273; K. Mainzer, Geschichte der Geometrie, Mannheim/Wien/Zürich 1980; J. Mau, M., KP III (1975), 1210–1211; A. Rome, Premiers essais de trigonométrie rectiligne chez les Grecs, Ann. Soc. sci. Bruxelles, ser. A, 52 (1932), 271–274; ders., Les explications de Théon d'Alexandrie sur le théorème de M., Ann. Soc. sci. Bruxelles, ser. A, 53 (1933), 39–50. K.M.

**Menge** (engl. set, franz. ensemble), mathematisch-logischer Grundbegriff, Gegenstand der ↑Mengenlehre. Nach G. Cantor (1895) ist eine M. »jede Zusammenfassung $M$ von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten unserer Anschauung oder unseres Denkens (welche die ›Elemente‹ von $M$ genannt werden) zu einem Ganzen« (Gesammelte Abhandlungen, 282). In ähnlicher Weise spricht R. Dedekind (1888) von ›Systemen‹. Charakteristisch für M.n ist, daß sie von der Anordnung ihrer Elemente unabhängig sind, ferner, daß sie – im Unterschied zu Aggregaten, die aus *Teilen* zusammengesetzte Ganze sind, von ihren Elementen ›kategorial‹ unterschieden sind (↑Mereologie). M.n können selbst wieder Elemente weiterer M.n sein. Für die Beziehung zwischen Elementen einer M. und der M. selbst hat G. Peano das Elementschaftszeichen ›$\in$‹ eingeführt. Davon unterschieden ist die Inklusionsbeziehung ›$\subseteq$‹, die sich mit Hilfe der Elementschaftsbeziehung ›$\in$‹ durch

$$a \subseteq b \leftrightharpoons \bigwedge_x (x \in a \rightarrow x \in b)$$

definieren läßt. Statt von M.n spricht man in der Logik (weniger in der Mathematik) auch oft von Klassen (↑Klasse (logisch)). Dabei ist zu beachten, daß ›M.‹ in bestimmten Axiomensystemen der Mengenlehre einen gegenüber ›Klasse‹ spezifischen Sinn hat (↑Neumann-Bernays-Gödelsche Axiomensysteme). Die Operationen und Gesetze des auf G. Boole zurückgehenden ↑Klassenkalküls, die sich auf die Inklusions-, Vereinigungs-, Durchschnitts-, Komplements- und Differenzbildung beziehen, lassen sich als Operationen für M.n auffassen und innerhalb der Mengenlehre als Mengenalgebra durchführen.

Abgesehen von der bei endlichen M.n bestehenden Möglichkeit, sie durch Aufzählung ihrer Elemente zu definieren, kann man M.n nur durch Angabe einer Eigenschaft charakterisieren, die durch eine ↑Aussageform dargestellt wird. Für eine Aussageform ›$A(x)$‹ bezeichnet man dann mit ›$\in_x A(x)$‹ oder ›$\{x \mid A(x)\}$‹ die M. der Objekte $x$, die ›$A(x)$‹ erfüllen. Der Übergang von Aussageformen ›$A(x)$‹ zu M.n ›$\in_x A(x)$‹ läßt sich als Abstraktion (↑Abstraktionsschema) beschreiben. Man geht dabei davon aus, daß Aussageformen mit einer freien Variablen, die von denselben Objekten erfüllt werden, dieselbe M. bestimmen (*Abstraktionsprinzip*):

$$\bigwedge_x (A(x) \leftrightarrow B(x)) \leftrightarrow \{x \mid A(x)\} = \{x \mid B(x)\}.$$

Dies führt zum allgemeinen *Extensionalitätsprinzip* für M.n (in axiomatischen Systemen als ↑Extensionalitätsaxiom):

$$\bigwedge_x (x \in a \leftrightarrow x \in b) \leftrightarrow a = b.$$

Problematisch ist das allgemeine *Komprehensionsprinzip* (↑Komprehension), das fordert, daß es zu jeder Aussageform ›$A(x)$‹ eine M. gibt, die genau die Elemente umfaßt, die ›$A(x)$‹ erfüllen:

$$\bigvee_a \bigwedge_x (x \in a \leftrightarrow A(x)).$$

Dieses Prinzip führt in seiner uneingeschränkten Form zu den ↑Antinomien der Mengenlehre – speziell zur ↑Zermelo-Russellschen Antinomie, wenn man ›$x \in x$‹ für ›$A(x)$‹ einsetzt und dann ›$x$‹ zu ›$a$‹ spezialisiert. Wege, diesen Antinomien zu entgehen, sind einmal typentheoretische Ansätze (↑Typentheorien), die den Bereich der im Komprehensionsprinzip zugelassenen Aussageformen einschränken bzw. nach ›Typen‹ unterscheiden, zum anderen axiomatische Ansätze (↑Mengenlehre, axiomatische), die eigene M.nbildungsaxiome besitzen, die die Definition neuer M.n erlauben. Daneben stehen konstruktive Ansätze (teils typentheoretische, teils axiomatische Züge [im Sinne einer logischen Theorie erster Stufe] tragend), die an die im Komprehensionsprinzip zugelassenen Aussageformen den Anspruch der Konstruktivität stellen, im stärksten Fall den der Entscheidbarkeit (↑Mengenlehre, konstruktive).

Eine wichtige Operation der M.nbildung ist die Bildung der ↑*Potenzmenge* $\mathfrak{P}(M)$ einer M. $M$, d.h. der M. aller Teilmengen von $M$. Cantor konnte mit Hilfe seines zweiten Diagonalverfahrens (↑Cantorsches Diagonalverfahren) zeigen, daß es keine bijektive Abbildung einer M. $M$ in ihre Potenzmenge $\mathfrak{P}(M)$ gibt, daß also $M$ und $\mathfrak{P}(M)$ in diesem Sinne nicht gleichmächtig sind. Dies führte Cantor zur Theorie beliebiger unendlicher *Mächtigkeiten* und damit zur transfiniten Kardinalzahlarithmetik (↑Kardinalzahl, ↑Arithmetik, transfinite), einem zentralen Teil seiner Mengenlehre. In diesem Zusammenhang ergab sich auch das Problem der ↑Kontinuumhypothese. Ein weiterer wichtiger Teil der Mengenlehre ist die Untersuchung der *geordneten* M.n, speziell der wohlgeordneten M.n (↑Wohlordnung). Hieraus ergab sich die Theorie der transfiniten ↑Ordinalzahlen. In sachlichem Zusammenhang damit steht auch das ↑Auswahlaxiom; denn E. Zermelo konnte 1904 mit dessen Hilfe zeigen, daß jede M. wohlordenbar ist; umgekehrt ergibt sich aus dem Wohlordnungssatz sofort das Auswahlaxiom, so daß es mit diesem gleichwertig ist. – Der Bereich, der sich durch sukzessive Potenzmengenbildung aus bereits erreichten M.n, ausgehend von einem Bereich von *Urelementen* oder nur der leeren M. (↑Menge, leere) ergibt, heißt auch ›kumulative‹ oder ›von Neumannsche Hierarchie‹ (nach J. v. Neumann); er wird oft als der intuitiv von einer Mengentheorie intendierte Objektbereich angesehen. Ob der Bereich eines Modells einer axiomatischen Mengenlehre tatsächlich diese kumulative Struktur hat, hängt von der Gültigkeit des Fundierungsaxioms (↑Regularitätsaxiom) ab.

Die Formulierung von mathematischen Theorien in mengentheoretischer Sprechweise hat sich als äußerst fruchtbar erwiesen. Die Mengenlehre ist zu einem zentralen Zweig der Mathematik geworden und wird oft als universaler Sprachrahmen der Mathematik angesehen – sieht man von der kategorientheoretischen Sprechweise einmal ab. Der philosophische Streit um die Grundlagen der Rede über M.n – sind M.n an sich seiende Objekte, Konstruktionen des menschlichen Geistes, oder muß die Mengenlehre als formales System betrieben werden? – ist trotz der Verbreitung mengentheoretischer Vorstellungen nicht endgültig gelöst.

*Literatur:* ↑ Mengenlehre. P.S.

**Menge, geordnete,** ↑ Ordnung, ↑ Ordinalzahl.

**Menge, leere** (engl. empty set, null set), auch leere Klasse oder Nullmenge, eine ↑ Menge, welche kein Element enthält. Eine l. M. kann dargestellt werden (↑ Darstellung (logisch-mengentheoretisch)) durch eine ↑ unerfüllbare einstellige Aussageform wie z.B. $x \neq x$ (also als $\in_x x \neq x$). Da unerfüllbare Aussageformen logisch äquivalent sind, sind die durch sie dargestellten l.n M.n gleich; man kann also von *der* l.n M. (Symbol: $\emptyset$) sprechen. In manchen Systemen der axiomatischen Mengenlehre (↑ Mengenlehre, axiomatische), so z.B. in der von E. Zermelo 1908 angegebenen Axiomatisierung (↑ Zermelo-Fraenkelsches Axiomensystem), wird die Existenz einer l.n M. eigens axiomatisch gefordert (›Nullmengenaxiom‹): $\bigvee_a \bigwedge_b (\neg\, b \in a)$. Betrachtet man das System der Teilmengen einer Menge als ↑ Verband bezüglich der Inklusion $\subseteq$, so bildet die l. M. das Nullelement. P.S.

**Mengen, ähnliche,** lassen sich die Elemente zweier Mengen $M$ und $N$, für die jeweils eine Ordnungsrelation (↑ Ordnung) $<_M$ bzw. $<_N$ erklärt ist, umkehrbar eindeutig so aufeinander abbilden, daß für je zwei entsprechende Elementenpaare $a_1, a_2 \in M$ und $b_1, b_2 \in N$ die Beziehung $a_1 <_M a_2$ genau dann besteht, wenn $b_1 <_N b_2$ gilt, so heißen $M$ und $N$ ›ähnlich‹ ($M \simeq N$). C.T.

**Mengenbildungsaxiom,** ↑ Mengenlehre, axiomatische.

**Mengenlehre** (engl. set theory, franz. théorie des ensembles), zentrale Disziplin der Mathematik und mathematischen Logik. Die M. wurde seit 1874 von G. Cantor als Theorie unendlicher Gesamtheiten begründet und als Theorie des aktual Unendlichen aufgefaßt (↑ unendlich/Unendlichkeit). Cantor führte zahlreiche zentrale Begriffe ein, z.B. ›Mächtigkeit‹, ↑ ›Kardinalzahl‹, ›wohlgeordnet‹ (↑ Wohlordnung), ›Ordnungszahl‹ (↑ Ordinalzahl), und entwickelte die Theorie unendlicher Kardinal- und Ordinalzahlen (↑ Arithmetik, transfinite). R. Dedekind unternahm, unter Verwendung des Ausdrucks ›System‹ (Was sind und was sollen die Zahlen?, 1888), eine Einbettung der Arithmetik in die M. Mit der Entwicklung der M. und Kardinalzahltheorie stellten sich einige bis heute fundamentale Probleme wie die Gültigkeit von ↑ Kontinuumhypothese, Auswahlprinzip (↑ Auswahlaxiom), Wohlordnungssatz usw. Die Probleme der ↑ Antinomien der Mengenlehre sowie die Kritik von konstruktiver Seite etwa am Auswahlprinzip (z.B. L. Kronecker, H. Poincaré) führten seit E. Zermelo (1908) zu dem Bemühen, der M. eine axiomatische Grundlage zu geben (↑ Mengenlehre, axiomatische) – von deren Warte Cantors Mengenauffassung dann als ›naiv‹ bezeichnet wird. Im Gegensatz zu axiomatischen Begründungen der M. stehen die auf G. Frege zurückgehenden logizistischen Versuche (↑ Logizismus), das Reden über Mengen logisch als das Reden über Begriffsumfänge zu erklären. In typentheoretischen Ansätzen (↑ Typentheorien) schränkt man dabei zur Vermeidung der Antinomien den Bereich der Aussageformen ein, aus dem man Mengen bilden kann, indem man nur Aussageformen bestimmter Typen zuläßt. Daneben stehen konstruktive Ansätze (↑ Mengenlehre, konstruktive), die den Aspekt, daß Mengen immer durch darstellende Aussageformen gegeben sein müssen, besonders hervorheben. – Von der M., die Mengen im allgemeinen betrachtet, ist die *deskriptive M.* zu unterscheiden, die die Struktur von in bestimmter Weise definierbaren Mengen reeller Zahlen untersucht. Weiteres ↑ Menge, ↑ Mengenlehre, axiomatische.

*Literatur:* J. Barwise (ed.), Handbook of Mathematical Logic, Amsterdam/New York/Oxford 1977, 315–522 (Part B: Set Theory [mit Beiträgen von J.R. Shoenfield, T.J. Jech, K. Kunen, J.P. Burgess, K.J. Devlin, M.E. Rudin, I. Juhász]); P. Bernays, Axiomatic Set Theory (with a Historical Introduction by A.A. Fraenkel), Amsterdam 1958; E.W. Beth, The Foundations of Mathematics. A Study in the Philosophy of Science, Amsterdam 1959, [2]1965 (repr. New York 1966); N. Bourbaki, Éléments de mathématique. Théorie des ensembles, Paris 1970 (engl. Elements of Mathematics. Theory of Sets, Paris, Reading Mass. etc. 1968); G. Cantor, Über eine Eigenschaft des Inbegriffes aller reellen algebraischen Zahlen, J. reine u. angew. Math. 77 (1874), 258–262, Neudr. in: ders., Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts, ed. E. Zermelo, Berlin 1932, Berlin/Heidelberg/New York 1980, 115–118, ferner in: U. Felgner (ed.),

Die Formulierung von mathematischen Theorien in mengentheoretischer Sprechweise hat sich als äußerst fruchtbar erwiesen. Die Mengenlehre ist zu einem zentralen Zweig der Mathematik geworden und wird oft als universaler Sprachrahmen der Mathematik angesehen – sieht man von der kategorientheoretischen Sprechweise einmal ab. Der philosophische Streit um die Grundlagen der Rede über M.n – sind M.n an sich seiende Objekte, Konstruktionen des menschlichen Geistes, oder muß die Mengenlehre als formales System betrieben werden? – ist trotz der Verbreitung mengentheoretischer Vorstellungen nicht endgültig gelöst.

*Literatur:* ↑Mengenlehre. P.S.

**Menge, geordnete,** ↑Ordnung, ↑Ordinalzahl.

**Menge, leere** (engl. empty set, null set), auch leere Klasse oder Nullmenge, eine ↑Menge, welche kein Element enthält. Eine l. M. kann dargestellt werden (↑Darstellung (logisch-mengentheoretisch)) durch eine ↑unerfüllbare einstellige Aussageform wie z.B. $x \neq x$ (also als $\in_x x \neq x$). Da unerfüllbare Aussageformen logisch äquivalent sind, sind die durch sie dargestellten l.n M.n gleich; man kann also von *der* l.n M. (Symbol: $\emptyset$) sprechen. In manchen Systemen der axiomatischen Mengenlehre (↑Mengenlehre, axiomatische), so z.B. in der von E. Zermelo 1908 angegebenen Axiomatisierung (↑Zermelo-Fraenkelsches Axiomensystem), wird die Existenz einer l.n M. eigens axiomatisch gefordert (›Nullmengenaxiom‹): $\bigvee_a \bigwedge_b (\neg\, b \in a)$. Betrachtet man das System der Teilmengen einer Menge als ↑Verband bezüglich der Inklusion $\subseteq$, so bildet die l. M. das Nullelement. P.S.

**Mengen, ähnliche,** lassen sich die Elemente zweier Mengen $M$ und $N$, für die jeweils eine Ordnungsrelation (↑Ordnung) $<_M$ bzw. $<_N$ erklärt ist, umkehrbar eindeutig so aufeinander abbilden, daß für je zwei entsprechende Elementenpaare $a_1, a_2 \in M$ und $b_1, b_2 \in N$ die Beziehung $a_1 <_M a_2$ genau dann besteht, wenn $b_1 <_N b_2$ gilt, so heißen $M$ und $N$ ›ähnlich‹ ($M \simeq N$). C.T.

**Mengenbildungsaxiom,** ↑Mengenlehre, axiomatische.

**Mengenlehre** (engl. set theory, franz. théorie des ensembles), zentrale Disziplin der Mathematik und mathematischen Logik. Die M. wurde seit 1874 von G. Cantor als Theorie unendlicher Gesamtheiten begründet und als Theorie des aktual Unendlichen aufgefaßt (↑unendlich/Unendlichkeit). Cantor führte zahlreiche zentrale Begriffe ein, z.B. ›Mächtigkeit‹, ↑›Kardinalzahl‹, ›wohlgeordnet‹ (↑Wohlordnung), ›Ordnungszahl‹ (↑Ordinalzahl), und entwickelte die Theorie unendlicher Kardinal- und Ordinalzahlen (↑Arithmetik, transfinite). R. Dedekind unternahm, unter Verwendung des Ausdrucks ›System‹ (Was sind und was sollen die Zahlen?, 1888), eine Einbettung der Arithmetik in die M. Mit der Entwicklung der M. und Kardinalzahltheorie stellten sich einige bis heute fundamentale Probleme wie die Gültigkeit von ↑Kontinuumhypothese, Auswahlprinzip (↑Auswahlaxiom), Wohlordnungssatz usw. Die Probleme der ↑Antinomien der Mengenlehre sowie die Kritik von konstruktiver Seite etwa am Auswahlprinzip (z.B. L. Kronecker, H. Poincaré) führten seit E. Zermelo (1908) zu dem Bemühen, der M. eine axiomatische Grundlage zu geben (↑Mengenlehre, axiomatische) – von deren Warte Cantors Mengenauffassung dann als ›naiv‹ bezeichnet wird. Im Gegensatz zu axiomatischen Begründungen der M. stehen die auf G. Frege zurückgehenden logizistischen Versuche (↑Logizismus), das Reden über Mengen logisch als das Reden über Begriffsumfänge zu erklären. In typentheoretischen Ansätzen (↑Typentheorien) schränkt man dabei zur Vermeidung der Antinomien den Bereich der Aussageformen ein, aus dem man Mengen bilden kann, indem man nur Aussageformen bestimmter Typen zuläßt. Daneben stehen konstruktive Ansätze (↑Mengenlehre, konstruktive), die den Aspekt, daß Mengen immer durch darstellende Aussageformen gegeben sein müssen, besonders hervorheben. – Von der M., die Mengen im allgemeinen betrachtet, ist die *deskriptive M.* zu unterscheiden, die die Struktur von in bestimmter Weise definierbaren Mengen reeller Zahlen untersucht. Weiteres ↑Menge, ↑Mengenlehre, axiomatische.

*Literatur:* J. Barwise (ed.), Handbook of Mathematical Logic, Amsterdam/New York/Oxford 1977, 315–522 (Part B: Set Theory [mit Beiträgen von J.R. Shoenfield, T.J. Jech, K. Kunen, J.P. Burgess, K.J. Devlin, M.E. Rudin, I. Juhász]); P. Bernays, Axiomatic Set Theory (with a Historical Introduction by A.A. Fraenkel), Amsterdam 1958; E.W. Beth, The Foundations of Mathematics. A Study in the Philosophy of Science, Amsterdam 1959, [2]1965 (repr. New York 1966); N. Bourbaki, Éléments de mathématique. Théorie des ensembles, Paris 1970 (engl. Elements of Mathematics. Theory of Sets, Paris, Reading Mass. etc. 1968); G. Cantor, Über eine Eigenschaft des Inbegriffes aller reellen algebraischen Zahlen, J. reine u. angew. Math. 77 (1874), 258–262, Neudr. in: ders., Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts, ed. E. Zermelo, Berlin 1932, Berlin/Heidelberg/New York 1980, 115–118, ferner in: U. Felgner (ed.),

Die Formulierung von mathematischen Theorien in mengentheoretischer Sprechweise hat sich als äußerst fruchtbar erwiesen. Die Mengenlehre ist zu einem zentralen Zweig der Mathematik geworden und wird oft als universaler Sprachrahmen der Mathematik angesehen – sieht man von der kategorientheoretischen Sprechweise einmal ab. Der philosophische Streit um die Grundlagen der Rede über M.n – sind M.n an sich seiende Objekte, Konstruktionen des menschlichen Geistes, oder muß die Mengenlehre als formales System betrieben werden? – ist trotz der Verbreitung mengentheoretischer Vorstellungen nicht endgültig gelöst.

*Literatur:* ↑Mengenlehre. P.S.

**Menge, geordnete,** ↑Ordnung, ↑Ordinalzahl.

**Menge, leere** (engl. empty set, null set), auch leere Klasse oder Nullmenge, eine ↑Menge, welche kein Element enthält. Eine l. M. kann dargestellt werden (↑Darstellung (logisch-mengentheoretisch)) durch eine ↑unerfüllbare einstellige Aussageform wie z.B. $x \neq x$ (also als $\in_x x \neq x$). Da unerfüllbare Aussageformen logisch äquivalent sind, sind die durch sie dargestellten l.n M.n gleich; man kann also von *der* l.n M. (Symbol: $\emptyset$) sprechen. In manchen Systemen der axiomatischen Mengenlehre (↑Mengenlehre, axiomatische), so z.B. in der von E. Zermelo 1908 angegebenen Axiomatisierung (↑Zermelo-Fraenkelsches Axiomensystem), wird die Existenz einer l.n M. eigens axiomatisch gefordert (›Nullmengenaxiom‹): $\bigvee_a \bigwedge_b (\neg\, b \in a)$. Betrachtet man das System der Teilmengen einer Menge als ↑Verband bezüglich der Inklusion $\subseteq$, so bildet die l. M. das Nullelement. P.S.

**Mengen, ähnliche,** lassen sich die Elemente zweier Mengen $M$ und $N$, für die jeweils eine Ordnungsrelation (↑Ordnung) $<_M$ bzw. $<_N$ erklärt ist, umkehrbar eindeutig so aufeinander abbilden, daß für je zwei entsprechende Elementenpaare $a_1, a_2 \in M$ und $b_1, b_2 \in N$ die Beziehung $a_1 <_M a_2$ genau dann besteht, wenn $b_1 <_N b_2$ gilt, so heißen $M$ und $N$ ›ähnlich‹ ($M \simeq N$). C.T.

**Mengenbildungsaxiom,** ↑Mengenlehre, axiomatische.

**Mengenlehre** (engl. set theory, franz. théorie des ensembles), zentrale Disziplin der Mathematik und mathematischen Logik. Die M. wurde seit 1874 von G. Cantor als Theorie unendlicher Gesamtheiten begründet und als Theorie des aktual Unendlichen aufgefaßt (↑unendlich/Unendlichkeit). Cantor führte zahlreiche zentrale Begriffe ein, z.B. ›Mächtigkeit‹, ↑›Kardinalzahl‹, ›wohlgeordnet‹ (↑Wohlordnung), ›Ordnungszahl‹ (↑Ordinalzahl), und entwickelte die Theorie unendlicher Kardinal- und Ordinalzahlen (↑Arithmetik, transfinite). R. Dedekind unternahm, unter Verwendung des Ausdrucks ›System‹ (Was sind und was sollen die Zahlen?, 1888), eine Einbettung der Arithmetik in die M. Mit der Entwicklung der M. und Kardinalzahltheorie stellten sich einige bis heute fundamentale Probleme wie die Gültigkeit von ↑Kontinuumhypothese, Auswahlprinzip (↑Auswahlaxiom), Wohlordnungssatz usw. Die Probleme der ↑Antinomien der Mengenlehre sowie die Kritik von konstruktiver Seite etwa am Auswahlprinzip (z.B. L. Kronecker, H. Poincaré) führten seit E. Zermelo (1908) zu dem Bemühen, der M. eine axiomatische Grundlage zu geben (↑Mengenlehre, axiomatische) – von deren Warte Cantors Mengenauffassung dann als ›naiv‹ bezeichnet wird. Im Gegensatz zu axiomatischen Begründungen der M. stehen die auf G. Frege zurückgehenden logizistischen Versuche (↑Logizismus), das Reden über Mengen logisch als das Reden über Begriffsumfänge zu erklären. In typentheoretischen Ansätzen (↑Typentheorien) schränkt man dabei zur Vermeidung der Antinomien den Bereich der Aussageformen ein, aus dem man Mengen bilden kann, indem man nur Aussageformen bestimmter Typen zuläßt. Daneben stehen konstruktive Ansätze (↑Mengenlehre, konstruktive), die den Aspekt, daß Mengen immer durch darstellende Aussageformen gegeben sein müssen, besonders hervorheben. – Von der M., die Mengen im allgemeinen betrachtet, ist die *deskriptive M.* zu unterscheiden, die die Struktur von in bestimmter Weise definierbaren Mengen reeller Zahlen untersucht. Weiteres ↑Menge, ↑Mengenlehre, axiomatische.

*Literatur:* J. Barwise (ed.), Handbook of Mathematical Logic, Amsterdam/New York/Oxford 1977, 315–522 (Part B: Set Theory [mit Beiträgen von J.R. Shoenfield, T.J. Jech, K. Kunen, J.P. Burgess, K.J. Devlin, M.E. Rudin, I. Juhász]); P. Bernays, Axiomatic Set Theory (with a Historical Introduction by A.A. Fraenkel), Amsterdam 1958; E.W. Beth, The Foundations of Mathematics. A Study in the Philosophy of Science, Amsterdam 1959, [2]1965 (repr. New York 1966); N. Bourbaki, Éléments de mathématique. Théorie des ensembles, Paris 1970 (engl. Elements of Mathematics. Theory of Sets, Paris, Reading Mass. etc. 1968); G. Cantor, Über eine Eigenschaft des Inbegriffes aller reellen algebraischen Zahlen, J. reine u. angew. Math. 77 (1874), 258–262, Neudr. in: ders., Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts, ed. E. Zermelo, Berlin 1932, Berlin/Heidelberg/New York 1980, 115–118, ferner in: U. Felgner (ed.),

M. [s.u.], 21–24; ders., Über unendliche, lineare Punktmannigfaltigkeiten, Math. Ann. 15 (1879), 1–7, 17 (1880), 355–358, 20 (1882), 113–121, 21 (1883), 51–58, 545–591, 23 (1884), 453–488, Neudr. in: ders., Gesammelte Abhandlungen [s.o.], 139–246; ders., Beiträge zur Begründung der transfiniten M., Math. Ann. 46 (1895), 481–512, 49 (1897), 207–246, Neudr. in: ders., Gesammelte Abhandlungen [s.o.], 282–356; R. B. Chuaqui, Axiomatic Set Theory. Impredicative Theories of Classes, Amsterdam/New York/Oxford 1981; D. van Dalen, Set Theory from Cantor to Cohen, in: ders./A. F. Monna, Sets and Integration. An Outline of the Development, Groningen 1972, 1–74; ders./H. C. Doets/H. de Swart, Sets: Naive, Axiomatic and Applied. A Basic Compendium with Exercises for Use in Set Theory for Non Logicians, Working and Teaching Mathematicians and Students, Oxford etc. 1978; J. W. Dauben, The Development of Cantorian Set Theory, in: I. Grattan-Guinness (ed.), From the Calculus to Set Theory, 1630–1910. An Introductory History, London 1980, 181–219; R. Dedekind, Was sind und was sollen die Zahlen?, Braunschweig 1888, [10]1965, 1969 (engl. The Nature and Meaning of Numbers, in: ders., Essays on the Theory of Numbers, La Salle Ill. 1901, 1963, 29–115); F. R. Drake, Set Theory. An Introduction to Large Cardinals, Amsterdam/London, New York 1974; H.-D. Ebbinghaus, Einführung in die M., Darmstadt [2]1979; U. Felgner, Models of ZF-Set Theory, Berlin/Heidelberg/New York 1971; ders. (ed.), M., Darmstadt 1979; W. Felscher, Naive Mengen und abstrakte Zahlen, I–III, Mannheim/Wien/Zürich 1978–1979; A. A. Fraenkel, Einleitung in die M.. Eine gemeinverständliche Einführung in das Reich der unendlichen Größen, Berlin 1919, [3]1928 (repr. Walluf b. Wiesbaden 1972); ders., Abstract Set Theory, Amsterdam 1953, Amsterdam/Oxford, New York [4]1976 (revised by A. Levy); ders., M. und Logik, Berlin 1959; ders./Y. Bar-Hillel/A. Levy (with the collaboration of D. van Dalen), Foundations of Set Theory, Amsterdam/London [2]1973; P. R. Halmos, Naive Set Theory, Princeton 1960 (dt. Naive M., Göttingen 1968); F. Hausdorff, Grundzüge der M., Leipzig 1914 (repr. New York 1949, 1965), unter dem Titel: M., Berlin/Leipzig [2]1927, [3]1935 (repr. New York 1944) (engl. Set Theory, New York 1957, 1962); G. W. Hessenberg, Grundbegriffe der M.. Zweiter Bericht über das Unendliche in der Mathematik, Abh. Fries'sche Schule N.F. 1 (1906), 479–706, separat Göttingen 1906; T. Jech, Set Theory, New York/San Francisco/London 1978; R. B. Jensen, Modelle der M.. Widerspruchsfreiheit und Unabhängigkeit der Kontinuum-Hypothese und des Auswahlaxioms, Berlin/Heidelberg/New York 1967; E. Kamke, M., Berlin/Leipzig 1928, Berlin/New York [7]1971 (engl. Theory of Sets, New York 1950); J. L. Kelley, General Topology, New York 1955, Berlin/Heidelberg/New York o.J. [1975] (Appendix: Elementary Set Theory, 250–281); D. Klaua, Allgemeine M.. Ein Fundament der Mathematik, I–II, Berlin (Ost) [2]1968/1969; ders., M., Berlin/New York 1979; K. Kunen, Set Theory. An Introduction to Independence Proofs, Amsterdam/New York/Oxford 1980; K. Kuratowski/A. Mostowski, Set Theory with an Introduction to Descriptive Set Theory, Amsterdam/New York/Oxford, Warszawa [2]1976; W. Marek, Set Theory, Axiomatizations of, DL (1981), 355–358; J. D. Monk, Introduction to Set Theory, New York etc. 1969; A. P. Morse, A Theory of Sets, New York/London 1965; Y. N. Moschovakis, Descriptive Set Theory, Amsterdam/New York/Oxford 1980; W. V. O. Quine, Set Theory and Its Logic, Cambridge Mass. 1963, [2]1969 (dt. M. und ihre Logik, Braunschweig 1973, Frankfurt/Berlin/Wien 1978); J. E. Rubin, Set Theory for the Mathematician, San Francisco/Cambridge/London/Amsterdam 1967; J. Schmidt, M. (Einführung in die axiomatische M.) I (Grundbegriffe), Mannheim/Wien/Zürich 1966; J. R. Shoenfield, Mathematical Logic, Reading Mass. 1967; H. G. Steiner, M., Hist. Wb. Ph. V (1980), 1044–1059; P. Suppes, Axiomatic Set Theory, Princeton/Toronto/Melbourne/London 1960; G. Takeuti/W. M. Zaring, Introduction to Axiomatic Set Theory, Berlin/Heidelberg/New York 1971; dies., Axiomatic Set Theory, Berlin/Heidelberg/New York 1973; H. Wang/R. McNaughton, Les systèmes axiomatiques de la théorie des ensembles, Paris 1953; E. Zermelo, Beweis, daß jede Menge wohlgeordnet werden kann, Math. Ann. 59 (1904), 514–516 (engl. Proof that Every Set can Be Well-Ordered, in: J. v. Heijenoort [ed.], From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931, Cambridge Mass. 1967, 139–141); ders., Neuer Beweis für die Möglichkeit einer Wohlordnung, Math. Ann. 65 (1908), 107–128, Neudr. in: U. Felgner (ed.), M. [s.o.], 105–126 (engl. A New Proof of the Possibility of a Well-Ordering, in: J. v. Heijenoort [ed.], From Frege to Gödel [s.o.], 183–198); ders., Untersuchungen über die Grundlagen der M. I, Math. Ann. 65 (1908), 261–281, Neudr. in: U. Felgner (ed.), M. [s.o.], 28–48 (engl. Investigation in the Foundations of Set Theory I, in: J. v. Heijenoort [ed.], From Frege to Gödel [s.o.], 199–215). P.S.

**Mengenlehre, axiomatische,** Behandlung der ↑Mengenlehre auf axiomatischer Grundlage. In der a.n M. faßt man die Mengenlehre als formales System (↑System, formales) auf, das bestimmte Grundbegriffe enthält, insbesondere die Elementschaftsrelation ›∈‹ ($a \in b$: $a$ ist Element von $b$), daneben aber auch (je nach gewählter Axiomatisierung) ›Menge‹, ›Klasse‹ etc. Diese Grundbegriffe kommen in den spezifischen mengentheoretischen Axiomen vor, die einem System der ↑Quantorenlogik erster Stufe mit Identität adjungiert werden. Je nach philosophischer Auffassung der axiomatischen Methode werden die mengentheoretischen Axiome als Beschreibung wirklicher Strukturen aufgefaßt oder als (implizite) Charakterisierung der Grundbegriffe. Ferner lassen sich mengentheoretische Axiomensysteme als Formalismen ansehen, die man metamathematisch (z.B. beweistheoretisch oder modelltheoretisch, ↑Metamathematik) untersucht, ohne nach ihrer inhaltlichen Deutung zu fragen.

Die erste Axiomatisierung der Mengelehre stammt von E. Zermelo (1908), aus der sich nach A. Fraenkels Hinzufügung des ↑Ersetzungsaxioms das heute weit verbreitete ↑Zermelo-Fraenkelsche Axiomensystem (ZF) ergab. Weitere verbreitete Systeme sind die auf Arbeiten von J. v. Neumann, P. Bernays, K. Gödel zurückgehenden Systeme (NBG-Mengenlehren), die ›Mengen‹ und ›Klassen‹ unterscheiden, und das System M von A.P.

M. [s.u.], 21–24; ders., Über unendliche, lineare Punktmannigfaltigkeiten, Math. Ann. 15 (1879), 1–7, 17 (1880), 355–358, 20 (1882), 113–121, 21 (1883), 51–58, 545–591, 23 (1884), 453–488, Neudr. in: ders., Gesammelte Abhandlungen [s.o.], 139–246; ders., Beiträge zur Begründung der transfiniten M., Math. Ann. 46 (1895), 481–512, 49 (1897), 207–246, Neudr. in: ders., Gesammelte Abhandlungen [s.o.], 282–356; R.B. Chuaqui, Axiomatic Set Theory. Impredicative Theories of Classes, Amsterdam/New York/Oxford 1981; D. van Dalen, Set Theory from Cantor to Cohen, in: ders./A.F. Monna, Sets and Integration. An Outline of the Development, Groningen 1972, 1–74; ders./H.C. Doets/H. de Swart, Sets: Naive, Axiomatic and Applied. A Basic Compendium with Exercises for Use in Set Theory for Non Logicians, Working and Teaching Mathematicians and Students, Oxford etc. 1978; J.W. Dauben, The Development of Cantorian Set Theory, in: I. Grattan-Guinness (ed.), From the Calculus to Set Theory, 1630–1910. An Introductory History, London 1980, 181–219; R. Dedekind, Was sind und was sollen die Zahlen?, Braunschweig 1888, [10]1965, 1969 (engl. The Nature and Meaning of Numbers, in: ders., Essays on the Theory of Numbers, La Salle Ill. 1901, 1963, 29–115); F.R. Drake, Set Theory. An Introduction to Large Cardinals, Amsterdam/London, New York 1974; H.-D. Ebbinghaus, Einführung in die M., Darmstadt [2]1979; U. Felgner, Models of ZF-Set Theory, Berlin/Heidelberg/New York 1971; ders. (ed.), M., Darmstadt 1979; W. Felscher, Naive Mengen und abstrakte Zahlen, I–III, Mannheim/Wien/Zürich 1978–1979; A.A. Fraenkel, Einleitung in die M.. Eine gemeinverständliche Einführung in das Reich der unendlichen Größen, Berlin 1919, [3]1928 (repr. Walluf b. Wiesbaden 1972); ders., Abstract Set Theory, Amsterdam 1953, Amsterdam/Oxford, New York [4]1976 (revised by A. Levy); ders., M. und Logik, Berlin 1959; ders./Y. Bar-Hillel/A. Levy (with the collaboration of D. van Dalen), Foundations of Set Theory, Amsterdam/London [2]1973; P.R. Halmos, Naive Set Theory, Princeton 1960 (dt. Naive M., Göttingen 1968); F. Hausdorff, Grundzüge der M., Leipzig 1914 (repr. New York 1949, 1965), unter dem Titel: M., Berlin/Leipzig [2]1927, [3]1935 (repr. New York 1944) (engl. Set Theory, New York 1957, 1962); G.W. Hessenberg, Grundbegriffe der M.. Zweiter Bericht über das Unendliche in der Mathematik, Abh. Fries'sche Schule N.F. 1 (1906), 479–706, separat Göttingen 1906; T. Jech, Set Theory, New York/San Francisco/London 1978; R.B. Jensen, Modelle der M.. Widerspruchsfreiheit und Unabhängigkeit der Kontinuum-Hypothese und des Auswahlaxioms, Berlin/Heidelberg/New York 1967; E. Kamke, M., Berlin/Leipzig 1928, Berlin/New York [7]1971 (engl. Theory of Sets, New York 1950); J.L. Kelley, General Topology, New York 1955, Berlin/Heidelberg/New York o.J. [1975] (Appendix: Elementary Set Theory, 250–281); D. Klaua, Allgemeine M.. Ein Fundament der Mathematik, I–II, Berlin (Ost) [2]1968/1969; ders., M., Berlin/New York 1979; K. Kunen, Set Theory. An Introduction to Independence Proofs, Amsterdam/New York/Oxford 1980; K. Kuratowski/A. Mostowski, Set Theory with an Introduction to Descriptive Set Theory, Amsterdam/New York/Oxford, Warszawa [2]1976; W. Marek, Set Theory, Axiomatizations of, DL (1981), 355–358; J.D. Monk, Introduction to Set Theory, New York etc. 1969; A.P. Morse, A Theory of Sets, New York/London 1965; Y.N. Moschovakis, Descriptive Set Theory, Amsterdam/New York/Oxford 1980; W.V.O. Quine, Set Theory and Its Logic, Cambridge Mass. 1963, [2]1969 (dt. M. und ihre Logik, Braunschweig 1973, Frankfurt/Berlin/Wien 1978); J.E. Rubin, Set Theory for the Mathematician, San Francisco/Cambridge/London/Amsterdam 1967; J. Schmidt, M. (Einführung in die axiomatische M.) I (Grundbegriffe), Mannheim/Wien/Zürich 1966; J.R. Shoenfield, Mathematical Logic, Reading Mass. 1967; H.G. Steiner, M., Hist. Wb. Ph. V (1980), 1044–1059; P. Suppes, Axiomatic Set Theory, Princeton/Toronto/Melbourne/London 1960; G. Takeuti/W.M. Zaring, Introduction to Axiomatic Set Theory, Berlin/Heidelberg/New York 1971; dies., Axiomatic Set Theory, Berlin/Heidelberg/New York 1973; H. Wang/R. McNaughton, Les systèmes axiomatiques de la théorie des ensembles, Paris 1953; E. Zermelo, Beweis, daß jede Menge wohlgeordnet werden kann, Math. Ann. 59 (1904), 514–516 (engl. Proof that Every Set can Be Well-Ordered, in: J. v. Heijenoort [ed.], From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931, Cambridge Mass. 1967, 139–141); ders., Neuer Beweis für die Möglichkeit einer Wohlordnung, Math. Ann. 65 (1908), 107–128, Neudr. in: U. Felgner (ed.), M. [s.o.], 105–126 (engl. A New Proof of the Possibility of a Well-Ordering, in: J. v. Heijenoort [ed.], From Frege to Gödel [s.o.], 183–198); ders., Untersuchungen über die Grundlagen der M. I, Math. Ann. 65 (1908), 261–281, Neudr. in: U. Felgner (ed.), M. [s.o.], 28–48 (engl. Investigation in the Foundations of Set Theory I, in: J. v. Heijenoort [ed.], From Frege to Gödel [s.o.], 199–215). P.S.

**Mengenlehre, axiomatische,** Behandlung der ↑Mengenlehre auf axiomatischer Grundlage. In der a.n M. faßt man die Mengenlehre als formales System (↑System, formales) auf, das bestimmte Grundbegriffe enthält, insbesondere die Elementschaftsrelation ›$\in$‹ ($a \in b$: $a$ ist Element von $b$), daneben aber auch (je nach gewählter Axiomatisierung) ›Menge‹, ›Klasse‹ etc. Diese Grundbegriffe kommen in den spezifischen mengentheoretischen Axiomen vor, die einem System der ↑Quantorenlogik erster Stufe mit Identität adjungiert werden. Je nach philosophischer Auffassung der axiomatischen Methode werden die mengentheoretischen Axiome als Beschreibung wirklicher Strukturen aufgefaßt oder als (implizite) Charakterisierung der Grundbegriffe. Ferner lassen sich mengentheoretische Axiomensysteme als Formalismen ansehen, die man metamathematisch (z.B. beweistheoretisch oder modelltheoretisch, ↑Metamathematik) untersucht, ohne nach ihrer inhaltlichen Deutung zu fragen.

Die erste Axiomatisierung der Mengelehre stammt von E. Zermelo (1908), aus der sich nach A. Fraenkels Hinzufügung des ↑Ersetzungsaxioms das heute weit verbreitete ↑Zermelo-Fraenkelsche Axiomensystem (ZF) ergab. Weitere verbreitete Systeme sind die auf Arbeiten von J. v. Neumann, P. Bernays, K. Gödel zurückgehenden Systeme (NBG-Mengenlehren), die ›Mengen‹ und ›Klassen‹ unterscheiden, und das System M von A.P.

Morse (↑ Neumann-Bernays-Gödelsche Axiomensysteme). W. V. O. Quines Axiomatisierung der Mengenlehre in »New Foundations of Mathematical Logic« (1937, Bezeichnung NF) sowie in »Mathematical Logic« (1940, Bezeichnung ML) nimmt typentheoretische Ideen auf (↑ Typentheorien), ohne den erststufigen Rahmen der a.n M. zu verlassen (↑ New Foundations-Axiomensystem).

Der Wunsch, die Grundlagen des Redens über Mengen axiomatisch zu charakterisieren, resultierte daraus, daß sich für G. Cantors realistisch-ontologische Redeweise die ↑ Antinomien der Mengenlehre ergaben und ferner ein für die Zwecke der Mathematik leicht zu handhabendes System benötigt wurde. In diesem Sinne enthalten die Systeme der a.n M. (abgesehen von NF und ML) *Mengenbildungsaxiome*, die die Definition von in der Mathematik benötigten Mengen erlauben, aber nicht so stark sind, daß sie die Ableitung der bekannten Antinomien gestatten. Das schließt nicht aus, daß in Zukunft Widersprüche entdeckt werden – ein Widerspruchsfreiheitsbeweis für a. M.n liegt bis jetzt nicht vor; es ist auch nicht klar, wie er zu führen wäre, da die a.n M.n äußerst starke logisch-mathematische Systeme sind –, jedoch haben sich die a.n M.n bislang insofern ›bewährt‹, als keine Widersprüche aufgetreten sind. Die mathematische Einfachheit ihrer Handhabung hat den Ausschlag dafür gegeben, daß a.n M.n in der Mathematik der Vorzug vor typentheoretischen Ansätzen gegeben wird, die sich philosophisch besser begründen lassen. – Mit der metamathematischen Behandlung a.r M.n stellten sich die Probleme der Abhängigkeit bzw. Unabhängigkeit (↑ unabhängig/Unabhängigkeit (logisch)) bestimmter Axiome und der ↑ Entscheidbarkeit bestimmter mengentheoretischer Sätze im Rahmen eines axiomatischen Systems; wichtige Beispiele sind ↑ Auswahlaxiom und ↑ Kontinuumhypothese.

Als Gegensatz zur axiomatischen Betrachtungsweise wird oft der ›naive‹ Zugang zu Mengen angesehen (›*naive Mengenlehre*‹). Damit ist einmal die nur durch Intuition geleitete, nicht genauer präzisierte Rede von Mengen, wie sie etwa Cantors Untersuchungen zugrunde lag, aber auch eine bestimmte Auffassung und Verwendung des axiomatischen Zugangs gemeint: Man geht zwar von Axiomen aus (die meist als Beschreibung von mathematischen Tatsachen aufgefaßt werden), verzichtet jedoch auf deren Formalisierung und damit auf metamathematische Gedankengänge. Naive Mengenlehre in diesem Sinne ist heute der sprachliche Rahmen der meisten mathematischen Arbeiten. Sie liegt auch der Untersuchung von ›Modellen der Mengenlehre‹, also der modelltheoretischen Untersuchung a.r M.n zugrunde, da ↑ Modelle selbst wieder in einem mengentheoretischen Rahmen beschrieben werden.

*Literatur:* ↑ Mengenlehre. P.S.

**Mengenlehre, konstruktive,** Systeme der ↑ Mengenlehre, die davon ausgehen, daß ↑ Mengen in irgendeiner Weise ›erzeugt‹ oder ›konstruiert‹ und nicht ›an sich‹ objektiv gegeben sind. Je nach Fassung des Konstruktivitätsbegriffs ergeben sich verschiedene Ansätze. Sehr restriktive Versionen verlangen, daß die Elemente einer Menge durch ein effektives Verfahren gegeben sein müssen (↑ Algorithmentheorie). Unter Bezug auf das Komprehensionsprinzip (↑ Komprehension), das für jede Aussageform ›$A(x)$‹ die Existenz einer Menge $a$ garantiert, so daß

(*) $\bigwedge_x (x \in a \leftrightarrow A(x))$,

bedeutet das: ›$A(x)$‹ muß rekursiv aufzählbar oder sogar ↑ rekursiv sein. Andere Konzeptionen lassen keine ↑ imprädikativen Mengenbildungen zu; speziell darf die Aussageform ›$A(x)$‹ in (*) keine Quantifikation über alle Mengen enthalten. Dies führt zu Systemen der verzweigten ↑ Typentheorie und Systemen der geschichteten Analysis, wie sie H. Wang und P. Lorenzen vorgeschlagen haben (↑ Mathematik, operative). Weitere Ansätze verändern den der klassischen Mengenlehre zugrunde liegenden logischen Rahmen, z.B. im Sinne der intuitionistischen Logik (↑ Logik, intuitionistische) oder des ↑ Lambda-Kalküls bzw. der kombinatorischen Logik (↑ Logik, kombinatorische). Davon in den Grundbegriffen grundsätzlich verschiedene Systeme erhält man in solchen intuitionistischen Versionen der Mengenlehre, die ↑ Wahlfolgen zulassen (↑ Intuitionismus). – Bei der Diskussion der mengentheoretischen Prinzipien, die in den k.n M.n nicht oder nur eingeschränkt gültig sind, spielt das ↑ Auswahlaxiom eine ausgezeichnete Rolle, dessen klassische Deutung vom konstruktiven Standpunkt aus nicht akzeptabel ist. Durchgängig lehnen die konstruktiven mengentheoretischen Ansätze die Idee des Aktual-Unendlichen (↑ unendlich/Unendlichkeit) ab und akzeptieren daher in der Regel auch keine ↑ überabzählbaren Mengen, insbesondere nicht deren durch die Potenzmengenbildung erzeugte kumulative Hierarchie (allerdings gewisse Analoga dazu in konstruktiven Systemen). Seit E. Bishops Versuch eines konstruktiven Auf-

Morse (↑Neumann-Bernays-Gödelsche Axiomensysteme). W.V.O. Quines Axiomatisierung der Mengenlehre in »New Foundations of Mathematical Logic« (1937, Bezeichnung NF) sowie in »Mathematical Logic« (1940, Bezeichnung ML) nimmt typentheoretische Ideen auf (↑Typentheorien), ohne den erststufigen Rahmen der a.n M. zu verlassen (↑New Foundations-Axiomensystem).

Der Wunsch, die Grundlagen des Redens über Mengen axiomatisch zu charakterisieren, resultierte daraus, daß sich für G. Cantors realistisch-ontologische Redeweise die ↑Antinomien der Mengenlehre ergaben und ferner ein für die Zwecke der Mathematik leicht zu handhabendes System benötigt wurde. In diesem Sinne enthalten die Systeme der a.n M. (abgesehen von NF und ML) *Mengenbildungsaxiome*, die die Definition von in der Mathematik benötigten Mengen erlauben, aber nicht so stark sind, daß sie die Ableitung der bekannten Antinomien gestatten. Das schließt nicht aus, daß in Zukunft Widersprüche entdeckt werden – ein Widerspruchsfreiheitsbeweis für a. M.n liegt bis jetzt nicht vor; es ist auch nicht klar, wie er zu führen wäre, da die a.n M.n äußerst starke logisch-mathematische Systeme sind –, jedoch haben sich die a.n M.n bislang insofern ›bewährt‹, als keine Widersprüche aufgetreten sind. Die mathematische Einfachheit ihrer Handhabung hat den Ausschlag dafür gegeben, daß a.n M.n in der Mathematik der Vorzug vor typentheoretischen Ansätzen gegeben wird, die sich philosophisch besser begründen lassen. – Mit der metamathematischen Behandlung a.r M.n stellten sich die Probleme der Abhängigkeit bzw. Unabhängigkeit (↑unabhängig/Unabhängigkeit (logisch)) bestimmter Axiome und der ↑Entscheidbarkeit bestimmter mengentheoretischer Sätze im Rahmen eines axiomatischen Systems; wichtige Beispiele sind ↑Auswahlaxiom und ↑Kontinuumhypothese.

Als Gegensatz zur axiomatischen Betrachtungsweise wird oft der ›naive‹ Zugang zu Mengen angesehen (›*naive Mengenlehre*‹). Damit ist einmal die nur durch Intuition geleitete, nicht genauer präzisierte Rede von Mengen, wie sie etwa Cantors Untersuchungen zugrunde lag, aber auch eine bestimmte Auffassung und Verwendung des axiomatischen Zugangs gemeint: Man geht zwar von Axiomen aus (die meist als Beschreibung von mathematischen Tatsachen aufgefaßt werden), verzichtet jedoch auf deren Formalisierung und damit auf metamathematische Gedankengänge. Naive Mengenlehre in diesem Sinne ist heute der sprachliche Rahmen der meisten mathematischen Arbeiten. Sie liegt auch der Untersuchung von ›Modellen der Mengenlehre‹, also der modelltheoretischen Untersuchung a.r M.n zugrunde, da ↑Modelle selbst wieder in einem mengentheoretischen Rahmen beschrieben werden.

*Literatur:* ↑Mengenlehre. P.S.

**Mengenlehre, konstruktive,** Systeme der ↑Mengenlehre, die davon ausgehen, daß ↑Mengen in irgendeiner Weise ›erzeugt‹ oder ›konstruiert‹ und nicht ›an sich‹ objektiv gegeben sind. Je nach Fassung des Konstruktivitätsbegriffs ergeben sich verschiedene Ansätze. Sehr restriktive Versionen verlangen, daß die Elemente einer Menge durch ein effektives Verfahren gegeben sein müssen (↑Algorithmentheorie). Unter Bezug auf das Komprehensionsprinzip (↑Komprehension), das für jede Aussageform ›$A(x)$‹ die Existenz einer Menge $a$ garantiert, so daß

(*) $\bigwedge_x (x \in a \leftrightarrow A(x))$,

bedeutet das: ›$A(x)$‹ muß rekursiv aufzählbar oder sogar ↑rekursiv sein. Andere Konzeptionen lassen keine ↑imprädikativen Mengenbildungen zu; speziell darf die Aussageform ›$A(x)$‹ in (*) keine Quantifikation über alle Mengen enthalten. Dies führt zu Systemen der verzweigten ↑Typentheorie und Systemen der geschichteten Analysis, wie sie H. Wang und P. Lorenzen vorgeschlagen haben (↑Mathematik, operative). Weitere Ansätze verändern den der klassischen Mengenlehre zugrunde liegenden logischen Rahmen, z.B. im Sinne der intuitionistischen Logik (↑Logik, intuitionistische) oder des ↑Lambda-Kalküls bzw. der kombinatorischen Logik (↑Logik, kombinatorische). Davon in den Grundbegriffen grundsätzlich verschiedene Systeme erhält man in solchen intuitionistischen Versionen der Mengenlehre, die ↑Wahlfolgen zulassen (↑Intuitionismus). – Bei der Diskussion der mengentheoretischen Prinzipien, die in den k.n M.n nicht oder nur eingeschränkt gültig sind, spielt das ↑Auswahlaxiom eine ausgezeichnete Rolle, dessen klassische Deutung vom konstruktiven Standpunkt aus nicht akzeptabel ist. Durchgängig lehnen die konstruktiven mengentheoretischen Ansätze die Idee des Aktual-Unendlichen (↑unendlich/Unendlichkeit) ab und akzeptieren daher in der Regel auch keine ↑überabzählbaren Mengen, insbesondere nicht deren durch die Potenzmengenbildung erzeugte kumulative Hierarchie (allerdings gewisse Analoga dazu in konstruktiven Systemen). Seit E. Bishops Versuch eines konstruktiven Aufbaus der Analysis in nicht-formalisierter Weise (Foundations of Constructive Analysis, New York 1967) ist das Interesse an der Entwicklung einer Axiomatik der k.n M. wieder gewachsen, die den Axiomatisierungen der klassischen Mengenlehren (↑Mengenlehre, axiomatische) entspricht und in der sich dieser Aufbau formal nachvollziehen läßt.

*Literatur:* P. Aczel, The Type Theoretic Interpretation of Constructive Set Theory, in: A. Macintyre/L. Pacholski/J. Paris (eds.), Logic Colloquium '77. Proceedings of the Colloquium Held in Wrocław (1977), Amsterdam/New York/Oxford 1978, 55–66; ders., The Type Theoretic Interpretation of Constructive Set Theory: Choice Principles, in: A.S. Troelstra/D. v. Dalen (eds.), The L.E.J. Brouwer Centenary Symposium. Proceedings of the Conference Held in Noordwijkerhout (1981), Amsterdam/New York/Oxford 1982, 1–40; S. Feferman, Constructive Theories of Functions and Classes, in: M. Boffa/D. van Dalen/K. McAloon (eds.), Logic Colloquium '78. Proceedings of the Colloquium Held in Mons (1978), Amsterdam/New York/Oxford 1979, 159–224; M.C. Fitting, Intuitionistic Logic, Model Theory and Forcing, Amsterdam/London 1969; A.A. Fraenkel/Y. Bar-Hillel/A. Levy, Foundations of Set Theory, Amsterdam/London ²1973; H. Friedman, Set-Theoretic Foundations for Constructive Analysis, Ann. Math. 2nd Ser. 105 (1977), 1–28; L. Gordeev, Constructive Models for Set Theory with Extensionality, in: A.S. Troelstra/D. v. Dalen (eds.), The L.E.J. Brouwer Centenary Symposium [s.o.], 123–148; R.J. Grayson, Heyting Valued Models for Intuitionistic Set Theory, in: M.P. Fourman/C.J. Mulvey/D. Scott (eds.), Applications of Sheaves. Proceedings of the Research Symposium on Applications of Sheaf Theory to Logic, Algebra and Analysis Held at the University of Durham (1977), Berlin/Heidelberg/New York 1979, 402–414; P. Martin-Löf, An Intuitionistic Theory of Types: Predicative Part, in: H.E. Rose/J.C. Shepherdson (eds.), Logic Colloquium '73. Proceedings of the Logic Colloquium Bristol (1973), Amsterdam/Oxford, New York 1975, 73–118; J. Myhill, Constructive Set Theory, J. Symb. Log. 40 (1975), 347–382; W.C. Powell, Extending Gödel's Negative Interpretation to ZF, J. Symb. Log. 40 (1975), 221–229; G. Takeuti/S. Titani, Heyting Valued Universes of Intuitionistic Set Theory, in: G.H. Müller/G. Takeuti/T. Tugué (eds.), Logic Symposia Hakone 1979, 1980. Proceedings of Conferences Held in Hakone, Japan, Berlin/Heidelberg/New York 1981, 189–306; A.S. Troelstra, Aspects of Constructive Mathematics, in: J. Barwise (ed.), Handbook of Mathematical Logic, Amsterdam/New York/Oxford 1977, 973–1052. P.S.

**Mengenlehre, transfinite,** auf G. Cantor zurückgehende Bezeichnung für Systeme der ↑Mengenlehre, die von der Annahme ↑überabzählbarer Mengen ausgehen, speziell für die (von Cantor begründeten) Systeme der Kardinalzahl- und Ordinalzahlarithmetik (↑Arithmetik, transfinite, ↑Kardinalzahl, ↑Ordinalzahl). Konstruktive mengentheoretische Systeme (↑Mengenlehre, konstruktive), deren Gegenstand das ↑abzählbar Unendliche ist, z.B. konstruktive Ordinalzahltheorien, bezeichnet man meist nicht als ›transfinit‹ (obwohl der Bereich des Endlichen überschritten wird). Die Existenz überabzählbarer Mengen beweist man in der t.n M. mit Hilfe des zweiten ↑Cantorschen Diagonalverfahrens; sie wird in der axiomatischen Mengenlehre (↑Mengenlehre, axiomatische) vor allem durch ↑Potenzmengenaxiom und ↑Unendlichkeitsaxiom garantiert. P.S.

**Menger,** Karl, *Wien 13. Jan. 1902, österr.-amerik. Mathematiker und Wissenschaftstheoretiker (Sohn des Nationalökonomen Carl Menger), seit 1927 Mitglied des ↑Wiener Kreises. 1920–1924 Studium der Mathematik in Wien, 1925–1927 Dozent an der Universität Amsterdam, 1927–1936 Prof. für Geometrie an der Universität Wien, 1937–1946 für Mathematik an der University of Notre Dame Ind., 1946 bis zur Emeritierung 1971 am Illinois Institute of Technology in Chicago. – M. vertritt einen formalistischen (↑Formalismus) und zugleich dezisionistischen (↑Dezisionismus) Standpunkt nicht nur in der Mathematik, sondern auch in Logik, Ethik und allen einer formalen Analyse ihrer Gegenstände und Aussagen zugänglichen Disziplinen. Er ist Urheber des anfangs auch im Wiener Kreis als anstößig empfundenen und erst später durch R. Carnap einflußreich gewordenen logischen ↑Toleranzprinzips: Sowohl die Aussagen als auch die Umformungsregeln, denen sie in einer (als Formalismus verstandenen) mathematischen Theorie unterworfen werden, sind allein das Ergebnis einer freien Wahl. Auch der Prädikator ›konstruktiv‹ erlaubt zahlreiche formalsprachliche Explikationen neben derjenigen im formalisierten ↑Intuitionismus. In der Ethik lassen sich konsequenterweise nur die formalen Beziehungen zwischen ›Menschengruppen‹, die (Handlungs-)Normen billigen bzw. mißbilligen oder ihnen indifferent gegenüberstehen, untersuchen, wobei M. selbst noch eine dreifache Unterscheidung hinzufügt: Billigen etc. geschieht durch Handeln, durch Äußerungen oder durch bloße Wünsche. Wissenschaftliche, nämlich ›wertfreie‹ Rechtfertigungen für die Wahl eines Normensystems sind unmöglich; das (persönliche) Votum M.s für einen durch (logische) Analyse und (soziale) Experimente gestützten *Pluralismus* der praktischen Überzeugungen ist davon nicht betroffen: *Entschlüsse* sind unhintergehbar.

*Werke:* Dimensionstheorie, Leipzig/Berlin 1928; (mit G. Nöbeling) Kurventheorie, Leipzig/Berlin 1932 (repr. New York 1967); Moral, Wille und Weltgestaltung. Grundlegung zur Logik der Sitten, Wien 1934 (engl. Morality, Decision, and Social Organization. Toward a Logic of Ethics, Dordrecht/Boston 1974 [Vienna Circle Coll. 6]); Einige

baus der Analysis in nicht-formalisierter Weise (Foundations of Constructive Analysis, New York 1967) ist das Interesse an der Entwicklung einer Axiomatik der k.n M. wieder gewachsen, die den Axiomatisierungen der klassischen Mengenlehren (↑Mengenlehre, axiomatische) entspricht und in der sich dieser Aufbau formal nachvollziehen läßt.

*Literatur:* P. Aczel, The Type Theoretic Interpretation of Constructive Set Theory, in: A. Macintyre/L. Pacholski/J. Paris (eds.), Logic Colloquium '77. Proceedings of the Colloquium Held in Wrocław (1977), Amsterdam/New York/Oxford 1978, 55–66; ders., The Type Theoretic Interpretation of Constructive Set Theory: Choice Principles, in: A.S. Troelstra/D. v. Dalen (eds.), The L.E.J. Brouwer Centenary Symposium. Proceedings of the Conference Held in Noordwijkerhout (1981), Amsterdam/New York/Oxford 1982, 1–40; S. Feferman, Constructive Theories of Functions and Classes, in: M. Boffa/D. van Dalen/K. McAloon (eds.), Logic Colloquium '78. Proceedings of the Colloquium Held in Mons (1978), Amsterdam/New York/Oxford 1979, 159–224; M.C. Fitting, Intuitionistic Logic, Model Theory and Forcing, Amsterdam/London 1969; A.A. Fraenkel/Y. Bar-Hillel/A. Levy, Foundations of Set Theory, Amsterdam/London ²1973; H. Friedman, Set-Theoretic Foundations for Constructive Analysis, Ann. Math. 2nd Ser. 105 (1977), 1–28; L. Gordeev, Constructive Models for Set Theory with Extensionality, in: A.S. Troelstra/D. v. Dalen (eds.), The L.E.J. Brouwer Centenary Symposium [s.o.], 123–148; R.J. Grayson, Heyting Valued Models for Intuitionistic Set Theory, in: M.P. Fourman/C.J. Mulvey/D. Scott (eds.), Applications of Sheaves. Proceedings of the Research Symposium on Applications of Sheaf Theory to Logic, Algebra and Analysis Held at the University of Durham (1977), Berlin/Heidelberg/New York 1979, 402–414; P. Martin-Löf, An Intuitionistic Theory of Types: Predicative Part, in: H.E. Rose/J.C. Shepherdson (eds.), Logic Colloquium '73. Proceedings of the Logic Colloquium Bristol (1973), Amsterdam/Oxford, New York 1975, 73–118; J. Myhill, Constructive Set Theory, J. Symb. Log. 40 (1975), 347–382; W.C. Powell, Extending Gödel's Negative Interpretation to ZF, J. Symb. Log. 40 (1975), 221–229; G. Takeuti/S. Titani, Heyting Valued Universes of Intuitionistic Set Theory, in: G.H. Müller/G. Takeuti/T. Tugué (eds.), Logic Symposia Hakone 1979, 1980. Proceedings of Conferences Held in Hakone, Japan, Berlin/Heidelberg/New York 1981, 189–306; A.S. Troelstra, Aspects of Constructive Mathematics, in: J. Barwise (ed.), Handbook of Mathematical Logic, Amsterdam/New York/Oxford 1977, 973–1052. P.S.

**Mengenlehre, transfinite,** auf G. Cantor zurückgehende Bezeichnung für Systeme der ↑Mengenlehre, die von der Annahme ↑überabzählbarer Mengen ausgehen, speziell für die (von Cantor begründeten) Systeme der Kardinalzahl- und Ordinalzahlarithmetik (↑Arithmetik, transfinite, ↑Kardinalzahl, ↑Ordinalzahl). Konstruktive mengentheoretische Systeme (↑Mengenlehre, konstruktive), deren Gegenstand das ↑abzählbar Unendliche ist, z.B. konstruktive Ordinalzahltheorien, bezeichnet man meist nicht als ›transfinit‹ (obwohl der Bereich des Endlichen überschritten wird). Die Existenz überabzählbarer Mengen beweist man in der t.n M. mit Hilfe des zweiten ↑Cantorschen Diagonalverfahrens; sie wird in der axiomatischen Mengenlehre (↑Mengenlehre, axiomatische) vor allem durch ↑Potenzmengenaxiom und ↑Unendlichkeitsaxiom garantiert. P.S.

**Menger,** Karl, *Wien 13. Jan. 1902, österr.-amerik. Mathematiker und Wissenschaftstheoretiker (Sohn des Nationalökonomen Carl Menger), seit 1927 Mitglied des ↑Wiener Kreises. 1920–1924 Studium der Mathematik in Wien, 1925–1927 Dozent an der Universität Amsterdam, 1927–1936 Prof. für Geometrie an der Universität Wien, 1937–1946 für Mathematik an der University of Notre Dame Ind., 1946 bis zur Emeritierung 1971 am Illinois Institute of Technology in Chicago. – M. vertritt einen formalistischen (↑Formalismus) und zugleich dezisionistischen (↑Dezisionismus) Standpunkt nicht nur in der Mathematik, sondern auch in Logik, Ethik und allen einer formalen Analyse ihrer Gegenstände und Aussagen zugänglichen Disziplinen. Er ist Urheber des anfangs auch im Wiener Kreis als anstößig empfundenen und erst später durch R. Carnap einflußreich gewordenen logischen ↑Toleranzprinzips: Sowohl die Aussagen als auch die Umformungsregeln, denen sie in einer (als Formalismus verstandenen) mathematischen Theorie unterworfen werden, sind allein das Ergebnis einer freien Wahl. Auch der Prädikator ›konstruktiv‹ erlaubt zahlreiche formalsprachliche Explikationen neben derjenigen im formalisierten ↑Intuitionismus. In der Ethik lassen sich konsequenterweise nur die formalen Beziehungen zwischen ›Menschengruppen‹, die (Handlungs-)Normen billigen bzw. mißbilligen oder ihnen indifferent gegenüberstehen, untersuchen, wobei M. selbst noch eine dreifache Unterscheidung hinzufügt: Billigen etc. geschieht durch Handeln, durch Äußerungen oder durch bloße Wünsche. Wissenschaftliche, nämlich ›wertfreie‹ Rechtfertigungen für die Wahl eines Normensystems sind unmöglich; das (persönliche) Votum M.s für einen durch (logische) Analyse und (soziale) Experimente gestützten *Pluralismus* der praktischen Überzeugungen ist davon nicht betroffen: *Entschlüsse* sind unhintergehbar.

*Werke:* Dimensionstheorie, Leipzig/Berlin 1928; (mit G. Nöbeling) Kurventheorie, Leipzig/Berlin 1932 (repr. New York 1967); Moral, Wille und Weltgestaltung. Grundlegung zur Logik der Sitten, Wien 1934 (engl. Morality, Decision, and Social Organization. Toward a Logic of Ethics, Dordrecht/Boston 1974 [Vienna Circle Coll. 6]); Einige

klidischen und galileischen M.e der Längen- und Dauermessung sind nach protophysikalischer Auffassung insofern grundlegend, als auch die bei hohen Geschwindigkeiten nahe $c$ auftretenden Längen- und Dauerveränderungen (↑Relativitätstheorie, spezielle) erst nach Auszeichnung eines klassischen ↑Inertialsystems (Erde bzw. astronomisches Fundamentalsystem) mit den Lorentz-Transformationen (↑Lorentz-Invarianz) berechnet werden können.

*Literatur:* F. Henze, Atlas der M.e, Berlin (Ost) 1962; P. Janich, Die Protophysik der Zeit. Konstruktive Begründung und Geschichte der Zeitmessung, Frankfurt 1980; P. Lorenzen/O. Schwemmer, Konstruktive Logik, Ethik und Wissenschaftstheorie, Mannheim/Wien/Zürich [2]1975; H. Michel, Instruments des sciences dans l'art et l'histoire, Rhode-Saint-Genèse 1966 (dt. Messen über Zeit und Raum. Meßinstrumente aus fünf Jahrhunderten, Stuttgart 1965); P. Mittelstaedt, Der Zeitbegriff in der Physik. Physikalische und philosophische Untersuchungen zum Zeitbegriff in der klassischen und in der relativistischen Physik, Mannheim/Wien/Zürich 1976, [2]1980; J. Pfarr (ed.), Protophysik und Relativitätstheorie, Mannheim/Wien/Zürich 1981; H. Richter, Neue Schule der Radiotechnik und Elektronik. Ein Lehr- und Hilfsbuch für Studium und Praxis IV (M.e und Meßverfahren der Radiotechnik und Elektronik), Stuttgart 1959, [3]1967; D.H. Schuster, Basic Electronic Test Equipment. A Programmed Introduction, New York 1968 (dt. Die Grundlagen elektronischer M.e. Ein programmiertes Lehrbuch, München/Wien 1973). K.M.

**Meßtheorie** (engl. measurement theory), derjenige Teil der Wissenschaftstheorie, der die Beziehungen zwischen empirischen und numerischen Strukturen unter dem Gesichtspunkt untersucht, daß die empirischen Objekten zugeordneten Zahlenwerte als Meßwerte von diesen Objekten zukommenden Eigenschaften interpretiert werden können. Eine empirische Struktur $\mathfrak{A}$ kann man dabei als gegeben ansehen durch eine Menge $A$ mit empirischen Relationen und Funktionen, wobei meist eine dieser Relationen die Eigenschaften einer Ordnungsrelation (↑Ordnung) hat. Eine numerische Struktur $\mathfrak{N}$ ist eine Menge $N$ von Zahlen mit numerischen Relationen und Funktionen, wobei man meist die reellen Zahlen $\mathbb{R}$ mit der kanonischen Ordnung $\leq$ (und eventuell weiteren Relationen und Funktionen) betrachtet. Ist eine empirische Struktur $\mathfrak{A}$ gegeben, so besteht das *Repräsentationsproblem* der M. für diese Struktur darin, eine numerische Struktur $\mathfrak{N}$ von gleichem Typ wie $\mathfrak{A}$ (d.h. gleicher Anzahl und Stelligkeit der Relationen und Funktionen) sowie einen ↑Homomorphismus $f$ von $\mathfrak{A}$ nach $\mathfrak{N}$ zu finden. Besonders wertvoll sind dabei natürlich diejenigen Lösungen des Repräsentationsproblems, in denen diese Abbildung $f$ tatsächlich konstruiert wird. Die Einführung eines solchen Homomorphismus nennt man auch *Metrisierung*. Das *Eindeutigkeitsproblem* besteht darin, anzugeben, bis auf welche Transformationen ein solches $f$ eindeutig bestimmt ist. $f$ heißt auch *Skala;* die *zulässigen Transformationen*, bis auf die $f$ eindeutig bestimmt ist, charakterisieren den *Typ* der Skala.

Ist z.B. eine endliche oder abzählbare ↑Quasireihe mit der ↑Äquivalenzrelation $\equiv$ und der Ordnungsrelation $\prec$ gegeben (etwa Personen mit den Relationen ›gleich groß‹ und ›größer‹), dann läßt sich ein Homomorphismus $f$ von der durch die Quasireihe bestimmten Struktur in $\langle \mathbb{R}, \leq, = \rangle$ angeben, so daß $a \prec b \leftrightarrow f(a) \leq f(b)$ und $a \equiv b \leftrightarrow f(a) = f(b)$ gelten (sind die Größenverhältnisse von 5 Personen $a_1, \ldots, a_5$ etwa durch $a_1 \prec a_5 \prec a_2 \prec a_3$ und $a_3 \equiv a_4$ gegeben, so erfüllt $f(a_1)=1$, $f(a_2)=4$, $f(a_3)=f(a_4)=5$, $f(a_5)=3$ diese Bedingung). Die so gewonnene Skala $f$ ist vom Skalentyp *Ordinalskala*, d.h., sie ist eindeutig bestimmt bis auf monoton wachsende Transformationen. Andere wichtige Skalentypen sind z.B. *Intervallskala* und *Verhältnisskala* (engl. ratio scale). Intervallskalen sind eindeutig bestimmt bis auf positive lineare Transformationen (d.h. Transformationen der Gestalt $\varphi(x) = \alpha x + \beta$ für $\alpha > 0$), Verhältnisskalen sind eindeutig bis auf Ähnlichkeitstransformationen ($\varphi(x) = \alpha x$ für $\alpha > 0$). Eine Intervallskala liegt z.B. bei der Temperaturmessung vor, wenn man die Existenz eines absoluten Nullpunkts nicht in die betrachtete empirische Struktur einbezieht. Eine Verhältnisskala liegt z.B. bei der Längen- oder Massenmessung vor. Vom jeweiligen Skalentyp hängt die Sinnhaftigkeit von Aussagen ab, die auf die gemessene Größe, nicht jedoch auf die verwendete Skala Bezug nehmen. So ist es sinnvoll zu sagen, der Stab $A$ sei doppelt so lang wie der Stab $B$, unabhängig davon, ob man ihn in mm oder km mißt; nicht sinnvoll ist es jedoch (unabhängig von der Maßeinheit) zu sagen, der Körper $A$ habe eine doppelt so hohe Temperatur wie der Körper $B$ (denn dies bedeutet z.B. in Grad Celsius und Grad Fahrenheit etwas Verschiedenes). Die Aussage, etwas sei z-mal so groß wie etwas anderes, ist nämlich gegenüber den für Verhältnisskalen charakteristischen Ähnlichkeitstransformationen invariant, nicht jedoch gegenüber den für Intervallskalen charakteristischen positiv linearen Transformationen. Dieses Problem der Sinnhaftigkeit von Aussagen über Größen unabhängig von der verwendeten Skala wird in der M. unter dem Stichwort ›meaningfulness‹ behandelt.

Zu Verhältnisskalen wird man insbesondere dann geführt, wenn zu der empirischen Struktur eine

›Verkettungsoperation‹ ∘ mit gewissen Eigenschaften gehört, die der intuitiven Vorstellung korrespondieren, etwas durch Verknüpfung von Einheiten messen zu können (z.B. das Aneinanderlegen von Stäben in der Längenmessung). Solche Strukturen heißen auch *extensiv* (man spricht ferner von ›additiven Größen‹), die zugehörigen Skalen $f$, für die dann gilt $f(a \circ b) = f(a) + f(b)$, auch *extensive Skalen*. Während H. v. Helmholtz und O. Hölder, deren Arbeiten den Ausgangspunkt der M. bilden, davon ausgingen, daß Messen immer durch Zählen von Einheiten vonstatten gehe, alle meßbaren Größen also extensiv seien (oder sich auf solche zurückführen ließen) – wohl auch unter dem Eindruck, daß die zentralen Größen der Physik, zumindest der Mechanik, extensiv sind –, hat die moderne M., an deren Aufbau von philosophischer Seite unter anderem P. Suppes maßgeblich beteiligt war, die Möglichkeit exakter Skalenbildung auch für Gegenstandsbereiche ohne Verkettungsoperation erwiesen (es läßt sich sogar zeigen, daß nicht alle Verhältnisskalen eine Verkettungsoperation voraussetzen). Wichtige Anwendungsgebiete der M. sind so auch Sozialwissenschaften, Ökonometrie und vor allem die Psychologie, häufig unter Verwendung von wahrscheinlichkeitstheoretischen, statistischen und testtheoretischen Methoden. Ein zentrales psychologisches Anwendungsfeld ist die ↑Psychophysik, in der es um quantitative Beziehungen zwischen objektiv-physikalischen Reizen und subjektiven Empfindungen geht und in der daher Verfahren entwickelt werden, subjektiven Empfindungen (z.B. der Tonhöhe oder Helligkeit) Maßzahlen zuzuordnen (einer solchen Metrisierung von Empfindungen läßt sich meßtheoretisch ein präziser Sinn zuschreiben). Während es in der neueren M. im engeren Sinne darum geht, *qualitativ* gegebene empirische Strukturen numerisch zu repräsentieren, behandelt die ältere, vor allem auf den Psychologen L.L. Thurstone (1887–1955) zurückgehende Theorie der *Skalierung* (die im weiteren Sinne auch zur M. gehört) eher die Methoden, ›Skalen‹ (in einem weiteren Sinne) aus quantitativ gegebenen Daten (z.B. Testergebnissen) zu konstruieren, ohne daß man damit in jedem Fall schon eine empirische Struktur voraussetzt.

Sind die empirischen Strukturen, um deren Metrisierung es geht, rein qualitativ gegeben, so spricht man von *fundamentaler* Metrisierung (entsprechend von fundamentalen Skalen). Setzt die Metrisierung dagegen schon Skalen als gegeben voraus, spricht man von *abgeleiteter* Metrisierung. Dies ist dann der Fall, wenn die betrachtete empirische Struktur mit Hilfe von gegebenen Skalen beschrieben ist. So setzt z.B. die Metrisierung der Temperatur als physikalischer Eigenschaft eine Längenskala voraus, da die Ordnungsrelation der empirischen Struktur durch die Ordnung von Längen (etwa einer Quecksilbersäule) bestimmt ist. Ferner spricht man von abgeleiteter Metrisierung, wenn man aus gegebenen Skalen weitere ableiten will, die bestimmten Bedingungen genügen, ohne auf eine empirische Struktur selbst Bezug zu nehmen. In diesem Fall spricht man auch von *abgeleiteten Skalen* (Beispiel ist die Definition der Dichte eines Körpers als Quotient von Masse und Volumen). – Die Annahme, daß die empirische Struktur, die numerisch repräsentiert wird, unabhängig von der zu definierenden Skala gegeben ist, wird von manchen Wissenschaftstheoretikern, denen es um die Praxis der ↑Messung geht, bestritten. So wird im Sinne der ↑Protophysik die empirische Struktur eines Objektbereichs durch die Herstellungs- und Verwendungspraxis von ↑Meßgeräten teilweise präformiert.

*Literatur:* K. Berka, Měření. Pojmy, teorie, problémy, Prag 1977 (engl. Measurement. Its Concepts, Theories and Problems, Dordrecht/Boston 1983 [Boston Stud. Philos. Sci. LXXII]); H. v. Helmholtz, Zählen und Messen erkenntnistheoretisch betrachtet, in: Philosophische Aufsätze. E. Zeller zu seinem fünfzigjährigen Doktorjubiläum gewidmet, Leipzig 1887, 17–52 (repr. in: ders., Die Tatsachen in der Wahrnehmung. Zählen und Messen erkenntnistheoretisch betrachtet, Darmstadt 1959, 75–112); O. Hölder, Die Axiome der Quantität und die Lehre vom Mass, Ber. u. Verh. Königl. Sächs. Ges. Wiss. Leipzig, math.-phys. Cl. 53 (1901), 1–64; D.H. Krantz u.a., Foundations of Measurement I, New York/London 1971; J. Pfanzagl, Theory of Measurement, Würzburg/Wien ²1971; F.S. Roberts, Measurement Theory with Applications to Decisionmaking, Utility, and the Social Sciences, Reading Mass. etc. 1979; D. Scott/P. Suppes, Foundational Aspects of Theories of Measurement, J. Symb. Log. 23 (1958), 113–128 (repr. in: R.D. Luce/R.R. Bush/E. Galanter [eds.], Readings in Mathematical Psychology I, New York/London 1963, 212–227); W. Stegmüller, Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie II/1 (Theorie und Erfahrung), Berlin/Heidelberg/New York 1970, 15–109; P. Suppes/J.L. Zinnes, Basic Measurement Theory, in: R.D. Luce/R.R. Bush/E. Galanter (eds.), Handbook of Mathematical Psychology I, New York/London/Sydney 1963, 1–76; L.L. Thurstone, The Measurement of Values, Chicago/London 1959; W.S. Torgerson, Theory and Methods of Scaling, New York/London/Sydney 1958; weitere Literatur ↑Messung. P.S.

**Messung,** Zuordnung von Zahlenwerten und numerischen Verfahren zu empirischen Größen und Vorgängen. Obwohl historisch bereits in vorgriechischer Zeit Meßverfahren z.B. in Astronomie, Baukunst und Landwirtschaft Anwendung fanden, müller (↑Holismus, ↑Theoriesprache), der Methodologie wissenschaftlicher ↑Forschungsprogramme bei I. Lakatos und der anarchistischen Wissenschaftstheorie bei P.K. Feyerabend (↑Anarchismus, erkenntnistheoretischer).

*Literatur:* C. Thiel, Grundlagenkrise und Grundlagenstreit. Studie über das normative Fundament der Wissenschaften am Beispiel von Mathematik und Sozialwissenschaft, Meisenheim 1972. J.M.

**Methodologie** (von griech. μέθοδος, Weg, [einem Gegenstand] Nachgehen, und λόγος, Lehre) (engl. methodology, franz. méthodologie), (1) die den Wissenschaften als Teil einer allgemeinen Logik der Wissenschaften vorausgehende *Lehre von den (wissenschaftlichen)* ↑*Methoden,* als solche Teil der (allgemeinen) ↑Wissenschaftstheorie, (2) *(Methoden-)Theorie(n)* innerhalb der Wissenschaften. Entsprechend der Unterscheidung zwischen Methoden der ↑*Forschung* und Methoden der *Darstellung* (↑Darstellung (semiotisch), ↑Entdeckungszusammenhang/Begründungszusammenhang) bezieht sich M. im Sinne von (1) und beziehen sich M.n im Sinne von (2) sowohl auf Verfahren der Wissensbildung (z.B. ↑trial and error) als auch auf Verfahren der Sicherung der ↑Geltung wissenschaftlicher Aussagen (z.B. ↑Prinzip der pragmatischen Ordnung). Zu den wesentlichen Teilen der M. im Sinne von (1) gehört – wie in der klassischen ↑Erkenntnistheorie – eine Lehre vom ↑Begriff (↑Definition) und eine Lehre vom ↑Beweis.
*Wissenschaftssystematische* Bedeutung haben M.n, die über die Auszeichnung bestimmter Methoden die Theorienbildung und damit häufig auch das Selbstverständnis wissenschaftlicher Disziplinen (und deren Abgrenzung gegenüber anderen Disziplinen) maßgeblich beeinflussen. Zu derartigen, in M.n normierten Methoden gehören z.B. (im Sinne methodologischer Gegensätze) die analytische und die synthetische Methode (↑Methode, analytische, ↑Methode, synthetische), die deduktive und die induktive Methode (↑Deduktion, ↑Induktion, ↑Induktivismus), die axiomatische und die konstruktive Methode (↑Methode, axiomatische, ↑Konstruktivismus), ferner die Unterscheidung zwischen einer transzendentalen, einer hermeneutischen und einer historischen Methode (↑Methode, transzendentale, ↑Methode, hermeneutische, ↑Methode, historische). Die Auszeichnung derartiger Methoden führt in der Regel auf einer mittleren Ebene zwischen den M.begriffen im Sinne von (1) und (2) von der *allgemeinen* M., d.h. einer Methodenlehre für alle wissenschaftlichen Disziplinen, in die *speziellen* M.n, d.h. Methodenlehren für einzelne wissenschaftliche Disziplinen oder Disziplinengruppen, z.B. der empirischen und der nicht-empirischen Wissenschaften. Eine M. empirischer Wissenschaften stellt in diesem Sinne K.R. Poppers ↑Logik der Forschung dar (›Logik‹ hier wie in vielen anderen Fällen, z.B. ›Logik der Geisteswissenschaften‹, synonym mit ›M.‹). Auch der (ältere) Versuch, zwischen ↑Geisteswissenschaften und ↑Naturwissenschaften wissenschaftssystematisch zu unterscheiden, erfolgt über die Auszeichnung spezieller M.n, nämlich über die Ausarbeitung unterschiedlicher M.n des ↑Verstehens und der ↑Erklärung. Kontroversen über unterschiedliche M.n werden z.B. im Rahmen der verschiedenen Formen des ↑Methodenstreits (↑Positivismusstreit, ↑Werturteilsstreit) und des Begründungsstreits (↑Letztbegründung) geführt.

*Literatur:* L. Geldsetzer, M., Hist. Wb. Ph. V (1980), 1379–1386; R. Kamitz, Methode/M., Hb. wiss.theoret. Begr. II (1980), 429–433; A. Menne, Einführung in die M., Darmstadt 1980; weitere Literatur in den im Text angeführten Artikeln (↑). J.M.

**Metrik,** in der Mathematik die Abstandsfunktion $d$ eines metrischen Raumes $(M, d)$ (↑Abstand). Speziell in der ↑Differentialgeometrie Bezeichnung für die metrische Fundamentalform einer Fläche oder Mannigfaltigkeit, die deren geometrische Eigenschaften (z.B. Krümmung oder den Abstand zweier Punkte) bestimmt. So spricht man von euklidischer M., wenn diese Fundamentalform vom euklidischen Skalarprodukt eines umgebenden cartesischen Raumes abgeleitet ist. Geht man nicht davon aus, daß die Mannigfaltigkeit in einen solchen Raum eingebettet ist, spricht man von Riemannscher M. (↑Riemannscher Raum). P.S.

**Metrisierung,** die Einführung einer Skala und damit eines komparativen oder quantitativen Begriffs für eine empirische Struktur. Die Theorie der M. wird in der ↑Meßtheorie behandelt. Zu unterscheiden vom theoretischen Problem der M. ist das praktische Problem der ↑Messung einer Größe. P.S.

**Metrodoros** von Chios, um 400 v. Chr., griech. Philosoph und Historiker, Schüler des Demokrit (oder des Demokritschülers Nessos), Lehrer des Anaxarchos; der bedeutendste der jüngeren Atomisten. M. schließt sich in der Kosmogonie Demokrit an, vertritt die These von der unendlichen Anzahl der Welten und der Bewegungslosigkeit der Welt. Erkenntnistheoretisch steht M. Positionen müller (↑Holismus, ↑Theoriesprache), der Methodologie wissenschaftlicher ↑Forschungsprogramme bei I. Lakatos und der anarchistischen Wissenschaftstheorie bei P.K. Feyerabend (↑Anarchismus, erkenntnistheoretischer).

*Literatur:* C. Thiel, Grundlagenkrise und Grundlagenstreit. Studie über das normative Fundament der Wissenschaften am Beispiel von Mathematik und Sozialwissenschaft, Meisenheim 1972. J.M.

**Methodologie** (von griech. μέθοδος, Weg, [einem Gegenstand] Nachgehen, und λόγος, Lehre) (engl. methodology, franz. méthodologie), (1) die den Wissenschaften als Teil einer allgemeinen Logik der Wissenschaften vorausgehende *Lehre von den (wissenschaftlichen)* ↑*Methoden,* als solche Teil der (allgemeinen) ↑Wissenschaftstheorie, (2) *(Methoden-)Theorie(n)* innerhalb der Wissenschaften. Entsprechend der Unterscheidung zwischen Methoden der ↑*Forschung* und Methoden der *Darstellung* (↑Darstellung (semiotisch), ↑Entdeckungszusammenhang/Begründungszusammenhang) bezieht sich M. im Sinne von (1) und beziehen sich M.n im Sinne von (2) sowohl auf Verfahren der Wissensbildung (z.B. ↑trial and error) als auch auf Verfahren der Sicherung der ↑Geltung wissenschaftlicher Aussagen (z.B. ↑Prinzip der pragmatischen Ordnung). Zu den wesentlichen Teilen der M. im Sinne von (1) gehört – wie in der klassischen ↑Erkenntnistheorie – eine Lehre vom ↑Begriff (↑Definition) und eine Lehre vom ↑Beweis.
*Wissenschaftssystematische* Bedeutung haben M.n, die über die Auszeichnung bestimmter Methoden die Theorienbildung und damit häufig auch das Selbstverständnis wissenschaftlicher Disziplinen (und deren Abgrenzung gegenüber anderen Disziplinen) maßgeblich beeinflussen. Zu derartigen, in M.n normierten Methoden gehören z.B. (im Sinne methodologischer Gegensätze) die analytische und die synthetische Methode (↑Methode, analytische, ↑Methode, synthetische), die deduktive und die induktive Methode (↑Deduktion, ↑Induktion, ↑Induktivismus), die axiomatische und die konstruktive Methode (↑Methode, axiomatische, ↑Konstruktivismus), ferner die Unterscheidung zwischen einer transzendentalen, einer hermeneutischen und einer historischen Methode (↑Methode, transzendentale, ↑Methode, hermeneutische, ↑Methode, historische). Die Auszeichnung derartiger Methoden führt in der Regel auf einer mittleren Ebene zwischen den M.begriffen im Sinne von (1) und (2) von der *allgemeinen* M., d.h. einer Methodenlehre für alle wissenschaftlichen Disziplinen, in die *speziellen* M.n, d.h. Methodenlehren für einzelne wissenschaftliche Disziplinen oder Disziplinengruppen, z.B. der empirischen und der nicht-empirischen Wissenschaften. Eine M. empirischer Wissenschaften stellt in diesem Sinne K.R. Poppers ↑Logik der Forschung dar (›Logik‹ hier wie in vielen anderen Fällen, z.B. ›Logik der Geisteswissenschaften‹, synonym mit ›M.‹). Auch der (ältere) Versuch, zwischen ↑Geisteswissenschaften und ↑Naturwissenschaften wissenschaftssystematisch zu unterscheiden, erfolgt über die Auszeichnung spezieller M.n, nämlich über die Ausarbeitung unterschiedlicher M.n des ↑Verstehens und der ↑Erklärung. Kontroversen über unterschiedliche M.n werden z.B. im Rahmen der verschiedenen Formen des ↑Methodenstreits (↑Positivismusstreit, ↑Werturteilsstreit) und des Begründungsstreits (↑Letztbegründung) geführt.

*Literatur:* L. Geldsetzer, M., Hist. Wb. Ph. V (1980), 1379–1386; R. Kamitz, Methode/M., Hb. wiss.theoret. Begr. II (1980), 429–433; A. Menne, Einführung in die M., Darmstadt 1980; weitere Literatur in den im Text angeführten Artikeln (↑). J.M.

**Metrik,** in der Mathematik die Abstandsfunktion *d* eines metrischen Raumes *(M, d)* (↑Abstand). Speziell in der ↑Differentialgeometrie Bezeichnung für die metrische Fundamentalform einer Fläche oder Mannigfaltigkeit, die deren geometrische Eigenschaften (z.B. Krümmung oder den Abstand zweier Punkte) bestimmt. So spricht man von euklidischer M., wenn diese Fundamentalform vom euklidischen Skalarprodukt eines umgebenden cartesischen Raumes abgeleitet ist. Geht man nicht davon aus, daß die Mannigfaltigkeit in einen solchen Raum eingebettet ist, spricht man von Riemannscher M. (↑Riemannscher Raum). P.S.

**Metrisierung,** die Einführung einer Skala und damit eines komparativen oder quantitativen Begriffs für eine empirische Struktur. Die Theorie der M. wird in der ↑Meßtheorie behandelt. Zu unterscheiden vom theoretischen Problem der M. ist das praktische Problem der ↑Messung einer Größe. P.S.

**Metrodoros** von Chios, um 400 v. Chr., griech. Philosoph und Historiker, Schüler des Demokrit (oder des Demokritschülers Nessos), Lehrer des Anaxarchos; der bedeutendste der jüngeren Atomisten. M. schließt sich in der Kosmogonie Demokrit an, vertritt die These von der unendlichen Anzahl der Welten und der Bewegungslosigkeit der Welt. Erkenntnistheoretisch steht M. Positionen theoretische Einteilung des 5. Jahrhunderts, wenn er die Musik (*μουσική*) in Rede/Worte (*λόγοι*), Stil (*λέξις*), Tonart (*ἁρμονία*) und Rhythmik/Metrik (*ῥυθμός*) gliedert. Innerhalb der Stilformen unterscheidet Platon die Erzählung (*διήγησις*) von der M., wobei er unter M. die szenische Darstellung von auf der Bühne agierenden Personen ohne Erläuterungen (erzählende Hinweise) des Dichters versteht; reine Formen der M. sind demnach für ihn Tragödie und Komödie. Aristoteles (Poet. 1–6.1447a20–1449b28) schließt sich diesem Verständnis an, wenn er von der M. handelnder Personen (im Drama) spricht und Rhythmus, Wort und Harmonie als Mittel der M. angibt; Gegenstände der M. sind Charaktere, Zustände, Handlungen und Widerfahrnisse. Neben diesem M.begriff, der zugleich die antizipierende Darstellung idealer Situationen, Lebensweisen und -haltungen umfaßt, findet sich bei Aristoteles auch die (aus der Umgangssprache übernommene) Bedeutung von ›M.‹ als Nachahmung (von Gegenständen und Handlungen).

Eine *ontologische* Bedeutung von ›M.‹ sollen einige Pythagoreer des 5. Jahrhunderts v. Chr. vertreten haben: das Seiende existiere dadurch, daß es die Zahlen nachahme. Platon (Pol. X) und die Platoniker verwenden ›M.‹ als Bezeichnung für das ontologische Verhältnis zwischen empirischen Gegenständen und Ideen (↑Idee (historisch), ↑Ideenlehre): Während allein die Ideen im eigentlichen Sinne ›wirklich‹ sind, haben die Einzeldinge nur insofern an der Realität teil (↑Methexis) und sind nur insofern erkennbar, als sie Nachahmungen (Abbilder) der Ideen sind; die Kunst ist, weil sie die empirische Welt darstellt (nachahmt), Nachahmung von Nachahmung und steht damit um eine ontologische Stufe niedriger als der Bereich der Natur. In einem *sprachphilosophischen* Zusammenhang bezeichnet Platon (Krat. 422e–424a) die Buchstaben, Silben und Wörter, insbesondere die ↑Eigennamen (die er als prädikative Ausdrücke für Individuen rekonstruiert) genau dann als ›Mimema‹ (*μίμημα*, Abbild), wenn sie das ↑›Wesen‹ (*οὐσία*) oder den ›Begriff‹ (*εἶδος*) eines Gegenstandes repräsentieren. Eine *kulturtheoretische* Verwendung von ›M.‹ (›technische‹ Erfindungen aller Art als Nachahmung der Natur) begegnet erstmals bei Demokrit (VS 68 B 154).

In der nachklassischen Zeit und in den Ästhetiken seit dem 18. Jahrhundert bedeutet ›M.‹ fast ausschließlich *Nachahmung* (imitatio), vor allem von Natur oder Gesellschaft. Die alte musiktheoretisch-ästhetische Bedeutung gerät in Vergessenheit, das antike umgangssprachliche, ontologische (Platon), sprachphilosophische und das (zum Teil als Nachahmung der Schöpfertätigkeit Gottes religiös umgedeutete) kulturhistorische Verständnis der M. setzt sich durch, vor allem auf Grund des Einflusses der Rhetorik, in der ›M.‹ Nachahmung beispielhafter Vorbilder bedeutet. In der marxistischen Kunsttheorie und Ästhetik (G. Lukács) gewinnt der Begriff der M. (Nachahmung) im Rahmen der ↑Widerspiegelungstheorie erneut systematische Bedeutung.

*Literatur:* E. Auerbach, M.. Dargestellte Wirklichkeit in der abendländischen Literatur, Bern 1946, Bern/München [6]1977; G. Bien, Bemerkungen zu Genesis und ursprünglicher Funktion des Theorems von der Kunst als Nachahmung der Natur, Bogawus. Z. f. Lit., Kunst, Philos. 2 (1964), 26–43; H. Blumenberg, Nachahmung der Natur. Zur Vorgeschichte der Idee des schöpferischen Menschen, Stud. Gen. 10 (1957), 266–283; G.F. Else, »Imitation« in the Fifth Century, Class. Philol. 53 (1958), 73–90; L. Golden, M. and Katharsis, Class. Philol. 64 (1969), 145–153; H.R. Jauß (ed.), Nachahmung und Illusion. Kolloquium Gießen Juni 1963. Vorlagen und Verhandlungen, München 1964, [2]1969 (Poetik u. Hermeneutik 1); H. Koller, Die M. in der Antike. Nachahmung, Darstellung, Ausdruck, Bern 1954; ders., M., Hist. Wb. Ph. V (1980), 1396–1399; K. Lorenz/J. Mittelstraß, On Rational Philosophy of Language: The Programme in Plato's Cratylus Reconsidered, Mind 76 (1967), 1–20; G. Lukács, Probleme der M., I–VI, in: ders., Werke 11, I, Neuwied/Berlin 1963, 352–835 (Kap. 5–10); S.D. Martinson, On Imitation, Imagination and Beauty. A Critical Reassessment of the Concept of the Literary Artist During the Early German »Aufklärung«, Bonn 1977; W. Preisendanz, M. und Poiesis in der deutschen Dichtungstheorie des 18. Jahrunderts, in: W.Rasch/H. Geulen/K. Haberkamm (eds.), Rezeption und Produktion zwischen 1570 und 1730. Festschrift für Günther Weydt, Bern/München 1972, 441–453; M. Schrader, M. und Poiesis. Poetologische Studien zum Bildungsroman, Berlin/New York 1975; B. Schweitzer, M. und Phantasia, Philol. 89 (1934), 286–300; G. Sörbom, M. and Art. Studies in the Origin and Early Development of an Aesthetic Vocabulary, Stockholm 1966; J. Tate, Plato and Imitation, Class. Quart. 26 (1932), 161–169; F. Tomberg, M. der Praxis und abstrakte Kunst. Ein Versuch über die M.theorie, Neuwied/Berlin 1968; W.J. Verdenius, M.. Plato's Doctrine of Artistic Imitation and Its Meaning to Us, Leiden 1949 (repr. 1962); B.M. Villanueva, El concepto de ›M.‹ en Platon, Salamanca 1969; B. Wehrli, Imitatio und M. in der Geschichte der deutschen Erzähltheorie unter besonderer Berücksichtigung des 19. Jahrhunderts, Esslingen 1974; W. Weidlé, Vom Sinn der M., Eranos-Jb. 31 (1962), 249–273. M.G.

**mind,** ↑philosophy of mind.

**Minimalaussage,** Ausdruck für Subjekt-Prädikat-Aussagen (simplex propositio) der traditionellen Logik (↑Subjekt, ↑Prädikat, ↑Kopula). Bezogen auf moderne logische Analysen fallen darunter teils ↑Elementaraussagen (z.B. ›Sokrates geht spazie-

ren‹), teils rein quantorenlogisch zusammengesetzte Aussagen (z.B. ›jemand ist krank‹), teils junktoren- und quantorenlogisch zusammengesetzte Aussagen (z.B. ›Eisen dehnt sich bei Erwärmung aus‹), insbesondere auch die kategorischen Urteile (↑Urteil, kategorisches) der traditionellen ↑Syllogistik. K.L./P.S.

**Minimalgesetz,** unter der Bezeichnung ›minimal covering law‹ (genaue Übersetzung: minimales umfassendes Gesetz) von C.G. Hempel eingeführter Terminus (im Anschluß an den von W. Dray vorgeschlagenen Terminus ›covering law‹ für Gesetze, mit denen singuläre Ereignisse erklärt werden), um das schwächste Gesetz zu charakterisieren, das ausreicht, aus gegebenen Antezedensbedingungen ein gegebenes Ereignis zu erklären. Ist eine deduktiv-nomologische ↑Erklärung (DN-Erklärung)

$$(*)\quad \frac{\begin{array}{c}A_1,\ldots,A_k\\ G_1,\ldots,G_n\end{array}}{E}$$

eines durch $E$ beschriebenen Ereignisses mit durch $A_1,\ldots,A_k$ beschriebenen Antezedensbedingungen und Gesetzen $G_1,\ldots,G_n$ gegeben, so besagt das M. $G^*$ dieser Erklärung: immer wenn die durch $A_1,\ldots,A_k$ beschriebenen Bedingungen erfüllt sind, tritt das durch $E$ beschriebene Ereignis ein. Damit ist $G^*$ eine logische Folgerung von $G_1 \wedge \ldots \wedge G_n$ (dies ergibt sich daraus, daß (*) als DN-Erklärung eine logische Folgerung ist); ferner ist

$$\frac{\begin{array}{c}A_1,\ldots,A_k\\ G^*\end{array}}{E}$$

selbst wieder eine (dann allerdings recht triviale) DN-Erklärung. Der Begriff des M.es zeigt, daß dasselbe Ereignis aus denselben Antezedensbedingungen mit Hilfe von Gesetzen verschiedenen Allgemeinheitsgrades erklärt werden kann. Leistungsfähig sind DN-Erklärungen jedoch nur dann, wenn sie kein M. verwenden bzw. wenn das verwendete M. in einen umfassenderen theoretischen Zusammenhang eingebettet ist (↑Theoriesprache).

*Literatur:* W. Dray, Laws and Explanation in History, London 1957; W.K. Essler, Wissenschaftstheorie IV (Erklärung und Kausalität), Freiburg/München 1979; C.G. Hempel, Aspects of Scientific Explanation, in: ders., Aspects of Scientific Explanation and Other Essays in the Philosophy of Science, New York, London 1965, 331–496, bes. 345–347 (dt. Übers. des erg. u. bearb. Titelaufsatzes: Aspekte wissenschaftlicher Erklärung, Berlin/New York 1977, bes. 17–19); W. Stegmüller, Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie I (Wissenschaftliche Erklärung und Begründung), Berlin/Heidelberg/New York 1969, 1974, bes. 82–85. P.S.

**Minimalkalkül,** (1) ein unter diesem Namen erstmals von I. Johansson (1937) vorgelegter, wenngleich sachlich bereits auf A.N. Kolmogorov (1924) zurückgehender, die intuitionistische Einschränkung der klassischen Logik (Nichtallgemeingültigkeit des ↑tertium non datur) durch Nichtallgemeingültigkeit des ↑ex falso quodlibet noch verschärfender ↑Logikkalkül. Der Kalkül der *positiven Logik* (↑Logik, positive) von D. Hilbert und P. Bernays wird zu einer Kalkülisierung der *Minimallogik*, wenn nach Erweiterung der Ausdrucksbestimmungen durch die Negation das Aussageschema $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$ – oder: $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A)$ – als Anfang hinzugefügt wird, hingegen zu einer Kalkülisierung der *intuitionistischen Logik* (↑Logik, intuitionistische), wenn man außerdem noch $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ – es genügt: $\neg A \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow A)$ – als Anfang hinzufügt. Man erhält eine Kalkülisierung der *klassischen Logik* (↑Logik, klassische), wenn $(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow A)$ der einzige die Negation enthaltende Anfang ist (alle übrigen Anfänge im Kalkül der positiven Logik bis auf die ersten beiden, also $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ und $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$, sind dann unter Verwendung von Definitionen, z.B. $A \wedge B \leftrightharpoons \neg(A \rightarrow \neg B)$ und $A \vee B \leftrightharpoons \neg A \rightarrow B$, für Konjunktion und Adjunktion sogar ableitbar). Damit sind im M. nur solche Aussageschemata ableitbar, die nach Ersetzung aller Negationsformeln $\neg A$ durch die Subjunktionsformel $A \rightarrow f$ mit einem beliebig gewählten, in $A$ nicht vorkommenden Aussagesymbol $f$ schon im Kalkül der positiven Logik ableitbar sind – z.B. $\neg A \rightarrow (A \rightarrow \neg B)$, nicht aber das erst intuitionistisch allgemeingültige $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$. Erst wenn $f \rightarrow B$ als weiterer Anfang zum M. hinzugefügt wird – das Symbol $f$ wird dann logisch äquivalent mit jeder als Subjunktion $A \rightarrow f$ zu definierenden Negation eines ableitbaren Schemas $A$, übernimmt also die Funktion von ↑falsum –, wird aus dem M. ein Kalkül der intuitionistischen Logik. – Die Bezeichnung ›M.‹ ist nicht unproblematisch. Johansson gibt keine genaue Ordnungsrelation an, auf die hin sein M. als ›minimales‹ logisches System interpretierbar ist. Tatsächlich lassen sich noch schwächere Kalküle als die M. angeben, z.B. die positive Logik, erweitert um $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$ als einzigen die

ren‹), teils rein quantorenlogisch zusammengesetzte Aussagen (z.B. ›jemand ist krank‹), teils junktoren- und quantorenlogisch zusammengesetzte Aussagen (z.B. ›Eisen dehnt sich bei Erwärmung aus‹), insbesondere auch die kategorischen Urteile (↑Urteil, kategorisches) der traditionellen ↑Syllogistik. K.L./P.S.

**Minimalgesetz,** unter der Bezeichnung ›minimal covering law‹ (genaue Übersetzung: minimales umfassendes Gesetz) von C.G. Hempel eingeführter Terminus (im Anschluß an den von W. Dray vorgeschlagenen Terminus ›covering law‹ für Gesetze, mit denen singuläre Ereignisse erklärt werden), um das schwächste Gesetz zu charakterisieren, das ausreicht, aus gegebenen Antezedensbedingungen ein gegebenes Ereignis zu erklären. Ist eine deduktiv-nomologische ↑Erklärung (DN-Erklärung)

$$(*)\quad \frac{\begin{array}{c}A_1,\ldots,A_k\\ G_1,\ldots,G_n\end{array}}{E}$$

eines durch $E$ beschriebenen Ereignisses mit durch $A_1,\ldots,A_k$ beschriebenen Antezedensbedingungen und Gesetzen $G_1,\ldots,G_n$ gegeben, so besagt das M. $G^*$ dieser Erklärung: immer wenn die durch $A_1,\ldots,A_k$ beschriebenen Bedingungen erfüllt sind, tritt das durch $E$ beschriebene Ereignis ein. Damit ist $G^*$ eine logische Folgerung von $G_1 \wedge \ldots \wedge G_n$ (dies ergibt sich daraus, daß (*) als DN-Erklärung eine logische Folgerung ist); ferner ist

$$\frac{\begin{array}{c}A_1,\ldots,A_k\\ G^*\end{array}}{E}$$

selbst wieder eine (dann allerdings recht triviale) DN-Erklärung. Der Begriff des M.es zeigt, daß dasselbe Ereignis aus denselben Antezedensbedingungen mit Hilfe von Gesetzen verschiedenen Allgemeinheitsgrades erklärt werden kann. Leistungsfähig sind DN-Erklärungen jedoch nur dann, wenn sie kein M. verwenden bzw. wenn das verwendete M. in einen umfassenderen theoretischen Zusammenhang eingebettet ist (↑Theoriesprache).

*Literatur:* W. Dray, Laws and Explanation in History, London 1957; W.K. Essler, Wissenschaftstheorie IV (Erklärung und Kausalität), Freiburg/München 1979; C.G. Hempel, Aspects of Scientific Explanation, in: ders., Aspects of Scientific Explanation and Other Essays in the Philosophy of Science, New York, London 1965, 331–496, bes. 345–347 (dt. Übers. des erg. u. bearb. Titelaufsatzes: Aspekte wissenschaftlicher Erklärung, Berlin/New York 1977, bes. 17–19); W. Stegmüller, Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie I (Wissenschaftliche Erklärung und Begründung), Berlin/Heidelberg/New York 1969, 1974, bes. 82–85. P.S.

**Minimalkalkül,** (1) ein unter diesem Namen erstmals von I. Johansson (1937) vorgelegter, wenngleich sachlich bereits auf A.N. Kolmogorov (1924) zurückgehender, die intuitionistische Einschränkung der klassischen Logik (Nichtallgemeingültigkeit des ↑tertium non datur) durch Nichtallgemeingültigkeit des ↑ex falso quodlibet noch verschärfender ↑Logikkalkül. Der Kalkül der *positiven Logik* (↑Logik, positive) von D. Hilbert und P. Bernays wird zu einer Kalkülisierung der *Minimallogik,* wenn nach Erweiterung der Ausdrucksbestimmungen durch die Negation das Aussageschema $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$ – oder: $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A)$ – als Anfang hinzugefügt wird, hingegen zu einer Kalkülisierung der *intuitionistischen Logik* (↑Logik, intuitionistische), wenn man außerdem noch $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ – es genügt: $\neg A \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow A)$ – als Anfang hinzufügt. Man erhält eine Kalkülisierung der *klassischen Logik* (↑Logik, klassische), wenn $(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow A)$ der einzige die Negation enthaltende Anfang ist (alle übrigen Anfänge im Kalkül der positiven Logik bis auf die ersten beiden, also $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ und $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$, sind dann unter Verwendung von Definitionen, z.B. $A \wedge B \leftrightharpoons \neg(A \rightarrow \neg B)$ und $A \vee B \leftrightharpoons \neg A \rightarrow B$, für Konjunktion und Adjunktion sogar ableitbar). Damit sind im M. nur solche Aussageschemata ableitbar, die nach Ersetzung aller Negationsformeln $\neg A$ durch die Subjunktionsformel $A \rightarrow f$ mit einem beliebig gewählten, in $A$ nicht vorkommenden Aussagesymbol $f$ schon im Kalkül der positiven Logik ableitbar sind – z.B. $\neg A \rightarrow (A \rightarrow \neg B)$, nicht aber das erst intuitionistisch allgemeingültige $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$. Erst wenn $f \rightarrow B$ als weiterer Anfang zum M. hinzugefügt wird – das Symbol $f$ wird dann logisch äquivalent mit jeder als Subjunktion $A \rightarrow f$ zu definierenden Negation eines ableitbaren Schemas $A$, übernimmt also die Funktion von ↑falsum –, wird aus dem M. ein Kalkül der intuitionistischen Logik. – Die Bezeichnung ›M.‹ ist nicht unproblematisch. Johansson gibt keine genaue Ordnungsrelation an, auf die hin sein M. als ›minimales‹ logisches System interpretierbar ist. Tatsächlich lassen sich noch schwächere Kalküle als die M. angeben, z.B. die positive Logik, erweitert um $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$ als einzigen die

ren‹), teils rein quantorenlogisch zusammengesetzte Aussagen (z.B. ›jemand ist krank‹), teils junktoren- und quantorenlogisch zusammengesetzte Aussagen (z.B. ›Eisen dehnt sich bei Erwärmung aus‹), insbesondere auch die kategorischen Urteile (↑Urteil, kategorisches) der traditionellen ↑Syllogistik. K.L./P.S.

**Minimalgesetz,** unter der Bezeichnung ›minimal covering law‹ (genaue Übersetzung: minimales umfassendes Gesetz) von C.G. Hempel eingeführter Terminus (im Anschluß an den von W. Dray vorgeschlagenen Terminus ›covering law‹ für Gesetze, mit denen singuläre Ereignisse erklärt werden), um das schwächste Gesetz zu charakterisieren, das ausreicht, aus gegebenen Antezedensbedingungen ein gegebenes Ereignis zu erklären. Ist eine deduktiv-nomologische ↑Erklärung (DN-Erklärung)

$$(*)\quad \frac{\begin{matrix} A_1, \ldots, A_k \\ G_1, \ldots, G_n \end{matrix}}{E}$$

eines durch $E$ beschriebenen Ereignisses mit durch $A_1, \ldots, A_k$ beschriebenen Antezedensbedingungen und Gesetzen $G_1, \ldots, G_n$ gegeben, so besagt das M. $G^*$ dieser Erklärung: immer wenn die durch $A_1, \ldots, A_k$ beschriebenen Bedingungen erfüllt sind, tritt das durch $E$ beschriebene Ereignis ein. Damit ist $G^*$ eine logische Folgerung von $G_1 \wedge \ldots \wedge G_n$ (dies ergibt sich daraus, daß (*) als DN-Erklärung eine logische Folgerung ist); ferner ist

$$\frac{\begin{matrix} A_1, \ldots, A_k \\ G^* \end{matrix}}{E}$$

selbst wieder eine (dann allerdings recht triviale) DN-Erklärung. Der Begriff des M.es zeigt, daß dasselbe Ereignis aus denselben Antezedensbedingungen mit Hilfe von Gesetzen verschiedenen Allgemeinheitsgrades erklärt werden kann. Leistungsfähig sind DN-Erklärungen jedoch nur dann, wenn sie kein M. verwenden bzw. wenn das verwendete M. in einen umfassenderen theoretischen Zusammenhang eingebettet ist (↑Theoriesprache).

*Literatur:* W. Dray, Laws and Explanation in History, London 1957; W.K. Essler, Wissenschaftstheorie IV (Erklärung und Kausalität), Freiburg/München 1979; C.G. Hempel, Aspects of Scientific Explanation, in: ders., Aspects of Scientific Explanation and Other Essays in the Philosophy of Science, New York, London 1965, 331–496, bes. 345–347 (dt. Übers. des erg. u. bearb. Titelaufsatzes: Aspekte wissenschaftlicher Erklärung, Berlin/New York 1977, bes. 17–19); W. Stegmüller, Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie I (Wissenschaftliche Erklärung und Begründung), Berlin/Heidelberg/New York 1969, 1974, bes. 82–85. P.S.

**Minimalkalkül,** (1) ein unter diesem Namen erstmals von I. Johansson (1937) vorgelegter, wenngleich sachlich bereits auf A.N. Kolmogorov (1924) zurückgehender, die intuitionistische Einschränkung der klassischen Logik (Nichtallgemeingültigkeit des ↑tertium non datur) durch Nichtallgemeingültigkeit des ↑ex falso quodlibet noch verschärfender ↑Logikkalkül. Der Kalkül der *positiven Logik* (↑Logik, positive) von D. Hilbert und P. Bernays wird zu einer Kalkülisierung der *Minimallogik,* wenn nach Erweiterung der Ausdrucksbestimmungen durch die Negation das Aussageschema $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$ – oder: $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A)$ – als Anfang hinzugefügt wird, hingegen zu einer Kalkülisierung der *intuitionistischen Logik* (↑Logik, intuitionistische), wenn man außerdem noch $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$ – es genügt: $\neg A \rightarrow (\neg \neg A \rightarrow A)$ – als Anfang hinzufügt. Man erhält eine Kalkülisierung der *klassischen Logik* (↑Logik, klassische), wenn $(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow A)$ der einzige die Negation enthaltende Anfang ist (alle übrigen Anfänge im Kalkül der positiven Logik bis auf die ersten beiden, also $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ und $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$, sind dann unter Verwendung von Definitionen, z.B. $A \wedge B \leftrightharpoons \neg (A \rightarrow \neg B)$ und $A \vee B \leftrightharpoons \neg A \rightarrow B$, für Konjunktion und Adjunktion sogar ableitbar). Damit sind im M. nur solche Aussageschemata ableitbar, die nach Ersetzung aller Negationsformeln $\neg A$ durch die Subjunktionsformel $A \rightarrow f$ mit einem beliebig gewählten, in $A$ nicht vorkommenden Aussagesymbol $f$ schon im Kalkül der positiven Logik ableitbar sind – z.B. $\neg A \rightarrow (A \rightarrow \neg B)$, nicht aber das erst intuitionistisch allgemeingültige $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$. Erst wenn $f \rightarrow B$ als weiterer Anfang zum M. hinzugefügt wird – das Symbol $f$ wird dann logisch äquivalent mit jeder als Subjunktion $A \rightarrow f$ zu definierenden Negation eines ableitbaren Schemas $A$, übernimmt also die Funktion von ↑falsum –, wird aus dem M. ein Kalkül der intuitionistischen Logik. – Die Bezeichnung ›M.‹ ist nicht unproblematisch. Johansson gibt keine genaue Ordnungsrelation an, auf die hin sein M. als ›minimales‹ logisches System interpretierbar ist. Tatsächlich lassen sich noch schwächere Kalküle als die M. angeben, z.B. die positive Logik, erweitert um $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$ als einzigen die

Negation betreffenden Anfang. A. Church hat 1951 versucht, den Begriff der logischen Minimalität zu präzisieren; danach ist ein minimaler Logikkalkül noch schwächer als das System der positiven Logik von Hilbert und Bernays.

(2) Bei F.B. Fitch Bezeichnung für eine Version seiner ›Fundamentallogik‹ (›basic logic‹), eines mit Systemen der kombinatorischen Logik (↑Logik, kombinatorische) verwandten Logiksystems, in dem sich Teile der Arithmetik und Mengenlehre antinomienfrei aufbauen lassen. Fitch gibt eine Liste von Regeln für den M. an und kann zeigen, daß sich jeder Kalkül (im sehr allgemeinen Sinne einer Ausdrucksmenge, die aus einer endlichen Menge mit Hilfe endlich vieler Operationen aufgebaut ist) innerhalb des M.s repräsentieren läßt.

*Literatur:* A. Church, Minimal Logic, J. Symb. Log. 16 (1951), 239; F.B. Fitch, A Basic Logic, J. Symb. Log. 7 (1942), 105–114; ders., A Minimum Calculus for Logic, J. Symb. Log. 9 (1944), 89–94; ders., Elements of Combinatory Logic, New Haven/London 1974 (mit Bibliographie von Fitchs Arbeiten zur ›Basic Logic‹, 155–158); I. Johansson, Der M., ein reduzierter intuitionistischer Formalismus, Compos. Math. 4 (1937), 119–136; A.N. Kolmogorov, O principe tertium non datur, Matematičeskij Sbornik 32 (1924/1925), 646–667 (engl. On the Principle of Excluded Middle, in: J. v. Heijenoort [ed.], From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1981, Cambridge Mass. 1967, 414–437); D. Prawitz/P.-E. Malmnäs, A Survey of Some Connections between Classical, Intuitionistic and Minimal Logic, in: H.A. Schmidt/K. Schütte/H.-J. Thiele (eds.), Contributions to Mathematical Logic. Proceedings of the Logic Colloquium Hannover 1966, Amsterdam 1968, 215–229. K.L./P.S.

**Minimallogik,** ↑Minimalkalkül.

**minima naturalia** (lat., kleinste natürliche Teile), in einer von den Aristoteleskommentatoren, insbesondere Averroës, und in der scholastischen Naturphilosophie ausgearbeiteten Aristotelischen Konzeption (Phys. A4.187b13ff., Z10.241a32–b3) kleinste Teile eines Stoffes (bei Aristoteles insbesondere organischen Stoffes), die dessen Teilbarkeit *unter Wahrung der jeweiligen substantiellen Form* (↑Substanz) eine natürliche Grenze setzen. Nach dieser in der Aristotelischen Physik eher am Rande stehenden Konzeption besitzt jeder Stoff charakteristische quantitative minima, die die Eigenschaften der jeweils aus diesem Stoff aufgebauten Makrokörper aufweisen. Im Gegensatz zu den ↑Atomen im antik-mittelalterlichen ↑Atomismus besitzen die m.n. eines jeden Stoffes ferner eine charakteristische Größe, ihre geometrische Form ist nicht festgelegt und in chemischen Prozessen bilden nebeneinanderliegende minima die ›qualitas media‹, die wiederum Grundlage der ›forma mixti‹ eines Stoffes, die eine besondere substantielle Form besitzt, ist (nach den Vorstellungen des Atomismus ändert sich in chemischen Prozessen lediglich die Konfiguration in ihrer geometrischen Form festgelegter, qualitätsloser kleinster Teile). Trotz dieser Unterschiede zwischen den Konzeptionen der m. n. und des Atomismus wird der Begriff der m.n. später, z.B. bei D. Sennert, mit dem Begriff des Atoms (in der Tradition des Atomismus Demokrits) identifiziert.

In der scholastischen Naturphilosophie übernehmen z.B. Thomas von Aquin und Siger von Brabant die averroistische Konzeption im wesentlichen unverändert. So betont Siger von Brabant den Charakter der m.n. als ›minima separata‹: m. n. nicht als Teile eines homogenen Stoffes, sondern als untere Grenze der Existenzform eines Stoffes in einem anderen, unterhalb derer sich der Stoff wie ein Tropfen Wein in einer großen Wassermenge auflöst (Beispiel schon bei Aristoteles, de gen. et corr. A10.328a26–28). Nach R. Bacon und Albertus Magnus bilden m. n. in einer durch unbegrenzte Teilbarkeit charakterisierbaren homogenen Materie natürliche Grenzen deren Vermögens, Wirkungen hervorzurufen. Nach Marsilius von Inghen und Albert von Sachsen bestimmen nicht nur die Art eines Stoffes, sondern die Anordnung bzw. die äußeren Umstände seiner Teile die Größe eines Minimums. Im ↑Skotismus gilt die Konzeption von minima nur für individuelle Substanzen (physische Körper), nicht für homogene Stoffe, insofern ein Körper bzw. Körperteil, z.B. ein Arm, unter Wahrung seiner Funktionsfähigkeit ein bestimmtes Minimum nicht unterschreiten wie auch ein bestimmtes Maximum nicht überschreiten könne. A. Nifo und J.C. Scaliger arbeiten insbesondere die averroistischen Vorstellungen über *qualitative* minima weiter aus und wenden sie auf Erklärungen physikalischer Strukturen und chemischer Reaktionen an. In der neuzeitlichen ›Korpuskularphilosophie‹, insbesondere bei R. Boyle und J. Dalton, wird im Rahmen einer Definition der Elemente als chemisch unvermischter Körper der Begriff der m. n. zugunsten des Begriffs einer heterogenen atomaren Zusammensetzung der Materie (an Stelle der für den Begriff der m. n. konstitutiven Annahme durchgängiger Homogenität) aufgegeben. – Verbunden mit einer Theorie des ↑Kontinuums, die schon von Aristoteles parallel zur m.-n.-Konzeption ausgearbeitet wird, kann der Begriff des minimum naturale als Vorstufe zur Be-

Vorwurf geistiger (philosophischer) Unzulänglichkeit. Dabei verzichtet er weitgehend auf spezifisch christliches Vokabular (Erlösung, Trinität etc.), arbeitet fast ausschließlich mit philosophischen (besonders stoischen) Begriffen und Grundsätzen, stellt die humanitären Anliegen des Christentums in den Vordergrund, betont die positive Rolle der Vernunft für die Erkenntnis Gottes und der religiösen Dogmen, enthält sich jeglicher Polemik gegen die Philosophie und vertritt durchgehend die Vereinbarkeit von Vernunfterkenntnis (Philosophie) und Religion.

*Werke:* Octavius, ed. C. Halm, Paris 1867 (repr. New York 1968) (MPL III), ed. J.P. Waltzing, Louvain 1903, $^2$1926, ed. H. Boenig, Leipzig 1903, ed. J. Martin, Bonn 1930, ed. G. Quispel, Leiden 1949 (repr. 1973) (mit Kommentar), ed. M. Pellegrino, Turin 1950, 1955, 1963, ed. J. Beaujeu, Paris 1964 (lat. u. franz.), ed. B. Kytzler, München 1965 (lat. u. dt.), Stuttgart 1977, (mit Untertitel: Die Apologie im Grundriß), ed. J. Lindauer, München 1964 (mit Kommentar), ed. H. v. Geisau, Münster 1956, $^5$1978 (Schulausg.). – Totok II (1973), 76, 82–84.

*Literatur:* B. Axelson, Das Prioritätsproblem Tertullian – M. F., Lund 1941; H.J. Baylis, M. F. and His Place among the Early Fathers of the Latin Church, London 1928; C. Becker, Der »Octavius« des M. F.. Heidnische Philosophie und frühchristliche Apologetik, München 1967 (Sitz.ber. Bayer. Akad. Wiss., philos.-hist. Kl. 1967, H. 2); R. Beutler, Philosophie und Apologie bei M. F., Diss. Königsberg 1936; W. den Boer, Clément d'Alexandrie et Minuce Félix, Mnemosyne 3 (1943), 161–190; K. Büchner, Drei Beobachtungen zu M. F., Hermes 82 (1954), 231–245; F.X. Burger, M. F. und Seneca, München 1904; H. Diller, In Sachen Tertullian – M. F., Philol. 44 (1935), 98–114, 216–239, Neudr. in: ders., Kleine Schriften zur antiken Literatur, ed. H.-J. Newiger/H. Seyffert, München 1971, 566–599; H. v. Geisau, M. F., KP III (1969), 1341–1343; G. Lieberg, Die römische Religion bei M. F., Rhein. Mus. Philol. 106 (1963), 62–79; L. Mauro, Sapienza filosofica e sapienza rivelata nell' »Octavius« di Minucio Felice, Verifiche 4 (1975), 273–327; P.G. van der Nat, Zu den Voraussetzungen der christlichen lateinischen Literatur. Die Zeugnisse von M. F. und Laktanz, in: M. Fuhrmann (ed.), Christianisme et formes littéraires de l'antiquité tardive en Occident. Huit exposés suivis de discussions, Bern, Genf 1977, 191–234 (Entretiens sur l'Antiquité classique XXIII, 1976); W. Speyer, Octavius, der Dialog des M. F.. Fiktion oder historische Wirklichkeit?, Jb. Antike u. Christentum 7 (1964), 45–51; I. Vecchiotti, La filosofia politica di Minucio Felice. Un altro colpo di sonda nella storia del cristianesimo primitivo, Urbino 1973; J.P. Waltzing, Studia Minuciana. Études sur M. F., Louvain 1906; ders., Lexicon Municianum, Liège 1909. M.G.

**Misch,** Georg, *Berlin 5. April 1878, †Göttingen 10. Juni 1965, dt. Philosoph. 1900 philosophische Promotion bei W. Dilthey in Berlin, 1905 Habilitation und Privatdozent ebendort, 1911–1916 a.o. Prof. der Philosophie in Marburg, 1916–1919 in Göttingen, 1919 o. Prof. der Philosophie in Göttingen, 1935 auf Grund des »Reichsbürgergesetzes« von den Nationalsozialisten in den Ruhestand versetzt, 1939–1946 Exil in Großbritannien, 1946 Rückkehr nach Göttingen, Rehabilitierung und Wiederübernahme des Lehramtes, im gleichen Jahr Emeritierung. – M. gehört zu den wichtigen Vertretern der Dilthey-Schule, der auch seine geistesgeschichtlichen Arbeiten verpflichtet sind. Er suchte ↑Lebensphilosophie und ↑Phänomenologie in ihren heterogenen Tendenzen zu vereinigen (Lebensphilosophie und Phänomenologie, 1930). Hinter der Auseinandersetzung M.s mit M. Heidegger stand das spezielle systematisch wie historisch gerichtete Bemühen um die Klarheit »über den mit dem vieldeutigen Wort *Metaphysik* bezeichneten Ursprung der Philosophie« (a.a.O., 327). M. ist nicht nur durch die Herausgabe von Diltheys »Gesammelten Schriften«, sondern vor allem auch durch die als Standardwerk der Autobiographieforschung geltende enzyklopädische »Geschichte der Autobiographie« (I Leipzig 1907, I–IV, Frankfurt 1949–1967) bekannt geworden. In »Der Weg in die Philosophie« (1926) vertritt M. die schon von G.W.F. Hegel aufgestellte Behauptung, daß die geschichtliche Entfaltung der Philosophie mit ihrer systematischen zusammenfalle.

*Werke:* Zur Entstehung des französischen Positivismus, Diss. Berlin 1900, ferner in: Arch. Philos. Abt. I, NF 7 (1901), 1–39, 156–209 (repr. Darmstadt 1969); Der Weg in die Philosophie. Eine philosophische Fibel, Leipzig 1926, Bern $^2$1950 (engl. The Dawn of Philosophy. A Philosophical Primer, London 1950, Cambridge Mass. 1951); Die Idee der Lebensphilosophie in der Theorie der Geisteswissenschaften, Kant-St. 31 (1926), 536–548; Lebensphilosophie und Phänomenologie. Eine Auseinandersetzung der Dilthey'schen Richtung mit Heidegger und Husserl, Bonn 1930, Leipzig/Berlin $^2$1931 (repr. Stuttgart 1967); Vom Lebens- und Gedankenkreis Wilhelm Diltheys, Frankfurt 1947; Studien zur Geschichte der Autobiographie, I–IV, Göttingen 1954–1957.

*Literatur:* O. Bollnow, Lebensphilosophie und Logik. G.M. und der Göttinger Kreis, Z. philos. Forsch. 34 (1980), 423–440; J. König, G.M. als Philosoph, Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, philolog.-hist. Kl. 1967, Nr. 7, Göttingen 1967, 149–243; E. Weniger, Bildung und Persönlichkeit. G.M. zum 70. Geburtstag, Sammlung 6 (1951), 216–229; ders., Sämtliche Veröffentlichungen von G.M.. Zur Biographie G.M., Arch. Philos. 8 (1958), 172–177; Festschrift für G.M. zum 70. Geburtstag, Göttingen 1948. A.V.

**Mises,** Richard Martin, Edler von, *Lemberg (heute Lwów) 19. April 1883, †Boston Mass. 14. Juli 1953, österr. Ingenieur, Mathematiker und Philosoph, Bruder des Ökonomen Ludwig von Mises (1881–1971). Nach Maschinenbaustudium in Wien 1906 Assistent bei G. Hamel in Brünn. 1907

Promotion in Wien, 1908 Habilitation und Privatdozent für Mechanik in Brünn, 1909 a.o. Prof. für angewandte Mathematik in Straßburg, 1914–1918 Militärdienst (unter anderem maßgebliche Beteiligung an der Konstruktion des ersten österreichischen Großflugzeugs), 1918 Dozent für Mathematik in Frankfurt, 1919 o. Prof. für Mechanik in Dresden, 1920 für angewandte Mathematik in Berlin, 1933 Prof. für Mathematik in Istanbul, 1939 Dozent an der Harvard University in Cambridge Mass., 1944 Gordon McKay Professor of Aerodynamics and Applied Mathematics ebendort. Als angewandter Mathematiker und Mechaniker wurde M. vor allem durch seine Arbeiten zur Hydrodynamik (unter anderem auf Probleme der Konstruktion von Flugzeugen bezogen) bekannt. Er ist Begründer (und bis 1933 Herausgeber) der »Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik«.

Philosophisch und wissenschaftstheoretisch bedeutsam sind vor allem Arbeiten zur Begründung der ↑Wahrscheinlichkeitstheorie, beruhend auf den »Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung« (1919). M.' Definition des Wahrscheinlichkeitsbegriffs geht von der Deutung der ↑Wahrscheinlichkeit als ›relativer Häufigkeit auf lange Sicht‹ aus, wonach die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses der Grenzwert der relativen Häufigkeit dieses Ereignisses bei wiederholter Ausführung eines Zufallsexperimentes ist. Den Begriff der Zufallsfolge suchte M. durch seinen Begriff des ›*Kollektivs*‹ zu explizieren: Ein Kollektiv ist eine unendliche Folge, für die ein ↑Grenzwert (im mathematischen Sinne) der relativen Häufigkeiten des Vorkommens einer Eigenschaft in endlichen Anfangsstücken existiert, der invariant ist für alle Auswahlen von Teilfolgen, die nicht auf die betreffende Eigenschaft Bezug nehmen. M. vertritt damit einen *objektiven* Begriff der *statistischen* Wahrscheinlichkeit im Gegensatz zu subjektiven Begriffen der statistischen Wahrscheinlichkeit (z.B. B. de Finetti) und zum logischen oder induktiven Wahrscheinlichkeitsbegriff (z.B. R. Carnap). M.' Definition der Wahrscheinlichkeit ist bis heute strittig, vor allem wegen des problematischen Begriffs einer Zufallsfolge, der den Begriff der Wahrscheinlichkeit noch nicht voraussetzen darf. Sie ist jedoch in neuester Zeit im Rahmen von algorithmischen Begründungen der Wahrscheinlichkeitstheorie wieder in den Blickpunkt des Interesses getreten. – In seinen philosophischen Anschauungen war M. von E. Mach beeinflußt. Er hatte enge Kontakte zur Berliner »Gesellschaft für empirische [später ›wissenschaftliche‹] Philosophie« und zum ↑Wiener Kreis. In seinem »Kleinen Lehrbuch des Positivismus« (1939) faßte M. seine empiristische Auffassung der Probleme verschiedenster Wissensgebiete zusammen. M. edierte und kommentierte ferner zahlreiche Werke des Dichters R.M. Rilke und hinterließ die bisher größte private Rilke-Sammlung.

*Werke:* Selected Papers of R. v. M., I–II, ed. P. Frank/S. Goldstein/M. Kac/W. Prager/G. Szegö/G. Birkhoff (Chairman), Providence R.I. 1963/1964 (mit Bibliographie: II, 555–568). – Elemente der technischen Hydromechanik, Leipzig/Berlin 1914; Fluglehre. Vorträge über Theorie und Berechnung der Flugzeuge in elementarer Darstellung, Berlin 1918, [6]1957 (bearb. v. K. Hohenemser) (erw. engl. Theory of Flight (with the Collaboration of W. Prager and G. Kuerti), New York/London 1945); Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Math. Z. 5 (1919), 52–99, Berichtigung dazu: Math. Z. 7 (1920), 323, Neudr. in: Selected Papers II, 57–106; Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit, Wien 1928, mit Untertitel: Einführung in die neue Wahrscheinlichkeitslehre und ihre Anwendung, Wien/New York [4]1972 (engl. Probability, Statistics, and Truth, London 1939, London/New York [2]1957); Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung in der Statistik und theoretischen Physik, Leipzig/Wien 1931 (repr. New York 1945); Kleines Lehrbuch des Positivismus. Einführung in die empiristische Wissenschaftsauffassung, Den Haag 1939 (engl. Positivism. A Study in Human Understanding, Cambridge Mass. 1951 [repr. New York 1968]); Mathematical Theory of Compressible Fluid Flow (Completed by H. Geiringer and G.S.S. Ludford), New York 1958; Mathematical Theory of Probability and Statistics, ed. and complemented by H. Geiringer, New York/London 1964.

*Literatur:* S. Goldstein, R. v. M. 1883–1953, in: Selected Papers of R. v. M. I, Providence R. I. 1963, IX–XIV; N.T. Gridgeman, M., DSB IX (1974), 419–420. P.S.

**Mitteilungszeichen,** ein der ↑Metasprache angehörender Ausdruck, mit dessen Hilfe Aussagen über Ausdrücke der ↑Objektsprache, also ↑Metaaussagen, gebildet werden können, ohne eigens einen Bereich von (Eigen-)Namen für die Ausdrücke der Objektsprache, also zur Metasprache gehörige Konstanten (engl. syntactical constants), zur Verfügung stellen zu müssen. Ein M. kann mit einer ↑Metavariablen (engl. syntactical variable) identifiziert werden, wenn man beachtet, daß dann Metaaussagen und Metaaussageformen nicht mehr unterscheidbar sind. Z.B. sind in der Metaaussage ›mit einem Eigennamen $n$ und einem einstelligen Prädikator $P$ bildet man die Elementaraussage $n \varepsilon P$‹ die Buchstaben ›$n$‹ und ›$P$‹ M. Dabei ist ›$n \varepsilon P$‹ so zu verstehen, daß die ↑Kopula ›$\varepsilon$‹, ein Zeichen der Objektsprache, zwischen Eigennamen und Prädikator und nicht etwa zwischen die M. zu stehen kommt. Zur präzisen Wiedergabe dieser überhaupt gebe. Es ist daher kein Widerspruch, in der einen Frage ein Anhänger und in der anderen ein Gegner des M. zu sein. So konnte z.B. Russell trotz seines neutralen M. den holistischen M. durch seinen pluralistischen logischen Atomismus (↑Atomismus, logischer) bekämpfen. – Als Weltanschauung stellte der M. in seinen unterschiedlichsten Varianten vor allem um 1900 eine verbreitete philosophische Bewegung dar, die ihren Höhepunkt in Deutschland mit der Gründung des »Monistenbundes« durch den materialistisch gesonnenen E. Haeckel (Jena 1906) erreichte. Insbesondere Haeckel und W. Ostwald setzten sich für eine antiklerikale, an den Ergebnissen der Naturwissenschaften, insbesondere der ↑Evolutionstheorie, orientierte monistische Weltanschauung als Religionsersatz ein. Wissenschaftliches Organ: Monismus, Berlin 1 (1906) – 7 (1912), 1906/1907 unter dem Titel: Blätter des Deutschen Monistenbundes, Fortsetzung: Das monistische Jahrhundert, Leipzig 1 (1912/1913) – 4 (1915) (ed. W. Ostwald), Fortsetzung: Deutscher Monistenbund. Mitteilungen 1 (1916)ff.

*Literatur:* V. Brander, Der naturalistische M. der Neuzeit oder Haeckels Weltanschauung systematisch dargelegt und kritisch beleuchtet. Gekrönte Preisschrift, Paderborn 1907; E. Daser, Ostwalds energetischer M., Diss. Konstanz 1979; A. Drews (ed.), Der M., dargestellt in Beiträgen seiner Vertreter, I–II, Jena 1908; R. Eisler, Geschichte des M., Leipzig 1910; K. (C.) Gutberlet, Der mechanische M.. Eine Kritik der modernen Weltanschauung, Paderborn 1893; E. Haeckel, Der M. als Band zwischen Religion und Wissenschaft. Glaubensbekenntnis eines Naturforschers [...], Leipzig 1892, $^{17}$1922; ders., Der Monistenbund. Thesen zur Organisation des M., Frankfurt 1904; R. Hall, Monism and Pluralism, Enc. Ph. V (1967), 363–365; H. Hillermann, Der vereinsmäßige Zusammenschluß bürgerlich-weltanschaulicher Reformvernunft in der Monismusbewegung des 19. Jahrhunderts, Kastellaun 1976 (mit Bibliographie, 254–297; Einzelveröffentlichung des ersten Kapitels unter dem Titel: Zur Begriffsgeschichte von ›M.‹, Arch. Begriffsgesch. 20 [1976], 214–235); F. Klimke, Der M. und seine philosophischen Grundlagen. Beiträge zu einer Kritik moderner Geistesströmungen, Freiburg 1911; W. v. Reichenau, Die monistische Philosophie von Spinoza bis auf unsere Tage. Gekrönte Preisschrift, Köln/Leipzig 1881, $^{2}$1884; M.L. Stern, Philosophischer und naturwissenschaftlicher M.. Ein Beitrag zur Seelenfrage, Leipzig 1885; S. Uto, Die Theorie des neutralen M. in der Philosophie von Bertrand Russell, Diss. Göttingen 1969. G.G.

**Monodscher Dämon,** ↑Maxwellscher Dämon.

**monomorph/Monomorphie** (aus griech. μόνος, einzig, und μορφή, Form, von einziger Form), vor allem in der älteren Literatur gebräuchliche Bezeichnung für die Eigenschaft einer Struktur, ↑kategorisch zu sein. C.T.

**Monopsychismus,** von Averroës und im ↑Averroismus vertretene Auffassung, nach der es nur eine einzige (überindividuelle) menschliche Seele gibt; die Unterschiede der Einzelseelen sind danach nicht geistiger Art, sondern leiblich bedingt. Thomas von Aquin bekämpft den M., weil er die christliche Lehre von der Unsterblichkeit der Einzelseele ausschließt. M.G.

**Monotheismus** (aus griech. μόνος, allein, einzig, und θεός, Gott), religiös-theologische Position, nach der es (im Unterschied zum ↑Polytheismus) nur einen einzigen, (im Gegensatz zum ↑Pantheismus) von der Welt getrennt existierenden Gott (↑Gott (philosophisch)) gibt (der M. verwendet das Wort ›Gott‹ als ↑Eigennamen, der Polytheismus als ↑Prädikator). Weitere Charakteristika des M. sind unter anderem: Gott ist Person, Schöpfer der Welt (↑Schöpfung), eschatologisches Ziel der Geschichte und letzte Legitimation ethischen Handelns; er fordert unbedingten Gehorsam und gibt seinen Willen durch prophetische Offenbarung kund. – Der Glaube an ein nicht als Person und Schöpfer angesehenes ›höchstes Wesen‹ (Hochgott) und die zeitweilige oder dauernde Verehrung eines Gottes bei gleichzeitiger Anerkennung der Existenz weiterer Götter (Henotheismus oder Monolatrie) gelten nicht als M. Monotheistisch im engeren Sinne sind das Judentum, das Christentum und der Islam.

*Literatur:* A. Falaturi u.a. (eds.), Drei Wege zu einem Gott: Glaubenserfahrung in den monotheistischen Religionen, Freiburg/Basel/Wien 1976; M. Gatzemeier, Theologie als Wissenschaft?, I–II, Stuttgart 1974/1975; M. Gusinde u.a., M., LThK VII ($^{2}$1962), 565–570; W. Holsten/E. Baumgärtel/W. Schmauch, M. und Polytheismus, RGG IV ($^{3}$1960), 1109–1116; O. Keel (ed.), M. im Alten Testament und seiner Umwelt, Fribourg 1980; P. Lapide/J. Moltmann, Jüdischer M., christliche Trinitätslehre: ein Gespräch, München 1979; G. Mensching, Die Religion. Erscheinungsformen, Strukturtypen und Lebensgesetze, Stuttgart 1959; R. Pettazzoni, Dio: formazione e sviluppo del monoteismo nella storia delle religioni I (L'essere celeste nelle credenze dei popoli primitivi), Rom 1922; A. Schindler u.a. (eds.), M. als politisches Problem? Erik Peterson und die Kritik der politischen Theologie, Gütersloh 1978. M.G.

**Montague,** Richard, *Stockton Calif. 20. Sept. 1930, †Los Angeles 7. März 1971, amerik. Mathematiker, Logiker und Sprachwissenschaftler. 1957 Promotion, 1959–1963 Assoc. Prof., 1963 bis zu seinem gewaltsamen Tod Prof. an der University of California in Los Angeles. Die meisten Arbeiten M.s sind der mathematischen Logik (↑Logik, mathematische) im engeren Sinne gewidmet, vor allem der axiomatischen Mengenlehre (↑Mengenlehre, axiomatische) und ↑Modelltheorie. Einen außergewöhnlich großen Einfluß auf die Entwicklung der modernen Sprachphilosophie und Sprachwissenschaft übte seine Anwendung formallogischer, insbesondere modelltheoretischer Methoden auf Ausschnitte der natürlichen Sprache mit ihrer Einbeziehung pragmatischer Aspekte aus. Das von M. begründete Forschungsprogramm trägt heute die Bezeichnung ↑*Montague-Grammatik*.

*Werke:* Formal Philosophy. Selected Papers, ed. R.H. Thomason, New Haven Conn./London 1974 (mit Bibliographie).

*Literatur:* ↑Montague-Grammatik. P.S.

**Montague-Grammatik,** die von R. Montague entwickelte logische Grammatik (↑Grammatik, logische), insbesondere Semantik (↑Semantik, logische) der natürlichen Sprache (↑Sprache, natürliche). Um Ausschnitte der natürlichen Sprache mit Hilfsmitteln der mathematischen Logik formal analysieren zu können, bedient sich Montague der Methode der indirekten Interpretation der Sätze der natürlichen Sprache: Einem Satz $A$ der betrachteten natürlichen Sprache wird ein Satz $A'$ einer geeigneten formalen Sprache zugeordnet; die Deutung, die $A'$ in einer formalen Semantik erhält, induziert dann eine Deutung von $A$, insofern $A$ im Sinne der Deutung seines formallogischen Äquivalents $A'$ verstanden wird. Die Übersetzung von $A$ in $A'$ setzt dabei natürlich voraus, daß $A$ in desambiguierter (von syntaktischen Mehrdeutigkeiten befreiter) Form gegeben ist. Um Sätze der natürlichen Sprache in differenzierter Weise repräsentieren zu können, entwickelt Montague ein über die übliche Quantorenlogik erster Stufe weit hinausgehendes formales System einer intensionalen Typenlogik, das auch stärker als die für Zwecke der Formalisierung der Mathematik entwickelten ↑Typentheorien ist. Es erlaubt die Darstellung der in der natürlichen Sprache häufig auftretenden intensionalen Operatoren (etwa modale, epistemische oder intentionale Ausdrücke) und vereinigt damit die Ausdruckskraft von ↑Modallogik, epistemischer Logik (↑Logik, epistemische) und anderer Systeme intensionaler Logik (↑Logik, intensionale). Die Semantik dieses formalen Systems (und damit indirekt von Fragmenten der natürlichen Sprache) erfolgt im Rahmen eines erweiterten interpretationssemantischen Ansatzes (↑Interpretationssemantik, ↑Modelltheorie), der die auftretenden intensionalen Operatoren im Anschluß an die von S.A. Kripke entwickelte Semantik der Modallogik (↑Kripke-Semantik) als Funktionen mit möglichen Welten (↑Welt, mögliche) als Argumenten interpretiert. Ferner werden Funktionen betrachtet, die außer von möglichen Welten noch von anderen Parametern abhängen. Dies ermöglicht es, pragmatische Aspekte sprachlicher Ausdrücke miteinzubeziehen (z.B. die Abhängigkeit der Bedeutung eines Ausdrucks von der räumlichen oder zeitlichen Situation seiner Äußerung). Diese Möglichkeit, pragmatische Gesichtspunkte einer formalen Behandlung zugänglich zu machen, war ein Grund für die außergewöhnliche Rezeption von Montagues Arbeiten in der theoretischen Linguistik. Dort ist die M.-G. inzwischen zu einem Forschungsprogramm geworden.

Eine sprachphilosophische Beurteilung der M.-G. setzt unter anderem die Klärung von drei Problemen voraus: (1) Es müssen präzise Kriterien formuliert werden, die es erlauben, die Adäquatheit der Übersetzung eines Satzes der natürlichen Sprache in eine formale Sprache zu beurteilen. (2) Es muß eine haltbare philosophische Interpretation des formalen Apparats der verwendeten Modelltheorie gefunden werden. (In der gegenwärtigen Sprachphilosophie geht man im Anschluß an den späten L. Wittgenstein meist davon aus, daß die Bedeutung sprachlicher Ausdrücke durch Regeln zu deren Gebrauch und nicht durch Zuordnung von abstrakten Entitäten festgelegt ist.) (3) Es muß geprüft werden, inwieweit sich mit Hilfe des von Kripke eingebrachten Begriffs der möglichen Welt (der von Montague nur als technisches Instrument übernommen, nicht jedoch inhaltlich näher expliziert worden ist) ein befriedigendes Verständnis des Intensionsbegriffs (↑intensional/Intension) (der bei Kripke und Montague in einem ↑extensionalen Bezugsrahmen gedeutet ist) gewinnen läßt.

*Literatur:* J. Barwise/J. Moravcsik, Rezension von: R. Montague, Formal Philosophy [s.u.], J. Symb. Log. 47 (1982), 210–215; N. Cocchiarella, Richard Montague and the Logical Analysis of Language, in: G. Fløistad (ed.), Contemporary Philosophy. A New Survey I (Philosophy of Language. Philosophical Logic), The Hague/Boston/London 1981, 113–154; D. Dowty/R.E. Wall/S. Peters, Introduction to Montague Semantics, Dordrecht 1981 (mit Bibliographie); F. v. Kutschera, Sprachphilosophie, München [2]1975, 222–261; G. Link, M.-G., München 1979; S. Löbner, Einführung in die M.-G., Kronberg 1976; R. Montague, English as a Formal Language, in: Linguaggi nella società e nella tecnica, Milano 1970, 189–223, Nachdr. in: ders., Formal Philosophy [s.u.], 188–221; ders., Pragmatics and Intensional Logic, Synthese 22 (1970), 68–94, Nachdr. in: ders., Formal Philosophy [s.u.], 119–147; ders., Universal Grammar, Theoria 36 (1970), 373–398, Nachdr. in: ders., Formal Philosophy [s.u.], 222–246 (dt. Universale Grammatik, in: ders./H. Schnelle,

der axiomatischen Mengenlehre (↑Mengenlehre, axiomatische) und ↑Modelltheorie. Einen außergewöhnlich großen Einfluß auf die Entwicklung der modernen Sprachphilosophie und Sprachwissenschaft übte seine Anwendung formallogischer, insbesondere modelltheoretischer Methoden auf Ausschnitte der natürlichen Sprache mit ihrer Einbeziehung pragmatischer Aspekte aus. Das von M. begründete Forschungsprogramm trägt heute die Bezeichnung ↑*Montague-Grammatik*.

*Werke:* Formal Philosophy. Selected Papers, ed. R.H. Thomason, New Haven Conn./London 1974 (mit Bibliographie).

*Literatur:* ↑Montague-Grammatik. P.S.

**Montague-Grammatik,** die von R. Montague entwickelte logische Grammatik (↑Grammatik, logische), insbesondere Semantik (↑Semantik, logische) der natürlichen Sprache (↑Sprache, natürliche). Um Ausschnitte der natürlichen Sprache mit Hilfsmitteln der mathematischen Logik formal analysieren zu können, bedient sich Montague der Methode der indirekten Interpretation der Sätze der natürlichen Sprache: Einem Satz $A$ der betrachteten natürlichen Sprache wird ein Satz $A'$ einer geeigneten formalen Sprache zugeordnet; die Deutung, die $A'$ in einer formalen Semantik erhält, induziert dann eine Deutung von $A$, insofern $A$ im Sinne der Deutung seines formallogischen Äquivalents $A'$ verstanden wird. Die Übersetzung von $A$ in $A'$ setzt dabei natürlich voraus, daß $A$ in desambiguierter (von syntaktischen Mehrdeutigkeiten befreiter) Form gegeben ist. Um Sätze der natürlichen Sprache in differenzierter Weise repräsentieren zu können, entwickelt Montague ein über die übliche Quantorenlogik erster Stufe weit hinausgehendes formales System einer intensionalen Typenlogik, das auch stärker als die für Zwecke der Formalisierung der Mathematik entwickelten ↑Typentheorien ist. Es erlaubt die Darstellung der in der natürlichen Sprache häufig auftretenden intensionalen Operatoren (etwa modale, epistemische oder intentionale Ausdrücke) und vereinigt damit die Ausdruckskraft von ↑Modallogik, epistemischer Logik (↑Logik, epistemische) und anderer Systeme intensionaler Logik (↑Logik, intensionale). Die Semantik dieses formalen Systems (und damit indirekt von Fragmenten der natürlichen Sprache) erfolgt im Rahmen eines erweiterten interpretationssemantischen Ansatzes (↑Interpretationssemantik, ↑Modelltheorie), der die auftretenden intensionalen Operatoren im Anschluß an die von S.A. Kripke entwickelte Semantik der Modallogik (↑Kripke-Semantik) als Funktionen mit möglichen Welten (↑Welt, mögliche) als Argumenten interpretiert. Ferner werden Funktionen betrachtet, die außer von möglichen Welten noch von anderen Parametern abhängen. Dies ermöglicht es, pragmatische Aspekte sprachlicher Ausdrücke miteinzubeziehen (z.B. die Abhängigkeit der Bedeutung eines Ausdrucks von der räumlichen oder zeitlichen Situation seiner Äußerung). Diese Möglichkeit, pragmatische Gesichtspunkte einer formalen Behandlung zugänglich zu machen, war ein Grund für die außergewöhnliche Rezeption von Montagues Arbeiten in der theoretischen Linguistik. Dort ist die M.-G. inzwischen zu einem Forschungsprogramm geworden.

Eine sprachphilosophische Beurteilung der M.-G. setzt unter anderem die Klärung von drei Problemen voraus: (1) Es müssen präzise Kriterien formuliert werden, die es erlauben, die Adäquatheit der Übersetzung eines Satzes der natürlichen Sprache in eine formale Sprache zu beurteilen. (2) Es muß eine haltbare philosophische Interpretation des formalen Apparats der verwendeten Modelltheorie gefunden werden. (In der gegenwärtigen Sprachphilosophie geht man im Anschluß an den späten L. Wittgenstein meist davon aus, daß die Bedeutung sprachlicher Ausdrücke durch Regeln zu deren Gebrauch und nicht durch Zuordnung von abstrakten Entitäten festgelegt ist.) (3) Es muß geprüft werden, inwieweit sich mit Hilfe des von Kripke eingebrachten Begriffs der möglichen Welt (der von Montague nur als technisches Instrument übernommen, nicht jedoch inhaltlich näher expliziert worden ist) ein befriedigendes Verständnis des Intensionsbegriffs (↑intensional/Intension) (der bei Kripke und Montague in einem ↑extensionalen Bezugsrahmen gedeutet ist) gewinnen läßt.

*Literatur:* J. Barwise/J. Moravcsik, Rezension von: R. Montague, Formal Philosophy [s.u.], J. Symb. Log. 47 (1982), 210–215; N. Cocchiarella, Richard Montague and the Logical Analysis of Language, in: G. Fløistad (ed.), Contemporary Philosophy. A New Survey I (Philosophy of Language. Philosophical Logic), The Hague/Boston/London 1981, 113–154; D. Dowty/R.E. Wall/S. Peters, Introduction to Montague Semantics, Dordrecht 1981 (mit Bibliographie); F. v. Kutschera, Sprachphilosophie, München [2]1975, 222–261; G. Link, M.-G., München 1979; S. Löbner, Einführung in die M.-G., Kronberg 1976; R. Montague, English as a Formal Language, in: Linguaggi nella società e nella tecnica, Milano 1970, 189–223, Nachdr. in: ders., Formal Philosophy [s.u.], 188–221; ders., Pragmatics and Intensional Logic, Synthese 22 (1970), 68–94, Nachdr. in: ders., Formal Philosophy [s.u.], 119–147; ders., Universal Grammar, Theoria 36 (1970), 373–398, Nachdr. in: ders., Formal Philosophy [s.u.], 222–246 (dt. Universale Grammatik, in: ders./H. Schnelle, Universale Grammatik, Braunschweig 1972, 35–64); ders., The Proper Treatment of Quantification in Ordinary English, in: J. Hintikka/J. M. E. Moravcsik/P. Suppes (eds.), Approaches to Natural Language. Proceedings of the 1970 Stanford Workshop on Grammar and Semantics, Dordrecht/Boston 1973, 221–242, Nachdr. in: ders., Formal Philosophy [s.u.], 247–270; ders., Formal Philosophy. Selected Papers, ed. R.H. Thomason, New Haven Conn./London 1974; B. Partee, Montague Grammar and Transformational Grammar, Linguistic Inquiry 6 (1975), 203–300; H. Schnelle, Montagues Grammatiktheorie – Einleitung und Kommentar zu R. Montagues Universaler Grammatik, in: R. Montague/H. Schnelle, Universale Grammatik, Braunschweig 1972, 1–33; R.H. Thomason, Introduction, in: R. Montague, Formal Philosophy [s.o.], 1–69. P.S.

**Montaigne,** Michel Eyquem de, *Schloß Montaigne (heute zu Saint-Michel-de-Montaigne, Dordogne) 28. Febr. 1533, †ebd. 13. Sept. 1592, franz. Schriftsteller und Philosoph, Hauptvertreter der französischen Moralisten (↑Moralisten, französische). Nach Studium der Rechtswissenschaften in Toulouse und Bordeaux 1557–1569 Parlamentsrat, 1582–1585 Bürgermeister in Bordeaux, 1580/1581 Reise durch Süddeutschland, die Schweiz und Italien. M. zog sich 1570 in den Turm seines Schlosses zurück, um sich ausschließlich seinen Studien zu widmen. Im Rahmen des Moralismus vertritt M. insbesondere skeptische Positionen unter unmittelbarem Bezug auf antike Quellen (Pyrrhon, Sextus Empiricus). In freiem, bearbeitendem Umgang mit antiken Autoren (Lukrez, Horaz, Seneca, Plutarch u.a.), die in keinem historischen Gefälle zur eigenen Zeit behandelt werden, ist M. ein typischer Vertreter der humanistischen Renaissanceliteratur. Ohne Übernahme geschlossener systematischer Argumentationszusammenhänge dienen die aus den überlieferten Texten herausgegriffenen Zitate als Exempla für die in den vielgestaltigen Kontexten seiner Reflexionen meist anthropologisch-ethischen Themen. In M.s Hauptwerk »Essais« (I–II, Bordeaux 1580, I–III, Bordeaux 1588) werden Themen der individuellen Lebensgestaltung behandelt. Dabei werden weniger normative Vorstellungen, sondern eher typisierende Beschreibungen des komplexen individuellen Lebens entwickelt. Die Leitbilder individueller ↑Autarkie und ↑Ataraxie erwachsen aus dem Blick auf die Erniedrigung des Menschen und auf dessen natürliche Anlagen. Die Orientierung an der menschlichen Natur führt zu jenem Umgang mit Vorgegebenheiten, der die Haltung eines freien Menschen kennzeichnet. In der impliziten Gleichsetzung von Natürlichkeit und Normativität ist M. klassisch-naturrechtlichen Vorstellungen verpflichtet, wenn er auch deren metaphysisch-theologischen Überbau nicht übernimmt. – M. sieht die eigene aristokratische Lebensform als für die Entwicklung einer philosophisch fundierten Lebensführung besonders geeignet an, doch finden sich bei ihm auch gesellschaftskritische und ›aufklärerische‹ Elemente.

M. darf als Begründer jenes Zweigs der modernen essayistischen Literatur gelten, die Sachgehalte jeweils in subjektiv-persönlicher Spiegelung ohne Anspruch auf Allgemeingültigkeit thematisiert. Die Skepsis in bezug auf die Kraft der Vernunft ist in ihrer theoretischen wie praktischen Orientierung für den Essay seit M. eigentümlich. In dieser Hinsicht tritt der Essay dem philosophischen Traktat gegenüber. In der essayistischen Form verbinden sich für M. im Unterschied zum Traktat Sache und Person unmittelbar. Die Vielgestaltigkeit der subjektiven Perspektiven wirkt sich bei M. als ein Wechsel auch in der Wahl der Argumentations- und Stilmittel aus, wobei erfahrungsvermittelte meditativ-assoziative Vorgehensweisen überwiegen.

*Werke:* Œuvres complètes, I–XII, ed. A. Armaingaud, Paris 1924–1941, ed. A. Thibaudet/M. Rat, Paris 1962, 1976, ed. R. Barral/P. Michel, Paris 1967; Gesammelte Schriften. Historisch-kritische Ausgabe, I–VIII, ed. O. Flake/W. Weigand, München/Leipzig 1908–1911. – Les Essais, I–V, ed. F. Strowski u.a., Paris 1906–1933 (repr. Hildesheim 1980); Essais, I–V, ed. M. Guilbaud, Paris 1962–1963; Essais (Ausw.), ed. H. Lüthy, Zürich 1953; Essays (Ausw.), Übers. L. Loos, Frankfurt/Hamburg 1963; Essais (Ausw.), ed. R.R. Wuthenow, Frankfurt 1976; Journal de voyage en Italie, I–II, ed. A. Armaingaud, Paris 1928–1929. – S.A. Tannenbaum, Michel Eyquem de M.. A Concise Bibliography, New York 1942; Totok III (1980), 438–447.

*Literatur:* R. Bady, L'homme et son »institution« de M. à Bérulle, 1508–1625, Paris 1964; A. Bailly, M.. L'homme et son œuvre, Paris 1942; C.B. Brush, M. and Bayle. Variations on the Theme of Skepticism, The Hague 1966; P. Burke, M., Oxford 1981; A. Compagnon, Nous, Michel de M., Paris 1980; M. Conche, M. ou la conscience heureuse, Paris 1966; H.H. Ehrlich, M.. La critique et le langage, Paris 1972; D.M. Frame, M.'s Discovery of Man. The Humanization of a Humanist, New York 1955, 1967; ders., M.. A Biography, New York, London 1965; ders., M.'s Essais. A Study, Englewood Cliffs N.Y. 1969; H. Friedrich, M., Bern 1949, Bern/München ²1967; F. Jeanson, Michel de M. in Selbstzeugnissen und Bilddokumenten, Hamburg 1958; M. Koelsch, Recht und Macht bei M.. Ein Beitrag zur Erforschung der Grundlagen von Staat und Recht, Berlin 1974; E. Lablénie, Essais sur M., Paris 1967; R.C. La Charité, The Concept of Judgement in M., The Hague 1968; G.P. Norton, M. and the Introspective Mind, The Hague 1975; R.L. Regosin, The Matter of My Book: M.'s Essais as the Book of the Self, Berkeley/Los Angeles/London 1977; R.A. Sayce, The Essays of M.. A Critical Exploration, London/Evanston 1972. S.B.

**Montesquieu,** Charles de Secondat, Baron de la Brède et de M., *Schloß La Brède (Bordeaux)

Signs, Erkenntnis 8 (1939/1940), 131–150; Signs, Language, and Behavior, New York 1946, 1955 (dt. Zeichen, Sprache und Verhalten, Düsseldorf 1973, Frankfurt/Berlin/Wien 1981); Signification and Significance. A Study of the Relations of Signs and Values, Cambridge Mass. 1964 (dt. Bezeichnung und Bedeutung. Eine Untersuchung der Relationen von Zeichen und Werten, in: A. Eschbach [ed.], Zeichen, Wert, Ästhetik, Frankfurt 1975, 193–319); Writings on the General Theory of Signs, The Hague 1971. – Dt. Auswahl: Zeichen, Wert, Ästhetik, ed. A. Eschbach, Frankfurt 1975 (mit Werkverzeichnis, 334–342, und Bibliographie, 343–350); Pragmatische Semiotik und Handlungstheorie, ed. A. Eschbach, Frankfurt 1975.

*Literatur:* K.-O. Apel, Sprache und Wahrheit in der gegenwärtigen Situation der Philosophie. Eine Betrachtung anläßlich der Vollendung der neopositivistischen Sprachphilosophie in der Semiotik von C. M., Philos. Rdsch. 7 (1959), 161–184, Nachdr. in: ders., Transformation der Philosophie, I–II, Frankfurt 1973, [2]1976, I (Sprachanalytik, Semiotik, Hermeneutik), 138–166; M. Black, The Limitations of a Behavioristic Semiotic, Philos. Rev. 56 (1947), 258–272; ders., The Semiotic of C. M., in: ders., Language and Philosophy. Studies in Method, Ithaca N.Y. 1949, 168–185; J. Dewey, Peirce's Theory of Linguistic Signs, Thought, and Meaning, J. Philos. 43 (1946), 85–95 (mit einer Erwiderung von M., 196, einer Replik von Dewey, 280, und einer Erwiderung von M., 363–364); K. Döhmann, Hauptentwicklungsphasen des Zeichengebrauchs, Methodos 5 (1953), 121–130; C. J. Ducasse, Symbols, Signs, and Signals, J. Symb. Log. 4 (1939), 41–52; ders., Some Comments on C. W. M.' »Foundations of the Theory of Signs«, Philos. Phenom. Res. 3 (1942/1943), 43–52; K. D. Dutz, Glossar der semiotischen Terminologie C. W. M.', Münster 1979; B. W. Eakins, C. M. and the Study of Signification, Diss. Iowa City 1972; U. Eco, La struttura assente. Introduzione alle ricerca semiotica, Mailand 1968 (dt. Einführung in die Semiotik, München 1972); R. A. Fiordo, C. M. and the Criticism of Discourse, Bloomington Ind. 1977; G. V. Gentry, Some Comments on M.'s »Class« Conception of the Designatum, J. Philos. 41 (1944), 376–384; ders., Signs, Interpretants, and Significata, J. Philos. 44 (1947), 318–324; E. Graham, Logic and Semiotic. Some Comments Regarding the Treatment of Logical Signs in C. M.' »Signs, Language, and Behavior«, Philos. Phenom. Res. 9 (1948/1949), 103–114; B. C. Heyl, New Bearings in Esthetics and Art Criticism. A Study in Semantics and Evaluation, New Haven/London 1943; A. O. Lovejoy, M.' »Six Theories of Mind«, Philos. Rev. 42 (1933), 617–626; B. N. Meltzer/J. W. Petras/L. T. Reynolds, Symbolic Interactionism: Genesis, Varieties, and Criticism, London/Boston 1975; A. Müller, Probleme der behavioristischen Semiotik, Diss. Frankfurt 1970; J. Pelc, A Guide to M., Semiotica 23 (1978), 377–379; P. B. Rice, The Semiotic of C. M., Kenyon Rev. 9 (1947), 303–311; F. Rossi-Landi, C. M., Mailand 1953, erw. unter dem Titel: C. M. e la semiotica novecentesca, Mailand 1975 (mit Bibliographie); ders., Signs about a Master of Signs, Semiotica 13 (1975), 155–197 (mit Bibliographie, 186–193); H. Winthrop, Psychology and Value: A Critique of M.' Approach to Evaluation as Behavior, J. General Psychol. 61 (1959), 13–37. D.G.

**Mostowski,** Andrzej, *Lwów (Lemberg) 1. Nov. 1913, †Vancouver (Kanada) 22. Aug. 1975, poln. Mathematiker und Logiker. 1931–1936 Studium in Warschau (unter anderem bei K. Kuratowski, J. Łukasiewicz und A. Tarski), 1936–1937 in Wien (unter anderem bei K. Gödel) und Zürich (unter anderem bei P. Bernays). 1938 Promotion in Warschau (bei Tarski). Während der deutschen Besetzung Arbeit in einem Industriebetrieb, gleichzeitig Lehre an der Warschauer Untergrunduniversität; 1945 Habilitation in Krakau; 1946 Dozent, 1947 Prof. in Warschau. 1951 ebendort o. Prof. für Philosophie der Mathematik, 1953–1969 für Algebra, ab 1969 für Grundlagen der Mathematik. Daneben Tätigkeit in der polnischen Akademie der Wissenschaften, der M. seit 1963 angehörte. – Hauptarbeitsgebiete M.s waren Algebra, Mengenlehre, Modelltheorie und Rekursionstheorie. In seinen Arbeiten zur Mengenlehre untersuchte M. unter anderem Modelle der axiomatischen Mengenlehre (↑Mengenlehre, axiomatische), speziell des ↑Zermelo-Fraenkelschen Axiomensystems, insbesondere im Hinblick auf das Problem der ↑Widerspruchsfreiheit und Unabhängigkeit (↑unabhängig/Unabhängigkeit (logisch)) von ↑Auswahlaxiom und ↑Kontinuumhypothese. Zentral sind M.s Arbeiten zur Arithmetik, die er sowohl unter formal-syntaktischem als auch unter modelltheoretischem Gesichtspunkt untersuchte; wichtig hier unter anderem seine Untersuchungen zu Modellen der Arithmetik zweiter Stufe. Daneben stehen Arbeiten zur ↑Entscheidbarkeit mathematischer Theorien, zur algebraischen Deutung der Logik und zur mehrwertigen Logik (↑Logik, mehrwertige). Zahlreiche Resultate M.s gelten heute als klassisches Lehrbuchwissen. Im engeren Sinne philosophisch interessant ist vor allem die umfassende Darstellung des Gödelschen ↑Unvollständigkeitssatzes (1964) sowie der Überblick über die mathematische Grundlagenforschung von 1930 bis 1964 (1966).

*Werke:* Foundational Studies. Selected Works, I–II, Amsterdam/New York/Oxford 1979. – (mit K. Kuratowski) Teoria mnogości, Warszawa 1952, [2]1966 (engl. Set Theory, Warszawa, Amsterdam 1968, mit Untertitel: With an Introduction to Descriptive Set Theory, Amsterdam/New York/Oxford, Warszawa [2]1976); (mit M. Stark) Elementy algebry wyższej, Warszawa 1958 (engl. Introduction to Higher Algebra, Oxford, Warszawa 1964); Sentences Undecidable in Formalized Arithmetic. An Exposition of the Theory of Kurt Gödel, Amsterdam 1964; Thirty Years of Foundational Studies. Lectures on the Development of Mathematical Logic and the Study of the Foundations of Mathematics in 1930–1964, Oxford 1966 (Acta Philos. Fennica 17); Constructible Sets with Applications, Amsterdam, Warszawa 1969. – W. Marek, Bibliography of M.'s Works, Stud. Log. 36 (1977), 3–8.

*Literatur:* K. Kuratowski, A Half Century of Polish Mathematics. Remembrances and Reflections, Oxford, Warszawa 1980; H. Rasiowa, In Memory of A. M., Stud. Log. 36 (1977), 1–3. P.S.

**Mo-Ti** (Mo Di), 5. bis 4. Jh. v. Chr., wichtiger, aber wirkungsloser Opponent des Konfuzius und des Traditionalismus überhaupt. M. vertritt einen nur am Wohlergehen des Volkes orientierten Nützlichkeitsstandpunkt mit teilweise puritanistischen Zügen. Er verurteilt den Krieg als organisierten Massenmord, der auch ökonomisch stets mit einem Verlust endet (spätere Nachfolger des M. galten jedoch als Experten im Verteidigungswesen). Verurteilt werden auch die kostspieligen Riten der Konfuzianer, jeder Luxus, sogar die Musik, weil unnütz. Statt dessen lehrt M. das Ideal einer allgemeinen, undifferenzierten Menschenliebe, die nicht zwischen nahen Verwandten und Fremden unterscheidet. – M. glaubt an die Existenz von Geistern aller Art sowie an einen Himmel als höchste Macht. Dieser Himmel liebt die Gerechtigkeit und bestraft Übeltaten; er ist Garant der Moral und dient als Maßstab für Gut und Böse. Gleichzeitig wendet sich M. scharf gegen den Fatalismus, den (angeblich) die Konfuzianer vertreten; dieser führe zu Inaktivität und Schädigung des Staates. – In dem Buch »Mo Ti« finden sich neben den erwähnten Themen auch logisch-dialektische Abschnitte, die sogenannten ›Kanons‹ (↑Logik, chinesische) und verteidigungstheoretische Abhandlungen, die den späteren ↑Mohisten zugeschrieben werden.

*Übersetzungen:* A. Forke, Mè Ti, des Sozialethikers und seiner Schüler philosophische Werke, Berlin 1922; Schriften I (Solidarität und allgemeine Menschenliebe), II (Gegen den Krieg), übers. u. ed. H. Schmidt-Glintzer, Düsseldorf/Köln 1975; The Ethical and Political Works of Motse, Trans. Yi-pao Mei, London 1929 (repr. Westport Conn. 1973); Mo-Tzu. Basic Writings, Trans. B. Watson, New York/London 1963.

*Literatur:* J. Chou, Die Ethik des Me Ti, Diss. Münster 1957; F. Geisser, Das Prinzip der allgemeinen Menschenliebe im Reformprogramm Mo Ti's und seiner Schule und seine Aufnahme in China und Europa, Diss. Zürich 1947; I. G. Lazda, Brecht's Concept of Wisdom and Its Related Attitude With Special Reference to Mo-tzu and Lao-tzu, Diss. Pittsburgh 1975; H. Schleichert, Klassische chinesische Philosophie. Eine Einführung, Frankfurt 1980, 58–76; Yi-pao Mei, Motse. The Neglected Rival of Confucius, London 1934 (repr. Westport Conn. 1973). H.S.

**Motiv** (von lat. movere, bewegen; Beweggrund, Triebfeder, Zweck), Bezeichnung für eine Vielzahl verschiedenartiger Gründe, durch deren Angabe ein absichtliches oder unabsichtliches menschliches Verhalten eine Erklärung findet. Die *zusätzliche* Angabe eines M.s für ein intentionales Verhalten, das *als* intentionales ein Handeln oder Tätigsein und kein *bloßes* ↑Verhalten ist und das dem Handelnden oder Tätigen in seiner ↑Intentionalität unmittelbar zugänglich und verständlich ist, rückt dieses Verhalten dadurch in einen umfassenden biographischen Kontext, daß sie die einzelne ↑Intention in den Zusammenhang mit anderen neben- oder übergeordneten Intentionen (↑Zwecken und ↑Zielen) und/oder mit Verhaltensdispositionen (z.B. Rachsucht, Ehrgeiz, Dankbarkeit, die Tendenz, eingegangene Verpflichtungen zu erfüllen) stellt. Die Suche nach M.en für eine Handlung oder Tätigkeit über die Feststellung ihrer Intentionalität hinaus ist aber nur dann gerechtfertigt, wenn diese Feststellung noch Verständnisfragen offenläßt oder die Art der Handlung oder Tätigkeit aus dem Rahmen des in vergleichbaren Situationen üblichen und vom Akteur erwartbaren Verhaltens herausfällt.

Die motivationale Erklärung von ↑Handlungen oder Tätigkeiten eines Menschen macht sie ähnlich verständlich wie Erklärungen mit Hinweis auf seinen Charakter oder seine ↑Gewohnheiten, indem sie nämlich seine Handlungen oder Tätigkeiten dadurch zueinander in Beziehung setzt, daß sie jede einzelne aus einem übergreifenden Zusammenhang heraus expliziert. Solche Explikation kann methodisch, d.h. in einer geordneten Schrittfolge, geschehen. Das bedeutet, daß zunächst einzelne Handlungen oder Tätigkeiten in komplexe Handlungen oder Tätigkeiten einbezogen werden (z.B. das Spitzen eines Bleistifts in das Erledigen von Schulaufgaben). Komplexe Handlungen und Tätigkeiten (wie das Schularbeitenmachen und das Sporttreiben) werden dann durch Anführung von M.en, d.h. von noch umfassenderen, dem Akteur nicht notwendig bewußten und von ihm nicht notwendig ins Bewußtsein hebbaren, allgemeineren Zwecksetzungen und/oder Verhaltensdispositionen in größere Abschnitte, unter Umständen in das Ganze einer Lebensgeschichte eingeordnet. Da viele Menschen selbst von kürzeren Sequenzen intentionaler Akte nicht Abstand nehmen können, um ihr Leben als ganzes zu überblicken und die zugrunde liegenden Kontinuitäten, die ihre disparaten Intentionen verknüpfen, zu erfassen, bleiben ihnen ihre tiefsten M.e und ihre grundlegenden Charakterzüge verborgen und in diesem Sinne unbewußt. Deshalb ist es möglich, daß ein Betrachter einen Akteur besser versteht, als dieser sich selbst zu verstehen vermag. Inwieweit die Unbewußtheit von M.en absichtsvollem Tun entspringt, sich ›Verdrängungen‹ verdankt, und wie Selbsttäuschungen über die Art der eigenen M.e zustande kommen, untersucht die ↑Psychoanalyse.

*Literatur:* B.M. Bonansea, Scotism, Enc. Ph. VII (1967), 344–345; W. Brugger (ed.), Philosophisches Wörterbuch, Freiburg/Basel/Wien [14]1976; F. Ehrle, Die Scholastik und ihre Aufgaben in unserer Zeit. Grundsätzliche Bemerkungen zu ihrer Chrakteristik, ed. F. Pelster, Freiburg [2]1933; FM III (1979), 2331–2334 (Neoscolástica); L. Foucher, La philosophie catholique en France au XIX[e] siècle avant la renaissance thomiste et dans son rapport avec elle (1800–1880), Paris 1955; E.H. Gilson, L'esprit de la philosophie médiévale, Paris 1932, [2]1944 (dt. Der Geist der mittelalterlichen Philosophie, Wien 1950); W.L. Kelly, Die neuscholastische und die empirische Psychologie, Meisenheim 1961; J.B. Lotz (ed.), Kant und die Scholastik heute, Pullach 1955; E. Lowyck, Substantiele verandering en hylemorphisme. Een critische studie over de Neoscholastiek, Leuven 1948; O. Muck, Die transzendentale Methode in der scholastischen Philosophie der Gegenwart, Innsbruck 1964; J.L. Perrier, The Revival of Scholastic Philosophy in the Nineteenth Century, New York 1909; G.F. Rossi, Le origini del neotomismo nell'ambiente di studio del Collegio Alberoni, Piacenza 1957; A. Sbarra, I problemi della neoscolastica, Neapel 1936; T. Schäfer, Die erkenntnistheoretische Kontroverse Kleutgen-Günther. Ein Beitrag zur Entstehungsgeschichte der N., Paderborn 1961; G. Söhngen, Philosophische Einübung in die Theologie. Erkennen, Wissen, Glauben, Freiburg 1955; ders., N., LThK VII (1962), 923–926; B. Welte, Zum Strukturwandel der katholischen Theologie im 19. Jahrhundert, in: Freiburger Dies Universitatis II (Gestaltende Kräfte im 19. Jahrhundert), Freiburg 1954, 25–55; M. de Wulf, Introduction à la philosophie néo-scolastique, Louvain 1904. M.G.

**Neutextschule,** ↑Konfuzianismus.

**Neuthomismus,** Theologische und philosophische Richtung der ↑Neuscholastik, die im Thomasverständnis des 19. Jahrhhunderts teils Einzelfragen systematisch erörtert, teils die Werke des Thomas von Aquin kommentiert. Im Unterschied zur Neuscholastik orientiert sich der N. ausschließlich an Thomas und verzichtet auf eine Berücksichtigung anderer mittelalterlicher Theologen (↑Thomismus).

*Literatur:* P. Dezza, Alle origini del neotomismo, Mailand 1940; G. García, Tomismo y neotomismo, San Luis Potosi 1903, [2]1906; T. Gilby, Thomism, Enc. Ph. VIII (1967), 119–121; FM III (1979), 2341–2344 (Neotomismo); H.J. John, The Thomist Spectrum, New York 1966; F. Picavet, La restauration thomiste au XIX[e] siècle, Paris 1905, [2]1907; G.F. Rossi, Le origini del neotomismo nell'ambiente di studio del Collegio Alberoni, Piacenza 1957; G. Saitta, Le origine del neotomismo nel secolo XIX, Bari 1912. M.G.

**New Foundations-Axiomensystem,** die von W.V.O. Quine in »New Foundations for Mathematical Logic« (1937) vorgeschlagene Axiomatisierung der Mengenlehre (↑Mengenlehre, axiomatische), bezeichnet mit NF. Das System NF übernimmt typentheoretische Ideen (↑Typentheorien), geht jedoch nicht davon aus, daß seine Variablen von vornherein nach Typen unterschieden sind. Es verlangt lediglich, daß im Komprehensionsaxiom (↑Komprehension), das die Existenz von Mengen zu Formeln ›$A(x)$‹ garantiert:

$$(*) \quad \bigvee_y \bigwedge_x \; (x \in y \leftrightarrow A(x)),$$

nur solche Formeln ›$A(x)$‹ verwendet werden dürfen, die ›stratifiziert‹ sind. Dabei heißt eine Formel *stratifiziert,* wenn es möglich ist, den in ihr vorkommenden Variablen natürliche Zahlen als Indizes so zuzuordnen, daß in einer Teilformel der Gestalt $u \in v$ $v$ einen um Eins höheren Index als $u$ und in $u = v$ $v$ denselben Index wie $u$ erhält. So ist z.B. $x \in z \wedge y \in z$ stratifiziert (man ordne $x$, $y$, $z$ etwa die Zahlen 1, 1, 2 respektive zu), $\neg (x \in x)$ oder $x \in y \wedge y \in x$ nicht stratifiziert (wenn im letzten Fall etwa $x$ die Zahl $n$ und $y$ die Zahl $m$ zugeordnet wäre, müßte $m = n+1$ und $n = m+1$ sein). Da sich die Bedingung der Stratifikation nur auf die im Komprehensionsaxiom verwendeten Formeln bezieht und keine Typendifferenzierung für die ganze Sprache eingeführt wird, kann NF als Theorie erster Stufe formuliert werden. NF kombiniert damit in gewisser Weise E. Zermelos Ansatz, die Mengenbildung nach dem Komprehensionsaxiom einzuschränken, mit dem typentheoretischen Ansatz, der die Ursache der ↑Antinomien der Mengenlehre in der Nichtbeachtung von Typenunterschieden und damit in der Bildung sinnloser Formeln sieht. Trotz der Einfachheit seiner Axiomatik – NF besitzt wie Typentheorien außer dem Komprehensionsaxiom keine spezifischen Mengenbildungsaxiome – konnte sich NF gegenüber NBG, QM und ZF (↑Neumann-Bernays-Gödelsche Axiomensysteme, ↑Zermelo-Fraenkelsches Axiomensystem) in der mathematischen Praxis nicht durchsetzen, zum einen auf Grund von einigen gegenintuitiven Resultaten, die NF liefert, zum anderen weil die Bedingung der Stratifikation ein syntaktisch spezifiziertes System voraussetzt, das die (sich in einer nicht-formalisierten ›mathematischen Umgangssprache‹ vollziehende) mathematische Argumentation erschwert. Das gilt auch für das System ML, von Quine in »Mathematical Logic« (1940) entwickelt (und in der 2. Auflage 1951 verbessert, nachdem J.B. Rosser [1942] einen Widerspruch nachweisen konnte). Hier wird, wie in NBG und QM, zwischen Klassen und Mengen unterschieden, das Komprehensionsaxiom (*) aus NF für Mengenvariablen $x$, $y$ übernommen, wobei die stratifizierte Formel ›$A(x)$‹ auch nur Mengenvariablen enthalten darf, und ein imprädikatives Komprehensionsaxiom für Klassen (ohne Stratifikationsbedingung) entsprechend dem Komprehensionsaxiom von QM hinzufügt.

*Literatur:* A.A. Fraenkel/Y. Bar-Hillel/A. Levy, Foundations of Set Theory, Amsterdam/London ²1973; W.V.O. Quine, New Foundations for Mathematical Logic, Amer. Math. Monthly 44 (1937), 70–80, rev. in: ders., From a Logical Point of View. 9 Logico-Philosophical Essays, Cambridge Mass. 1953, ²1961, 1980, 80–101 (dt. Neue Grundlagen der mathematischen Logik, in: ders., Von einem logischen Standpunkt. Neun logisch-philosophische Essays, Frankfurt/Berlin/Wien 1979, 81–98); ders., Mathematical Logic, Cambridge Mass. 1940, ²1951, 1981; ders., On the Consistency of »New Foundations«, Proc. National Acad. Sci. USA 37 (1951), 538–540; ders., Set Theory and Its Logic, Cambridge Mass. 1963, ²1969 (dt. Mengenlehre und ihre Logik, Braunschweig 1973, Frankfurt/Berlin/Wien 1978); J.B. Rosser, The Burali-Forti Paradox, J. Symb. Log. 7 (1942), 1–17; ders., Logic for Mathematicians, New York/Toronto/London 1953. P.S.

**Newton,** Isaac, *Woolsthorpe (bei Grantham, Lincolnshire) 25.Dez.1642, †London 20. März 1727, engl. Physiker, Mathematiker und Astronom. 1661 Beginn der Ausbildung im Trinity College, Cambridge, 1665 B. A. (unter anderem Studium von R. Descartes' »Géométrie« [1637] und »Principia philosophiae« [1644], J. Keplers »Dioptrice« [1611], G. Galileis »Dialogo« [1632], J. Wallis' »Arithmetica infinitorum« [1656], R. Hookes »Micrographia« [1665], K. Digbys »Two Treatises« [1644]; ferner Kenntnis der Werke R. Boyles, J. Glanvilles, H. Mores und P. Gassendis). Während einer 18monatigen Schließung der Universität (wegen der Pest) 1665/1666 formuliert N. in Woolsthorpe und Cambridge die Grundlagen seiner Theorien über die Gravitation, die Planetenbewegungen, die Natur des Lichts und die Fluxionsrechnung. 1667 Fellow of Trinity College, 1668 M. A., im gleichen Jahr Konstruktion eines Spiegelteleskops, 1669–1701 als Nachfolger seines Lehrers I. Barrow Lucasian Prof. der Mathematik in Cambridge (Vorlesungen über Optik [1670–1672], Arithmetik und Algebra [1673–1683], größere Teile von Buch I der »Principia« [1684–1685], »The System of the World« [1687]). 1672 Mitglied der Royal Society, ab 1703 bis zu seinem Tode deren Präsident. 1688/1689 und 1701/1702 Vertreter der Universität Cambridge im Parlament, 1696 Münzwardein, 1699 Vorsteher der Königlichen Münze in London, 1705 geadelt. – Mit der Formulierung des Gravitationsgesetzes (↑Gravitation) und dreier Mechanikaxiome (↑Mechanik), nämlich des Trägheitsgesetzes (↑Trägheit, ↑Inertialsystem), des Kraftgesetzes (↑Kraft) und des Gesetzes über die gegenseitige Einwirkung zweier Körper (↑actio = reactio), begründet N. (unter Einbezug der von Galilei begründeten ↑Kinematik) die klassische Physik. Sein Hauptwerk, die »Philosophiae naturalis principia mathematica« (1687), ist das erste Lehrbuch der theoretischen Physik. Entsprechende Bedeutung haben N.s Untersuchungen über die Natur des Lichts (z.B. Analyse des weißen Lichts) für die Optik und die Begründung der Fluxionsrechnung (↑Fluxion) für die Mathematik (1705–1724 überlagert von einem der Sache nach unbegründeten Prioritätsstreit mit G.W. ↑Leibniz). Wie N. Kopernikus in der Geschichte der ↑Astronomie, so verkörpert N. in der Geschichte der Physik und der sich am wissenschaftlichen Paradigma der Physik orientierenden (neuzeitlichen) Philosophie das Symbol neuzeitlicher (wissenschaftlicher) Rationalität.

In seinen Notizen aus den Jahren 1665/1666 behandelt N. elastische und unelastische Stöße und korrigiert Descartes' Erhaltungssatz durch zusätzliche Berücksichtigung der Bewegungsrichtung: Anhalten und Inbewegungsetzen eines Körpers erfordern die gleiche Kraft, die nach N. gleich der Änderung $\Delta(m\vec{v})$ der Bewegungsgröße und der Bewegungsrichtung ist. Unter dieser Voraussetzung bestimmt N. die *Zentripetalkraft* bei einer gleichförmigen Kreisbewegung. Dazu betrachtet er zunächst die Bewegung eines Körpers auf dem Umfang eines $n$-Ecks, das einem Kreis einbeschrieben ist. Die Richtungsänderungen an den Ecken erfordern Stöße, die aufzusummieren sind und im Falle des Grenzübergangs vom $n$-Eck zum Kreis die Zentripetalkraft einer Kreisbewegung bestimmen. In einem anderen Ansatz aus dieser Zeit berechnet N. die Zentripetalbeschleunigung $b = \frac{v^2}{r}$ für die gleichförmige Geschwindigkeit $v$ auf einem Kreis mit Radius $r$ analog zu C. ↑Huygens. Durch Kombination dieses Ausdrucks mit dem 3. Keplerschen Gesetz entdeckt N. das *Gravitationsgesetz:* Behandelt man nämlich die Planetenbahnen angenähert als Kreise, so gilt für deren Umlaufzeit $T$ nach Kepler $T^2 \sim r^3$. Für die Bahngeschwindigkeit $v = \frac{2\pi r}{T}$ folgt $v^2 \sim \frac{r^2}{T^2} \sim \frac{1}{r}$, also für die Zentripetalbeschleunigung in Richtung Sonne $b \sim \frac{1}{r^2}$.

Erst auf Drängen von R. Hooke (1679) und E. Halley (1684) faßt N. seine Ergebnisse in einer Vorlesungsnachschrift zusammen, aus der 1687 die drei Bücher der »Philosophiae naturalis principia mathematica« entstehen. Im Vorwort wird die

Punkte (im Umfang des reellen Kontinuums) zugelassen. Im strengen Euklidischen Sinne müßten daher Sätze über nicht-konstruktive Objekte auch als nicht-euklidisch bezeichnet werden.

*Literatur:* F. Bachmann, Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff, Berlin/Heidelberg/New York [2]1973; R. Baldus, Nichteuklidische G.. Hyperbolische Geometrie der Ebene, Berlin 1927, ed. F. Löbell, Berlin [4]1964; H. Behnke u.a. (eds.), Grundzüge der Mathematik für Lehrer an Gymnasien sowie für Mathematiker in Industrie und Wirtschaft, II/1–II/2, Göttingen [2]1967/1971; R. Bonola, La geometrica non-euclidea. Esposizione storico-critica del suo sviluppo, Bologna 1906 (dt. Die nichteuklidische G., historisch-kritische Darstellung ihrer Entwicklung, Leipzig/Berlin 1908, [3]1921 (repr. New York 1955); F. Engel/P. Stäckel (eds.), Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauß. Eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der nichteuklidischen G., Leipzig 1895 (repr. New York/London 1968); L. Heffter, Grundlagen und analytischer Aufbau der projektiven, euklidischen, n.n G., Leipzig/Berlin 1940, Stuttgart [3]1958; G. Hessenberg, Ebene und sphärische Trigonometrie, Leipzig 1899, ed. H. Kneser, Berlin [5]1957; ders., Grundlagen der Geometrie, ed. W. Schwan, Berlin 1930, bearb. v. J. Diller, Berlin [2]1967; D. Hilbert, Grundlagen der Geometrie, Leipzig 1899, ed. mit Suppl. P. Bernays, Stuttgart [12]1977; F. Klein, Vorlesungen über n. G., bearb. v. V. Rosemann, Berlin 1928 (repr. Berlin/Heidelberg/New York 1968); W. Klingenberg, Grundlagen der Geometrie, Mannheim/Wien/Zürich 1971; H. Lenz, Nichteuklidische G., Mannheim 1967; R. Lingenberg, Grundlagen der Geometrie I, Mannheim 1969, Mannheim/Wien/Zürich [3]1978; N.I. Lobatschewski, Zwei geometrische Abhandlungen, Leipzig 1898/1899 (2 Teile in 1 Bd., Übers. [F. Engel] nicht mehr zugänglicher Ausgaben); K. Mainzer, Geschichte der Geometrie, Mannheim/Wien/Zürich 1980; H. Meschkowski, Nichteuklidische G., Braunschweig/Berlin/Stuttgart 1954, Braunschweig [3]1965; O. Perron, Nichteuklidische Elementargeometrie der Ebene, Stuttgart 1962; L. Rédei, Begründung der euklidischen und nichteuklidischen G.n nach F. Klein, Budapest, Leipzig 1965; R. Torretti, Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré, Dordrecht/Boston/London 1978; G. Veronese, Fondamenti di geometria a più dimensioni e a più specie di unità rettilinee, esposti in forma elementare, Padua 1891 (dt. Grundzüge der Geometrie von mehreren Dimensionen und mehreren Arten gradliniger Einheiten in elementarer Form entwickelt, Leipzig 1894). K.M.

**Nicht-Handeln** (wu-wei), Zentralbegriff des ↑Taoismus (↑Tao-te-ching, ↑Zhuang-Tse). Die Lehre vom N.-H. besteht in der häufig wiederholten und durch Gleichnisse illustrierten Warnung vor jedem Übermaß an Aktivität und jedem Eingriff in den natürlichen Ablauf der Ereignisse; sie gilt insbesondere für das Handeln des Weisen und des Herrschers. Der Herrscher soll demnach nichts (Überflüssiges) unternehmen, d.h. ›das Nicht-Tun tun‹; so werden alle Dinge (im Staat) von selbst in Ordnung kommen. Je mehr der Herrscher unternimmt, desto komplizierter und verworrener werden hingegen die Zustände. Auch der ↑Konfuzianismus hat die These vom N.-H. in seine Ideologie für den Herrscher übernommen: Der ideale Herrscher tut nichts, er bewirkt aber durch das Beispiel seines moralischen, ehrfurchtgebietenden Wesens, daß alle Untertanen ebenfalls sittlich leben. Die konkret-politische Umsetzung dieser Lehre ist naturgemäß problematisch. Han Fei Tzu interpretiert sie dahin, daß der Herrscher alle Aktivitäten (samt den dabei auftretenden Gefahren des Mißlingens) seinen Ministern überlassen soll, während er selber die Minister unter Kontrolle hält. – Aus der Perspektive der europäischen Rationalität enthält die Lehre vom N.-H. einen Hinweis auf die Möglichkeit, im Seinlassen dessen, was ohnehin, ohne Zutun des Menschen, geschieht, sich von selbstgesetzten Zwecken zu lösen (↑Gelassenheit). Gegenüber dem Tunkönnen ist das Lassenkönnen ein paradoxes Können, gewissermaßen ein ›nichtkönnendes Können‹, das nicht wie anderes Können lernend und übend erworben wird.

*Literatur:* J.J.L. Duyvendak, The Philosophy of Wu Wei, Asiat. Stud. 1 (1947), 81–102. H.S.

**Nicht-Ich**, in der Wissenschaftslehre J.G. Fichtes Begriff zur Bezeichnung des Objektcharakters der Erkenntnisgegenstände. Da alle Unterscheidungen für die Erkenntnis von Gegenständen Ergebnisse menschlichen Handelns sind, dürfen diese Gegenstände nicht schon als in sich selbst, d.h. unabhängig vom handelnden und redenden Umgang mit ihnen, strukturiert angesehen werden. Strukturiert, d.h. nach bestimmten Merkmalen unterscheidbar, sind sie nur durch das ↑Ich, nämlich eine erkennende und normierbare Leistung. Für sich selbst sind die Gegenstände zunächst nur ein unbestimmtes N.-I. – Die Grundunterscheidung von Ich und N.-I. stellt den Versuch dar, die Berufung auf eine in sich geordnete Natur bei Begründungsbemühungen sowohl für Normen als auch für Behauptungen als unsinnig zu erweisen und dafür die Begründungspflicht der Erkenntnis, die ein N.-I. erst zu einem bestimmten Gegenstand macht, nicht nur (zirkulär) als mit den Tatsachen übereinstimmend, sondern als vernünftig aufzuzeigen.

*Literatur:* ↑Fichte, Johann Gottlieb. O.S.

**Nichtkreativität** (engl. non-creativity), in der Definitionstheorie (↑Definition) ein Kriterium für die Adäquatheit von expliziten Definitionen. Danach soll die Klasse der ein bestimmtes Zeichen nicht enthaltenden gültigen Sätze bei Hinzunahme der Definition dieses Zeichens unverändert bleiben; die Definition eines ›neuen‹ Zeichens soll keine gültigen Sätze mit nur ›alten‹ Zeichen erzeugen. Genauer: eine Formel $D$ (z.B. eine intendierte explizite Definition), die ein deskriptives (d.h. nicht-logisches) Zeichen $\sigma$ enthält, ist bezüglich $\sigma$ relativ zu einer Menge $M$ von deskriptiven Zeichen nichtkreativ, wenn für beliebige Aussagen $A$, $B$, in denen an deskriptiven Zeichen nur solche aus $M$ vorkommen, nicht jedoch $\sigma$, gilt: $D$ und $A$ implizieren logisch $B$, wenn schon $A$ allein $B$ logisch impliziert. Eine entsprechende Definition läßt sich auch für formale, speziell axiomatische Systeme (↑System, formales, ↑System, axiomatisches) geben; hier bezieht man sich dann auf *Ableitungs*beziehungen statt auf gültige Implikationen. Sie läßt sich auch auf *logische* Zeichen (↑Konstante, logische) übertragen. Das Kriterium der N. ist z.B. für den ↑Sequenzenkalkül erfüllt, in dem eine ableitbare Sequenz $\Gamma || \Sigma$ immer auch ableitbar ist *ohne* Zuhilfenahme von Ableitungsregeln für in $\Gamma$, $\Sigma$ *nicht* vorkommende logische Zeichen. Regeln für ein logisches Zeichen sind in diesem Sinne also nichtkreativ relativ zu den anderen logischen Zeichen (man sagt auch: die Kalküle, die sich durch Hinzufügung der Regeln für ein logisches Zeichen ergeben, sind *konservative Erweiterungen* der Kalküle, die nur Regeln für die übrigen logischen Zeichen besitzen). – Das Kriterium der N. zeichnet explizite Definitionen nicht aus (es ist nur notwendig, nicht hinreichend für das Vorliegen einer expliziten Definition), wie das Beispiel der Sequenzenregeln für logische Zeichen zeigt (die keine expliziten Definitionen sind). Bei expliziten Definitionen fordert man vielmehr noch das Kriterium der *Eliminierbarkeit,* wonach jede Formel, die das definierte Zeichen enthält, logisch gleichwertig ist mit einer Formel, die es nicht enthält. Aus der Eliminierbarkeit ergibt sich die N., nicht aber umgekehrt.

*Literatur:* W. K. Essler, Wissenschaftstheorie I (Definition und Reduktion), Freiburg/München 1970, bes. 71–74; P. Hinst, Logische Propädeutik. Eine Einführung in die deduktive Methode und logische Sprachanalyse, München 1974, bes. 355–366; R. Kleinknecht, Grundlagen der modernen Definitionstheorie, Königstein 1979, bes. 164–166, 206–210. P.S.

**Nichts** (engl. nothing, franz. néant), in der philosophischen Tradition im Gegensatz zu ↑Sein und ↑Existenz verwendeter Terminus, der in der Antike vor allem zur Darstellung des Werdens und Vergehens von Dingen – die nicht waren, jetzt sind und nach einer gewissen Zeit nicht mehr sein werden – dient. In der christlichen Kosmologie tritt der Terminus ›N.‹ bei der Rede über die ›Schöpfung der Welt aus dem N.‹ (↑creatio ex nihilo) auf. Zugleich wird von einigen Theologen, insbesondere von Mystikern (von Meister Eckart bis J. Böhme), N. als der Gegensatz zu allem Existierenden dazu benutzt, um über den von allen der Erkenntnis zugänglichen Dingen verschiedenen Gott zu reden – via negationis, auf einem Weg, der auch in der sogenannten dialektischen ↑Theologie wieder beschritten wird. Im Existentialismus (↑Existenzphilosophie) wird die Rede vom N. aus ihrem theologischen Bezugsrahmen gelöst und für die Darstellung der menschlichen Existenz eingesetzt: des Menschen, der sich selbst ›aus dem N.‹ seine Existenz zu geben hat (J.-P. Sartre) oder der in einer nicht an die Beschäftigung mit bestimmten Dingen gebundenen Stimmung wie der ↑Angst – gerade dadurch, daß er nicht mehr mit etwas Bestimmten zu tun hat, daß der ›dem N. begegnet‹ – sein Selbstsein, seine Individualität, finden kann (M. Heidegger). Die logisch geschulte ↑Sprachanalyse (vor allem R. Carnap) hat diese Gebrauchsweisen von ›N.‹ insgesamt kritisiert, indem sie aufzuzeigen suchte, daß sie allesamt nicht methodisch rekonstruierbar sind. Man könne zwar verschiedene Arten der ↑Negation bilden – z.B. die Negation der Kopula in Elementaraussagen ($x \varepsilon' p$: $x$ ist nicht $p$), die Negation eines Quantors ($\neg \bigvee_x a(x)$: es gibt keinen Gegenstand $x$, für den $a(x)$ gilt) oder die Negation der Identität ($2 \cdot 2 \neq 5$). Aber die Rede von *dem* N. bilde eine sinnlose Hypostasierung oder Reifizierung eines solchen sprachlichen Operators. – Als Ausdruck der Lebensverneinung tritt der Begriff des N. im ↑Nihilismus auf.

*Literatur:* R. Berlinger, Das N. und der Tod, Frankfurt 1954; R. Carnap, Überwindung der Metaphysik durch logische Analyse der Sprache, Erkenntnis 2 (1931/1932), 219–241 (repr. in: H. Schleichert [ed.], Logischer Empirismus – Der Wiener Kreis. Ausgewählte Texte mit einer Einleitung, München 1975, 149–171); E. Fink, Alles und N.. Ein Umweg zur Philosophie, Den Haag 1959; M. Heidegger, Was ist Metaphysik?, Bonn 1929, Frankfurt [12]1981; G. Kahl-Furthmann, Das Problem des N.. Kritisch-historische und systematische Untersuchungen, Berlin 1934; H. Kuhn, Encounter with Nothingness. An Essay on Existentialism, Hinsdale Ill 1949, London 1951 (dt. Begegnung mit dem N.. Ein Versuch über die Existenzphilosophie, Tübingen 1950); M. Nambara, Die Idee des absoluten N. in der deutschen Mystik und seine Entsprechungen im Buddhismus, Arch. Begriffsgesch. 6 (1960), 143–277; K. Riesenhuber, N., Hb. ph. Grundbegriffe II (1973), 991–1008; J.-P. Sartre, L'être et le néant. Essai d'ontologie phénoménologique, Paris 1943 (dt. Das Sein und das N.. Versuch einer phänomenologischen Ontologie, Hamburg 1952). O.S.

**Nicodsche Funktion,** ↑Peircescher Junktor.

**Nicolai,** (Christoph) Friedrich, *Berlin 18. März 1733, †ebd. 8. Jan. 1811, dt. Philosoph und Schriftzüglich der individuellen Herstellungsgeschichte begründet angenommen und im eventuell beobachteten Störfalle empirische Hypothesen über Störursachen aufgestellt werden können. Der normative Charakter der Protophysik sichert die Reproduzierbarkeit der relevanten Meßgeräteeigenschaften durch deren explizite sprachliche Beschreibung, die in Herstellungs- und Verwendungszusammenhängen regulativ wird und in der Unterscheidung von künstlich herbeigeführten und natürlich vorhandenen, eventuell störenden Geräteeigenschaften die Objektivität von Messungen definiert.

*Literatur:* P. Janich, Die Protophysik der Zeit. Konstruktive Begründung und Geschichte der Zeitmessung, Frankfurt 1980. P.J.

**Normalform,** in Logik und Mathematik ein Ausdruck von vorgegebener Form derart, daß (1) Ausdrücke bestimmter anderer Form mit einem Ausdruck in N. in einem bestimmten Sinne gleichwertig sind bzw. (2) Objekte aus einem bestimmten Bereich durch Ausdrücke in N. darstellbar sind. Zu Ausdrücken bzw. Objekten existierende N.en können eindeutig bestimmt sein, müssen es jedoch nicht. Meistens gibt es *Verfahren,* vorgegebene Ausdrücke bzw. Darstellungen von Objekten in Ausdrücke in N. umzuformen. N.en der Art (1) sind z.B.:

(1a) In der ↑Junktorenlogik *adjunktive* und *konjunktive* N.en. Eine junktorenlogisch zusammengesetzte Formel ist in adjunktiver N., wenn sie eine Adjunktion $K_1 \vee \ldots \vee K_n$ von ↑Basiskonjunktionen $K_i$ (d.s. Formeln der Gestalt $b_1 \wedge \ldots \wedge b_m$, wobei die $b_j$ Basisformeln, d.h. Primformeln oder Negate von Primformeln, sind) ist. Sie ist in konjunktiver N., wenn sie eine Konjunktion $A_1 \wedge \ldots \wedge A_n$ von Basisadjunktionen $A_i$ (d.s. Formeln der Gestalt $b_1 \vee \ldots \vee b_m$ mit Basisformeln $b_j$) ist. Jede junktorenlogisch zusammengesetzte Formel $F$ läßt sich in eine Formel in adjunktiver N. und in eine Formel in konjunktiver N. umformen, die mit ihr klassisch logisch äquivalent ist. Z.B. ist $(p \rightarrow q) \rightarrow \neg(\neg r \rightarrow s)$ äquivalent mit $(p \wedge \neg q) \vee (\neg r \wedge \neg s)$ (adjunktive N.) und mit $(p \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg s) \wedge (\neg q \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg s)$ (konjunktive N.). – (1b) In der ↑Quantorenlogik *pränexe* und *Skolemsche* N.en. Eine quantorenlogisch zusammengesetzte Formel ist in pränexer N., wenn sie die Form $Q_{1\,x_1} \cdots Q_{n\,x_n} A$ hat, wobei $A$ eine nur junktorenlogisch zusammengesetzte Formel und die $Q_i$ Quantoren $\bigwedge$ oder $\bigvee$ sind. Sie ist darüber hinaus in Skolemscher N., wenn alle Existenzquantoren allen Allquantoren vorangehen, wenn sie also die Form

$$\bigvee_{x_1} \cdots \bigvee_{x_m} \bigwedge_{x_{m+1}} \cdots \bigwedge_{x_n} A$$

hat. Jede quantorenlogisch zusammengesetzte Formel $F$ läßt sich in eine Formel in pränexer N. überführen, die mit ihr klassisch logisch äquivalent ist. Ferner läßt sie sich in eine Formel in Skolemscher N. umformen, die genau dann klassisch allgemeingültig ist, wenn die Ausgangsformel klassisch allgemeingültig ist (Allgemeingültigkeitsgleichheit). Z.B. ist

$$\bigwedge_x (\neg \bigvee_y Pxy \rightarrow \bigwedge_z Qxz)$$

äquivalent mit

$$\bigwedge_x \bigvee_y \bigwedge_z (\neg Pxy \rightarrow Qxz)$$

(pränexe N.) und allgemeingültigkeitsgleich mit

$$\bigvee_x \bigvee_y \bigwedge_z \bigwedge_u (((\neg Pxy \rightarrow Qxz) \rightarrow Rx) \rightarrow Ru)$$

(Skolemsche N.). Man spricht auch von Skolemscher N. bei einer Formel der Form

$$\bigwedge_{x_1} \cdots \bigwedge_{x_m} \bigvee_{x_{m+1}} \cdots \bigvee_{x_n} A$$

mit quantorenfreiem Kern $A$, wenn also alle Allquantoren allen Existenzquantoren vorangehen. Zu einer quantorenlogisch zusammengesetzten Formel $F$ kann man eine Skolemsche N. im letzteren Sinne finden, die genau dann klassisch ↑erfüllbar ist, wenn die Ausgangsformel klassisch erfüllbar ist (Erfüllbarkeitsgleichheit). Skolemsche N.en sind wichtig für die Behandlung des ↑Entscheidungsproblems. – (1c) In der Beweistheorie *N.en von Ableitungen.* Es läßt sich jede Ableitung einer Formel $A$ aus einer Menge von Formeln $M$ im ↑Kalkül des natürlichen Schließens durch Umformung nach bestimmten Reduktionsschritten in eine Ableitung von $A$ aus $M$ umformen, die keine ›Umwege‹ (d.h. Einführung und anschließende Beseitigung von Quantoren) macht. Entsprechend läßt sich jede Ableitung einer Sequenz $\Gamma || A$ im ↑Sequenzenkalkül in eine Ableitung von $\Gamma || A$ umformen, die keine Anwendung der Schnittregel enthält (↑Gentzenscher Hauptsatz, engl. auch ›normal form theorem‹). Die jeweils erhaltenen Ableitungen sind insofern gleichwertig mit der Ausgangsableitung, als die Ableitbarkeitsbehauptungen, die sie begründen ($M \vdash A$ bzw. $\vdash \Gamma || A$), dieselben bleiben. – (1d) Im ↑Lambda-Kalkül *N.en von λ-Termen.* Jeder λ-Term $M$ läßt sich durch Reduktion nach der Regel der λ-Konversion eindeutig auf einen irreduziblen λ-Term $N$ zurückführen.

N.en der Art (2) treten auf z.B.: (2a) In der *Theorie* ↑*rekursiver Funktionen*, bei deren Darstellbarkeit mit Hilfe bestimmter gegebener Standardfunktionen. So konnte S.C. Kleene 1936 zeigen, daß jede $n$-stellige allgemein-rekursive Funktion $f(x_1, \ldots, x_n)$ dargestellt werden kann als

$$f(x_1, \ldots, x_n) = U(\mu_y\, T_n\,(e, x_1, \ldots, x_n, y))$$

für eine bestimmte natürliche Zahl $e$, wobei $U$ und $T_n$ gegebene rekursive Standardfunktionen sind. $f$ ist durch die natürliche Zahl $e$ und die Stellenzahl $n$ eindeutig charakterisiert (›normal form theorem‹). – (2b) In der *induktiven Logik* (↑Logik, induktive) bei der Darstellbarkeit adäquater induktiver Methoden $c(H, E)$ durch einen Ausdruck, der neben Termen, die durch beobachtbare Größen und die benutzte formale Sprache bestimmt sind, nur von einer reellen Zahl $\lambda$ abhängt. – (2c) In der *Ordinalzahltheorie* bei der Darstellbarkeit jeder von Null verschiedenen ↑Ordinalzahl $\alpha$ in der Form $\alpha = \omega^{\alpha_1} + \ldots + \omega^{\alpha_n}$ mit Ordinalzahlen $\alpha_1 \geq \ldots \geq \alpha_n$ (Cantorsche N.).

*Literatur:* H. Hermes, Einführung in die mathematische Logik. Klassische Prädikatenlogik, Stuttgart [4]1976; D. Hilbert/P. Bernays, Grundlagen der Mathematik I, Berlin/Heidelberg/New York [2]1968; H. Scholz/G. Hasenjaeger, Grundzüge der mathematischen Logik, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1961; weitere Literatur bei den Stichwörtern, auf die im Text verwiesen wird. P.S.

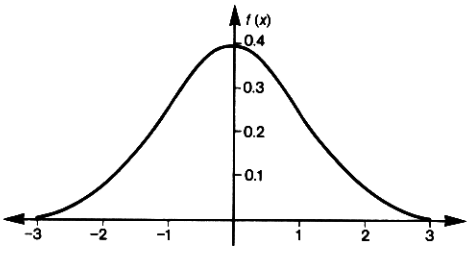
**Normalverteilung,** in der ↑Wahrscheinlichkeitstheorie die Verteilung $F$ einer Zufallsvariablen (↑Zufallsfunktion) mit Erwartungswert $\mu$ und Standardabweichung $\sigma$ nach der Gleichung

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\mu}{\sigma}\right)^2} du.$$

Der Graph der zugehörigen Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

wird durch die *Gaußsche Glockenkurve* dargestellt, die im Falle $\mu = 0$ und $\sigma = 1$ (Standardnormalverteilung) folgende Gestalt hat:




Die N., von C.F. Gauß im Zusammenhang mit Untersuchungen zur Verteilung von Meßfehlern entdeckt, hat eine herausragende Bedeutung auf Grund von Grenzwertsätzen der Wahrscheinlichkeitstheorie. So besagt der *zentrale Grenzwertsatz*, daß für Folgen unabhängiger Zufallsvariablen, deren Verteilungen bestimmten Bedingungen genügen (die insbesondere dann erfüllt sind, wenn die Verteilungen identisch sind), die Verteilungen der Summen dieser Variablen gegen die N. konvergieren. Daraus ergibt sich für die ↑Statistik, daß die Mittelwerte von Zufallsstichproben immer normalverteilt sind, da man sie als Summe von unabhängigen identisch verteilten Zufallsvariablen auffassen kann. Dies erlaubt es, das Vertrauen in Schätzungen für Parameter der Grundgesamtheit (etwa den Mittelwert) zu bewerten.

*Literatur:* H. Bauer, Wahrscheinlichkeitstheorie und Grundzüge der Maßtheorie, Berlin/New York [3]1978; R. Strehl, Wahrscheinlichkeitsrechnung und elementare statistische Anwendungen, Freiburg/Basel/Wien 1974. P.S.

**normativ,** konträr zu ↑›deskriptiv‹ oder zu ›faktisch‹ verwendeter Terminus. In einem ersten Sinne heißen ›n.‹ auf Handlungen, Handlungsweisen oder Handlungsorientierungen bezogene *Beurteilungen*, insbesondere solche, die den Anspruch erheben, sich moralisch rechtfertigen zu lassen (dies im Unterschied zu bloßen *Beschreibungen* bestehender Zustände). N.e Urteile dieser Art müssen vor allem von Aussagen, daß ein Handeln durch bestimmte Regeln (etwa technisch) normiert ist (↑Normierung), abgehoben werden. Mißverständlich werden häufig außerdem beliebige Aussagen, die sich auf ↑Normen beziehen, als ›n.‹ bezeichnet; so etwa, wenn die Rechtswissenschaft bereits deswegen als eine n.e Wissenschaft charakterisiert wird, weil sie Folgerungen aus positiven Rechtsnormen zieht. – Auch das Gegensatzpaar ›n.‹-›faktisch‹ dient weitgehend dazu, Orientierungsvorschläge von bestehenden Zuständen abzuheben. Da bedingte Handlungsregeln und Zielsetzungen auf das Vorliegen bestimmter Zustände abheben (↑Norm (handlungstheoretisch, moralphilosophisch)) und ferner die Verfolgung von Zielen die Verfügbarkeit geeigneter Mittel voraussetzt, hat auch das Bestehen bestimmter Zustände häufig eine Orientierungsfunktion. Dies wird mit der Formel von der ›Normativität des Faktischen‹ zum Ausdruck gebracht. Eingeschränkter verstanden kann diese Formel dann insbesondere auf solche Zustände abstellen, die mit der faktischen Geltung bestimmter Handlungsregeln, der Existenz be-

N.en der Art (2) treten auf z.B.: (2a) In der *Theorie ↑rekursiver Funktionen,* bei deren Darstellbarkeit mit Hilfe bestimmter gegebener Standardfunktionen. So konnte S.C. Kleene 1936 zeigen, daß jede $n$-stellige allgemein-rekursive Funktion $f(x_1, \ldots, x_n)$ dargestellt werden kann als

$$f(x_1, \ldots, x_n) = U(\mu_y T_n(e, x_1, \ldots, x_n, y))$$

für eine bestimmte natürliche Zahl $e$, wobei $U$ und $T_n$ gegebene rekursive Standardfunktionen sind. $f$ ist durch die natürliche Zahl $e$ und die Stellenzahl $n$ eindeutig charakterisiert (›normal form theorem‹). – (2b) In der *induktiven Logik* (↑Logik, induktive) bei der Darstellbarkeit adäquater induktiver Methoden $c(H, E)$ durch einen Ausdruck, der neben Termen, die durch beobachtbare Größen und die benutzte formale Sprache bestimmt sind, nur von einer reellen Zahl $\lambda$ abhängt. – (2c) In der *Ordinalzahltheorie* bei der Darstellbarkeit jeder von Null verschiedenen ↑Ordinalzahl $\alpha$ in der Form $\alpha = \omega^{\alpha_1} + \ldots + \omega^{\alpha_n}$ mit Ordinalzahlen $\alpha_1 \geq \ldots \geq \alpha_n$ (Cantorsche N.).

*Literatur:* H. Hermes, Einführung in die mathematische Logik. Klassische Prädikatenlogik, Stuttgart [4]1976; D. Hilbert/P. Bernays, Grundlagen der Mathematik I, Berlin/Heidelberg/New York [2]1968; H. Scholz/G. Hasenjaeger, Grundzüge der mathematischen Logik, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1961; weitere Literatur bei den Stichwörtern, auf die im Text verwiesen wird. P.S.

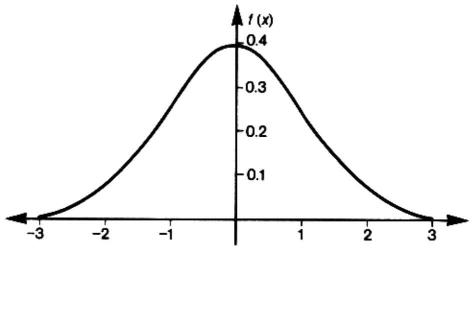
**Normalverteilung,** in der ↑Wahrscheinlichkeitstheorie die Verteilung $F$ einer Zufallsvariablen (↑Zufallsfunktion) mit Erwartungswert $\mu$ und Standardabweichung $\sigma$ nach der Gleichung

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\mu}{\sigma}\right)^2} du.$$

Der Graph der zugehörigen Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

wird durch die *Gaußsche Glockenkurve* dargestellt, die im Falle $\mu = 0$ und $\sigma = 1$ (Standardnormalverteilung) folgende Gestalt hat:




Die N., von C.F. Gauß im Zusammenhang mit Untersuchungen zur Verteilung von Meßfehlern entdeckt, hat eine herausragende Bedeutung auf Grund von Grenzwertsätzen der Wahrscheinlichkeitstheorie. So besagt der *zentrale Grenzwertsatz,* daß für Folgen unabhängiger Zufallsvariablen, deren Verteilungen bestimmten Bedingungen genügen (die insbesondere dann erfüllt sind, wenn die Verteilungen identisch sind), die Verteilungen der Summen dieser Variablen gegen die N. konvergieren. Daraus ergibt sich für die ↑Statistik, daß die Mittelwerte von Zufallsstichproben immer normalverteilt sind, da man sie als Summe von unabhängigen identisch verteilten Zufallsvariablen auffassen kann. Dies erlaubt es, das Vertrauen in Schätzungen für Parameter der Grundgesamtheit (etwa den Mittelwert) zu bewerten.

*Literatur:* H. Bauer, Wahrscheinlichkeitstheorie und Grundzüge der Maßtheorie, Berlin/New York [3]1978; R. Strehl, Wahrscheinlichkeitsrechnung und elementare statistische Anwendungen, Freiburg/Basel/Wien 1974. P.S.

**normativ,** konträr zu ↑›deskriptiv‹ oder zu ›faktisch‹ verwendeter Terminus. In einem ersten Sinne heißen ›n.‹ auf Handlungen, Handlungsweisen oder Handlungsorientierungen bezogene *Beurteilungen,* insbesondere solche, die den Anspruch erheben, sich moralisch rechtfertigen zu lassen (dies im Unterschied zu bloßen *Beschreibungen* bestehender Zustände). N.e Urteile dieser Art müssen vor allem von Aussagen, daß ein Handeln durch bestimmte Regeln (etwa technisch) normiert ist (↑Normierung), abgehoben werden. Mißverständlich werden häufig außerdem beliebige Aussagen, die sich auf ↑Normen beziehen, als ›n.‹ bezeichnet; so etwa, wenn die Rechtswissenschaft bereits deswegen als eine n.e Wissenschaft charakterisiert wird, weil sie Folgerungen aus positiven Rechtsnormen zieht. – Auch das Gegensatzpaar ›n.‹-›faktisch‹ dient weitgehend dazu, Orientierungsvorschläge von bestehenden Zuständen abzuheben. Da bedingte Handlungsregeln und Zielsetzungen auf das Vorliegen bestimmter Zustände abheben (↑Norm (handlungstheoretisch, moralphilosophisch)) und ferner die Verfolgung von Zielen die Verfügbarkeit geeigneter Mittel voraussetzt, hat auch das Bestehen bestimmter Zustände häufig eine Orientierungsfunktion. Dies wird mit der Formel von der ›Normativität des Faktischen‹ zum Ausdruck gebracht. Eingeschränkter verstanden kann diese Formel dann insbesondere auf solche Zustände abstellen, die mit der faktischen Geltung bestimmter Handlungsregeln, der Existenz be-

Symbole sind *semantisch disjunkt*, d.h., die Referenzen zweier Symbole überschneiden sich nicht; (3) jedes Symbol ist *semantisch artikuliert*, d.h., es gibt keine stetigen Übergänge zwischen den Referenzen von je zwei verschiedenen Symbolen. Eine natürliche Sprache kann daher kein N.ssystem sein, weil zwar im allgemeinen die syntaktischen, nicht aber die semantischen Bedingungen erfüllt sind; wohl aber z.B. die internationale Lautschrift, oder auch die für Diagramme von elektrischen Schaltungen verwendeten Elemente. Landkarten hingegen bedienen sich teilweise einer N. – entsprechen darin einer Partitur –, teilweise bildlicher oder wortsprachlicher Darstellungen, die keinem N.ssystem angehören.

Die Theorie der N. ist zu einem wichtigen wissenschaftstheoretischen Werkzeug insbesondere in der Kunsttheorie geworden, etwa wenn *Kopie* und *Beschreibung* eines Gegenstandes sich begrifflich so unterscheiden lassen, daß es Kopien nur von solchen Gegenständen gibt, für die keine N. möglich ist, Beschreibungen (einschließlich Skizzen, Reproduktionen etc.) hingegen stets auf ein N.ssystem für den beschriebenen Gegenstand bezogen werden können (deshalb der Unterschied zwischen Kopieren eines [singularen] Gemäldes und [technischem] Reproduzieren [gewisser universaler Schemata] eines Gemäldes).

*Literatur:* N. Goodman, Languages of Art. An Approach to a Theory of Symbols, Indianapolis 1968, [2]1976 (dt. Sprachen der Kunst. Ein Ansatz zu einer Symboltheorie, Frankfurt 1973); ders., Wege der Referenz, Z. Semiotik 3 (1981), 11–22. K.L.

**Notation, logische,** Bezeichnung für die Gesamtheit der Konventionen, die es erlauben, die logische Struktur sprachlicher Gebilde graphisch darzustellen. Zu diesen Konventionen gehört die Angabe von logischen und nicht-logischen *Grundzeichen* (↑Konstante, logische), sowie der *Regeln*, aus diesen Grundzeichen wohlgeformte Ausdrücke (↑well-formed formula) zu bilden. L. N.en werden von allen Logikern der Neuzeit verwendet. Im folgenden sind nur solche Konventionen berücksichtigt, die heute noch im Gebrauch sind, nicht also die Notationen z.B. von G.W. Leibniz, G. Boole oder G. Frege (↑Leibnizsche Charakteristik, ↑Algebra der Logik, ↑Begriffsschrift).

Die logischen Grundzeichen der ↑Junktorenlogik und ↑Quantorenlogik sind die ↑Junktoren und ↑Quantoren. Für die wichtigsten von ihnen sind folgende Schreibweisen geläufig:

| Zeichen für die | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ↑Negation von $\alpha$ | $\sim\alpha$ | $\bar{\alpha}$ | $\neg\alpha$ | $\neg\alpha$ | $N\alpha$ | $-\alpha$ |
| ↑Konjunktion von $\alpha$ und $\beta$ | $\alpha.\beta$ | $\alpha\&\beta$ | $\alpha\&\beta$ | $\alpha\wedge\beta$ | $K\alpha\beta$ | $\alpha\beta$ |
| ↑Adjunktion von $\alpha$ und $\beta$ | $\alpha\vee\beta$ | $\alpha\vee\beta$ | $\alpha\vee\beta$ | $\alpha\vee\beta$ | $A\alpha\beta$ | |
| ↑Subjunktion von $\alpha$ und $\beta$ | $\alpha\supset\beta$ | $\alpha\to\beta$ | $\alpha\supset\beta$ | $\alpha\to\beta$ | $C\alpha\beta$ | |
| ↑Bisubjunktion von $\alpha$ und $\beta$ | $\alpha\equiv\beta$ | $\alpha\sim\beta$ | $\alpha\sim\beta$ | $\alpha\leftrightarrow\beta$ | $E\alpha\beta$ | |
| All-↑Quantifikation von $\beta$ in bezug auf $\alpha$ | $(\alpha)\beta$ | $(\alpha)\beta$ | $\forall\alpha\beta$ | $\bigwedge\alpha\beta$ | $\Pi\alpha\beta$ | $\bigwedge_\alpha\beta$ $\bigwedge\limits_\alpha\beta$ |
| Es-gibt-Quantifikation von $\beta$ in bezug auf $\alpha$ | $(\exists\alpha)\beta$ | $(E\alpha)\beta$ | $\exists\alpha\beta$ | $\bigvee\alpha\beta$ | $\Sigma\alpha\beta$ | $\bigvee_\alpha\beta$ $\bigvee\limits_\alpha\beta$ |

①–④ sind die in wichtigen Standardwerken der Logik verwendeten l.n N.en. Dabei ist ① die Notation der ↑Principia Mathematica, ② die von D. Hilbert/P. Bernays (Grundlagen der Mathematik, I–II, Berlin 1934/1939, Berlin/Heidelberg/New York [2]1968/1970), ③ die von S.C. Kleene (Introduction to Metamathematics, Amsterdam, Groningen, Princeton 1952), ④ die von H. Hermes (Einführung in die mathematische Logik. Klassische Prädikatenlogik, Stuttgart [4]1976) verwendete, ⑤ die auf J. Łukasiewicz zurückgehende *Łukasiewicz-Notation* oder *polnische Notation*, die – daher die Bezeichnung – besonders von Autoren der polnischen Logikerschule häufig verwendet wird. ⑥ führt einige weitere Notationen einzelner Operatoren auf. Andere Notationen verwenden Kombinationen der unter ①–④ und ⑥ angeführten Schreibweisen. Hinzu kommen gegebenenfalls Zeichen für die 0-stelligen Junktoren ↑verum ( ⊤ oder Y) und ↑falsum (⊥ oder ⅄), Zeichen für andere Arten der Subjunktion, z.B. ⥽ für die strikte Implikation (↑Implikation, strikte), sowie in der ↑Modallogik die Zeichen für Notwendigkeit (□, seltener $N$, $L$, Δ) und Möglichkeit (◇, seltener $M$, ∇).

Die polnische Notation ⑤ ist die einzige, die durchgängig die Argumente eines logischen Operators hinter diesem notiert. So kommt sie ohne Markierung des Wirkungsbereichs eines Operators aus (ist also insbesondere klammerfrei). Durch die Stellenzahl von Operatoren ist bei verschachtelten Formeln eindeutig bestimmt, was Argument welchen Operators ist. So entspricht z.B. einer Formel $CC\beta\gamma CA\alpha\beta A\alpha\gamma$ (Łukasiewicz-Notation) die Formel $(\beta \supset \gamma) \supset ((\alpha \vee \beta) \supset (\alpha \vee \gamma))$ (Kleene-Notation). Manche Programmiersprachen verlangen im Anschluß an die polnische Notation, Operatoren grundsätzlich vor (z.B. LISP) oder grundsätzlich hinter (›umgekehrte polnische Notation‹, z.B. bei manchen Taschenrechnern) ihren Argumenten zu notieren. Alle anderen l.n N.en benötigen ↑*Klammern* und/oder *Punkte*, um den Wirkungsbereich eines Operators abzugrenzen. So lautet die oben angeführte Formel in der Notation der Principia Mathematica $\beta \supset \gamma . \supset : \alpha \vee \beta . \supset . \alpha \vee \gamma$. Um Klammern und/oder Punkte zu sparen, vereinbart man oft, daß bestimmte Operatoren stärker binden als andere, z.B. in dieser Enzyklopädie, daß $\wedge$ und $\vee$ schwächer als einstellige Operatoren, aber stärker als $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ binden. Damit kann die angeführte Formel mit $(\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \vee \beta \rightarrow \alpha \vee \gamma)$ notiert werden. Ferner setzt man in der Regel fest, daß wegen der Gültigkeit der ↑Assoziativgesetze für $\wedge$ und $\vee$ bei iterierten Konjunktionen und Adjunktionen Klammern wegfallen dürfen (z.B. $\alpha \wedge \beta \wedge \gamma \wedge \delta$ statt $((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) \wedge \delta$ oder $(\alpha \wedge \beta) \wedge (\gamma \wedge \delta)$). Manchmal wird vereinbart, daß Formeln ohne Klammern im Sinne von Linksklammerung oder Rechtsklammerung aufzufassen sind, daß also z.B. $\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma \leftrightarrow \delta$ im Sinne von $((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma) \leftrightarrow \delta$ (Linksklammerung) bzw. von $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow (\gamma \leftrightarrow \delta))$ (Rechtsklammerung) zu verstehen ist.

An nicht-logischen Grundzeichen, die keine *Hilfszeichen* (wie Klammern und Punkte) sind, benutzt man in der Junktorenlogik ↑Aussagenvariablen, in der Quantorenlogik erster Stufe ↑Individuenvariablen und $n$-stellige Prädikatvariablen, gelegentlich auch Individuenkonstanten. Atomare quantorenlogische Formeln, aufgebaut aus einer $n$-stelligen Prädikatvariablen $\phi$ und Individuenvariablen oder Individuenkonstanten $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$, notiert man meist mit $\phi(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ oder $\phi\alpha_1 \ldots \alpha_n$, gelegentlich auch mit $\alpha_1, \ldots, \alpha_n \varepsilon \phi$ oder (im zweistelligen Fall) $\alpha_1 \phi \alpha_2$. Ferner gehören zur quantorenlogischen Notation die Regelungen über *gebundene* und *freie* Vorkommen (↑Variable) von Individuenvariablen, was insbesondere für die Definition der Substitutionsoperation (↑Substitution) wichtig ist. In Quantorenlogiken höherer Stufen und ↑Typentheorien kommen Variablen und eventuell Konstante höherer Stufe bzw. komplexeren Typs hinzu; in der verzweigten Typentheorie noch weitere Unterscheidungen. Um auf solche Differenzierungen verzichten zu können, hat P. Lorenzen ↑indefinite Quantoren ($\bigwedge$, $\bigvee$ oder $\mathbb{A}$, $\mathbb{V}$) eingeführt, deren Variabilitätsbereich durch feste Verfahren nicht ausschöpfbar ist. – Die wichtigsten variablenbindenden logischen Operatoren, die nicht Aussagen, sondern Terme oder Prädikatoren bilden, sind der ↑Kennzeichnungsoperator, meist notiert als $(\iota\alpha)\beta$ oder $\iota_\alpha\beta$, und der ↑Lambda-Operator, meist notiert als $\lambda\alpha.\beta$. Jede Variablenbindung kann auf die Variablenbindung mit Hilfe des $\lambda$-Operators zurückgeführt werden. So kann man etwa $\forall(\lambda\alpha.\beta)$ statt $\forall\alpha\beta$ schreiben und damit den Allquantor statt als variablenbindenden Operator, der auf Aussageformen angewendet wird, als Operator ohne Variablenbindung, der auf $\lambda$-Terme angewendet wird, auffassen. Ganz ohne Variablenbindung kommen Systeme der kombinatorischen Logik (↑Logik, kombinatorische) aus.

Es hängt von der Grenzziehung der Logik ab, welche sonstigen Operatoren man als zur *logischen* N. gehörig ansieht. Zu solchen Grenzfällen gehört die ↑Identität ($=$), der Hilbertsche $\varepsilon$-Operator ($\varepsilon_\alpha\beta$: ›ein $\alpha$, so daß $\beta$‹) und der Klassenbildungsoperator (z.B. notiert als $\hat{\alpha}\beta$: ›die Menge derjenigen $\alpha$, so daß $\beta$‹). Der ↑Logizismus setzt in seiner Zurückführung von Arithmetik auf Logik voraus, daß der Klassenbildungsoperator zusammen mit dem Abstraktionsprinzip zur Logik im engeren Sinne gehört. Zur Logik im weiteren Sinne, die auch inhaltliche Operatoren umfaßt, gehören die Grundzeichen der deontischen, epistemischen, temporalen und topologischen Logik (↑Logik, deontische, ↑Logik, epistemische, ↑Logik, temporale, ↑Logik, topologische).

Zur Notation *logischer* ↑*Regeln* sind im wesentlichen zwei Wege üblich: Einmal läßt sich eine eigene Schreibweise für Regeln verwenden, etwa unter Verwendung eines ›Regelpfeils‹, z.B. $\Rightarrow$, oder eines Strichs $|$: $\alpha, \beta \Rightarrow \alpha \wedge \beta$ oder $\alpha, \beta | \alpha \wedge \beta$ bedeutet dann z.B.: ›von $\alpha$ und $\beta$ darf man zu $\alpha \wedge \beta$ übergehen‹. Ferner lassen sich Regeln durch Angabe des Schemas ihrer Anwendung in einer Ableitung notieren, z.B.

$$\frac{\alpha \quad \beta}{\alpha \wedge \beta}$$

als Schema der Anwendung der $\wedge$-Einführungsregel in einem ↑Kalkül des natürlichen Schließens. Dementsprechend gibt es für die Notation von Ableitungen zwei Wege: Einmal lassen sich Ableitungen als (meist) senkrechte) Aufeinanderfolge von Zeichenreihen notieren, die durch Anwendung von

Regeln auf schon gewonnene Zeichenreihen erzeugt sind (wobei diese Aufeinanderfolge noch in Subderivationen gegliedert sein kann wie in Ableitungen in Kalkülen des natürlichen Schließens von Jaśkowski- oder Fitch-Typ). Die andere Möglichkeit besteht in der baumförmigen graphischen Anordnung von Formeln entsprechend der Anwendung von schematisch beschriebenen Regeln wie in Kalkülen des natürlichen Schließens vom Gentzen-Typ. – Die grundlegenden logischen Eigenschaften von bzw. Beziehungen zwischen Formeln, ↑Beweisbarkeit bzw. ↑Ableitbarkeit und logische ↑Gültigkeit bzw. logische ↑Folgerung oder ↑Implikation, notiert man meist mit ›$\vdash$‹ und ›$\Vdash$‹, ›$\models$‹, ›$\prec$‹.

Um *über* eine l. N. zu reden, speziell um ein Logiksystem zu erläutern, benötigt man eine geeignete *metasprachliche* Notation. Dazu gehören (1) metasprachliche Variablen (Syntaxvariablen) (im vorliegenden Artikel griechische Buchstaben), (2) Namen für die Zeichen der l.n N., insbesondere für die logischen Konstanten, (3) eine Schreibweise für die ↑Verkettung von objektsprachlichen Zeichen zu neuen objektsprachlichen Zeichen. Da die Verwendung von Anführungsnamen für (2) recht aufwendig ist, verwendet man die Zeichen der l.n N. oft autonym, d.h. als Namen für sich selbst (so auch in diesem Artikel); › ∨ ‹ ist dann z.B. sowohl ein metasprachliches als auch ein objektsprachliches Zeichen, das (als metasprachliches Zeichen) sich selbst (als objektsprachliches Zeichen) bezeichnet. Eine andere Möglichkeit besteht etwa darin, objektsprachliche Zeichen halbfett zu drukken und als deren Namen typengleiche, aber normal geschriebene Zeichen zu verwenden (› ∨ ‹ ist dann der metasprachliche Name für › **∨** ‹). Für die Verkettung (3) von objektsprachlichen Zeichen verwendet man häufig (wie in diesem Artikel) die Konvention, daß eine Aufeinanderfolge von metasprachlichen Variablen für objektsprachliche Zeichen und Namen von objektsprachlichen Zeichen für jeden Wert der Variablen die Verkettung der entsprechenden objektsprachlichen Zeichen bezeichnet. So bezeichnet in einer Notation, die normal geschriebene Ausdrücke als metasprachliche Namen von typengleichen halbfetten Ausdrücken auffaßt, ›$\lambda\alpha.\beta$‹ für die Werte ›**x**‹ und ›**A(x)**‹ der Variablen ›$\alpha$‹ und ›$\beta$‹ das objektsprachliche Zeichen ›**λx.A(x)**‹, das durch Verkettung der objektsprachlichen Zeichen ›**λ**‹, ›**x**‹, ›**.**‹, ›**A**‹, ›**(**‹, ›**x**‹, ›**)**‹ (d.h. von $\lambda$, $x$, ., $A$, (, $x$, )) entsteht. Eine andere Möglichkeit ist die von W.V.O. Quine entwickelte Methode der *Quasianführung*, wonach eine Aufeinanderfolge von Syntaxvariablen und objektsprachlichen Zeichen, eingeschlossen in Quasianführungszeichen ›$\ulcorner$‹, und ›$\urcorner$‹, für jeden Wert der Variablen die Verkettung der objektsprachlichen Ausdrücke bezeichnet, z.B. ›$\ulcorner\boldsymbol{\lambda}\alpha\boldsymbol{.}\beta\urcorner$‹ für dieselben Werte von ›$\alpha$‹ und ›$\beta$‹ denselben objektsprachlichen Ausdruck wie oben.

*Literatur:* R. Feys/F.B. Fitch, Dictionary of Symbols of Mathematical Logic, Amsterdam 1973. P.S.

**notwendig/Notwendigkeit** (engl. necessary/necessity, franz. nécessaire/nécessité, griech. ἀναγκαῖον), eine der ↑Modalitäten, in der Scholastik im Anschluß an Aristoteles, neben Wahrheit (↑verum) und Falschheit (↑falsum) selbst, als ↑Modus des Wahr- und Falschseins von Aussagen aufgefaßt. Aussagen bzw. die durch sie dargestellten Sachverhalte heißen n., wenn sie nicht bloß *zufällig* (= ↑kontingent) gelten bzw. bestehen, wenn es also Gründe gibt, warum sie so und nicht anders sind. Sprachlich wird N. meist durch das modale Verb ›müssen‹ ausgedrückt. Soll N. mehr als bloß emphatische Wahrheit sein – z.B. wenn man sagt ›es kann nicht anders, es muß so sein‹ –, so muß eine Klasse $\Sigma$ wahrer Aussagen angegeben werden, relativ zu der eine Aussage $A$ als ***n.*** behauptet wird: notwendigerweise $A$ genau, wenn $A$ aus $\Sigma$ logisch folgt ($\Sigma \prec A$, bei Aristoteles: ἀναγκαῖον ἐξ ὑποθέσεως, oft ›relative N.‹ genannt). Repräsentiert $\Sigma$ dabei einen vorliegenden Wissensstand, so liegt speziell epistemische N. vor: eine Aussage heißt bezüglich $\Sigma$ ***epistemisch n.*** (= bewiesen), wenn sie aus $\Sigma$ logisch folgt. Handelt es sich bei $\Sigma$ ausschließlich um logisch wahre Aussagen, so ist die N. von $A$ gleichwertig mit der logischen Wahrheit von $A$, und $\Sigma$ kann als leer angenommen werden; man spricht dann von der *logischen N.* von $A$. In diesem Falle ist die Annahme, $A$ sei falsch (die Negation von $A$ also wahr), bereits logisch widersprüchlich, also logisch unmöglich (die Negation von $A$ ist inkonsistent) (bei Aristoteles: ἀναγκαῖον ἁπλῶς, oft ›absolute N.‹ genannt, z.B.: »n. ist das [...], was nicht anders sein kann, sondern nur auf eine einzige Weise«, Met. Λ7.1072b11–13). Gehören zu $\Sigma$ alle in Kraft befindlichen Sprachregelungen, so bedeutet ›n.erweise $A$‹ soviel wie ›$A$ ist ↑analytisch wahr‹ (z.B. ›rot ist n. nicht grün‹, ›auf den Tag folgt n. die Nacht‹, ›die Wirkung folgt n. der Ursache‹), und $A$ heißt ***analytisch n.*** Dies wird oft ebenfalls unter den Begriff der logischen N. gefaßt, obwohl die Annahme $\neg A$ (nicht-$A$) keineswegs bereits logisch widersprüchlich ist. Erweitert man $\Sigma$ noch weiter, Kant-Kongresses Mainz 4.–8. April 1981, I/1, Bonn 1981, 448–455; K.-H. Volkmann-Schluck, Plotin als Interpret der Ontologie Platos, Frankfurt 1941, [3]1966. F.K.

**Novalis** (eigentlich Georg Philipp Friedrich von Hardenberg), *Oberwiederstedt (bei Mansfeld) 2. Mai 1772, †Weißenfels 25. März 1801, dt. Dichter und Denker. Nach Besuch des Gymnasiums in Eisleben 1790–1791 Studium der Jurisprudenz und Philosophie (bei K.L. Reinhold und F. Schiller) in Jena, 1791–1792 in Leipzig (Freundschaft mit F. Schlegel), 1793–1794 in Wittenberg. Zunächst als Aktuarius in Tennstedt, 1796–1797 bei der Salinendirektion in Weißenfels tätig (Begegnungen mit J.G. Fichte, F. Hölderlin und F.W.J. Schelling); ab Dezember 1797 Studium an der Bergakademie zu Freiberg (1798 Begegnungen mit A.W. Schlegel, Jean Paul und J.W. v. Goethe), 1799 Salinen-Assessor in Freiberg (Begegnungen mit L. Tieck und J.G. v. Herder), 1800 Ernennung zum Supernumerar-Amtshauptmann in Thüringen. N., der literarisch vor allem als Mitbegründer der Jenaer Frühromantik (↑Romantik) bekannt wurde und mit der ›blauen Blume‹ das Sinnbild romantischer ↑Innerlichkeit schuf, stand philosophisch unter anderem unter dem Einfluß von F.X. v. Baader, J. Böhme, Fichte, R. Fludd, J.B. van Helmont, F. Hemsterhuis, Herder, I. Kant, J.H. Lambert, S. Maimon, Schelling, Schlegel und F.D.E. Schleiermacher. Sein großenteils in der spezifisch romantischen Kunstform des Fragments überliefertes Werk strebt die Synthese von ↑Idealismus, christlicher ↑Mystik und ↑Naturphilosophie in einem ›*magischen Idealismus*‹ an, der die moralische Humanisierung der (pantheistisch aufgefaßten, ↑Pantheismus) Natur und die Überwindung der ↑Endlichkeit durch ›Steigerung‹ der menschlichen Existenz zum Ziel hat. An die Stelle des Fichteschen Vernunft-Ich (↑Subjekt, transzendentales) tritt die ↑Einbildungskraft bzw. das ↑Gemüt. Eine an Goethe orientierte ›Poetisierung‹ aller Wissenschaften einerseits sowie die Theologisierung der Poesie (und des Dichterberufs) andererseits sollen eine transrationale ›Potenzierung‹ des Wissens in der dialektischen (↑Dialektik) ›Konstruktionslehre des schaffenden Geistes‹ ermöglichen, deren letzte Erkenntnisstufe die absolute ›Poetisierung der Welt‹ und damit den Anbruch eines neuen ›goldenen Zeitalters‹ bedeutet. Dieses romantische Programm einer ›transzendentalen Universalpoesie‹ entwickelt N. teilweise in der Begrifflichkeit einer ›göttlichen Universal-Mathematik‹, in der Vorstellungen der ↑Zahlenmystik zum Tragen kommen. Sein Konzept einer Symbiose aller Wissenschaften in einer zugleich ›universalmathematischen‹ und ›poetischen‹ ›Totalwissenschaft‹ suchte N. zeitweilig auch in Form einer ↑Enzyklopädie zu verwirklichen, zu der nur einige Vorarbeiten überliefert sind.

*Ausgaben:* Sämtliche Werke, I–IV, ed. E. Kamnitzer, München 1923–1924; Werke, Briefe, Dokumente, I–IV, ed. E. Wasmuth, Heidelberg 1953–1957; Schriften, I–IV u. 1 Begleitbd., ed. P. Kluckhohn/R. Samuel, Stuttgart etc. [3]1981 ff.

*Literatur:* M. Dyck, N. and Mathematics. A Study of Friedrich von Hardenberg's Fragments on Mathematics and Its Relation to Magic, Music, Religion, Philosophy, Language, and Literature, Chapel Hill N. C. 1960; E. Friedell, N. als Philosoph, München 1904; U. Gaier, Krumme Regel. N.' ›Konstruktionslehre des schaffenden Geistes‹ und ihre Tradition, Tübingen 1970; K. Geppert, Die Theorie der Bildung im Werk des N., Frankfurt/Bern/Las Vegas 1977; T.L. Haering, N. als Philosoph, Stuttgart 1954; K. Hamburger, Philosophie der Dichter: N., Schiller, Rilke, Stuttgart etc. 1966, 11–82 (N. und die Mathematik); E. Heftrich, N.. Vom Logos der Poesie, Frankfurt 1969; H.W. Kuhn, Der Apokalyptiker und die Politik. Studien zur Staatsphilosophie des N., Freiburg 1961; H.-J. Mähl, N., NDB VII (1966), 652–658; J. Neubauer, Bifocal Vision. N.' Philosophy of Nature and Disease, Chapel Hill N. C. 1971; G. Schulz, N. in Selbstzeugnissen und Bilddokumenten, Reinbek 1969 (mit Bibliographie, 177–186); F. Strack, Im Schatten der Neugier. Christliche Tradition und kritische Philosophie im Werk Friedrichs von Hardenberg, Tübingen 1981. R.W.

***n*-stellig/*n*-Stelligkeit** (engl. *n*-ary, *n*-place), ein ↑Prädikator oder ↑Funktor heißt *n*-s., wenn er $n$ Argumente hat. Daneben heißen auch ↑Aussageformen oder ↑Terme mit $n$ freien Variablen *n*-s. Bei $n=1$ spricht man von ↑Einstelligkeit, bei $n=2$ von ↑Zweistelligkeit, bei $n \geq 2$ von ↑Mehrstelligkeit. Gelegentlich läßt man als Grenzfall $n=0$ zu. Ein 0-stelliger Prädikator ist dabei eine ↑Aussage, ein 0-stelliger Funktor ein ↑Nominator. P.S.

**Nullfolge,** Bezeichnung für eine Folge (↑Folge (mathematisch)), die gegen Null bzw. ein Null entsprechendes Element ihres Bildbereiches konvergiert (↑konvergent/Konvergenz). Eine Folge $x_*$ ist also eine N., wenn es für jedes (beliebig kleine) $\varepsilon > 0$ eine natürliche Zahl $n_0$ gibt, so daß für alle Glieder $x_n$ der Folge $x_*$ mit $n > n_0$ gilt: $x_n < \varepsilon$. N.n spielen eine wichtige Rolle z.B. bei ↑Intervallschachtelungen. Mit Hilfe des Begriffs der N. läßt sich der ↑Grenzwert einer Folge definieren. G.W.

**Nullmenge** (engl. null set), in der Mengenlehre veraltete Bezeichnung für die leere Menge (↑Menge, leere), in der Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie eine Menge vom ↑Maß 0. P.S.

Kant-Kongresses Mainz 4.–8. April 1981, I/1, Bonn 1981, 448–455; K.-H. Volkmann-Schluck, Plotin als Interpret der Ontologie Platos, Frankfurt 1941, [3]1966. F.K.

**Novalis** (eigentlich Georg Philipp Friedrich von Hardenberg), *Oberwiederstedt (bei Mansfeld) 2. Mai 1772, †Weißenfels 25. März 1801, dt. Dichter und Denker. Nach Besuch des Gymnasiums in Eisleben 1790–1791 Studium der Jurisprudenz und Philosophie (bei K.L. Reinhold und F. Schiller) in Jena, 1791–1792 in Leipzig (Freundschaft mit F. Schlegel), 1793–1794 in Wittenberg. Zunächst als Aktuarius in Tennstedt, 1796–1797 bei der Salinendirektion in Weißenfels tätig (Begegnungen mit J.G. Fichte, F. Hölderlin und F.W.J. Schelling); ab Dezember 1797 Studium an der Bergakademie zu Freiberg (1798 Begegnungen mit A.W. Schlegel, Jean Paul und J.W. v. Goethe), 1799 Salinen-Assessor in Freiberg (Begegnungen mit L. Tieck und J.G. v. Herder), 1800 Ernennung zum Supernumerar-Amtshauptmann in Thüringen. N., der literarisch vor allem als Mitbegründer der Jenaer Frühromantik (↑Romantik) bekannt wurde und mit der ›blauen Blume‹ das Sinnbild romantischer ↑Innerlichkeit schuf, stand philosophisch unter anderem unter dem Einfluß von F.X. v. Baader, J. Böhme, Fichte, R. Fludd, J.B. van Helmont, F. Hemsterhuis, Herder, I. Kant, J.H. Lambert, S. Maimon, Schelling, Schlegel und F.D.E. Schleiermacher. Sein großenteils in der spezifisch romantischen Kunstform des Fragments überliefertes Werk strebt die Synthese von ↑Idealismus, christlicher ↑Mystik und ↑Naturphilosophie in einem ›*magischen Idealismus*‹ an, der die moralische Humanisierung der (pantheistisch aufgefaßten, ↑Pantheismus) Natur und die Überwindung der ↑Endlichkeit durch ›Steigerung‹ der menschlichen Existenz zum Ziel hat. An die Stelle des Fichteschen Vernunft-Ich (↑Subjekt, transzendentales) tritt die ↑Einbildungskraft bzw. das ↑Gemüt. Eine an Goethe orientierte ›Poetisierung‹ aller Wissenschaften einerseits sowie die Theologisierung der Poesie (und des Dichterberufs) andererseits sollen eine transrationale ›Potenzierung‹ des Wissens in der dialektischen (↑Dialektik) ›Konstruktionslehre des schaffenden Geistes‹ ermöglichen, deren letzte Erkenntnisstufe die absolute ›Poetisierung der Welt‹ und damit den Anbruch eines neuen ›goldenen Zeitalters‹ bedeutet. Dieses romantische Programm einer ›transzendentalen Universalpoesie‹ entwickelt N. teilweise in der Begrifflichkeit einer ›göttlichen Universal-Mathematik‹, in der Vorstellungen der ↑Zahlenmystik zum Tragen kommen. Sein Konzept einer Symbiose aller Wissenschaften in einer zugleich ›universalmathematischen‹ und ›poetischen‹ ›Totalwissenschaft‹ suchte N. zeitweilig auch in Form einer ↑Enzyklopädie zu verwirklichen, zu der nur einige Vorarbeiten überliefert sind.

*Ausgaben:* Sämtliche Werke, I–IV, ed. E. Kamnitzer, München 1923–1924; Werke, Briefe, Dokumente, I–IV, ed. E. Wasmuth, Heidelberg 1953–1957; Schriften, I–IV u. 1 Begleitbd., ed. P. Kluckhohn/R. Samuel, Stuttgart etc. [3]1981ff.

*Literatur:* M. Dyck, N. and Mathematics. A Study of Friedrich von Hardenberg's Fragments on Mathematics and Its Relation to Magic, Music, Religion, Philosophy, Language, and Literature, Chapel Hill N.C. 1960; E. Friedell, N. als Philosoph, München 1904; U. Gaier, Krumme Regel. N.' ›Konstruktionslehre des schaffenden Geistes‹ und ihre Tradition, Tübingen 1970; K. Geppert, Die Theorie der Bildung im Werk des N., Frankfurt/Bern/Las Vegas 1977; T.L. Haering, N. als Philosoph, Stuttgart 1954; K. Hamburger, Philosophie der Dichter: N., Schiller, Rilke, Stuttgart etc. 1966, 11–82 (N. und die Mathematik); E. Heftrich, N.. Vom Logos der Poesie, Frankfurt 1969; H.W. Kuhn, Der Apokalyptiker und die Politik. Studien zur Staatsphilosophie des N., Freiburg 1961; H.-J. Mähl, N., NDB VII (1966), 652–658; J. Neubauer, Bifocal Vision. N.' Philosophy of Nature and Disease, Chapel Hill N.C. 1971; G. Schulz, N. in Selbstzeugnissen und Bilddokumenten, Reinbek 1969 (mit Bibliographie, 177–186); F. Strack, Im Schatten der Neugier. Christliche Tradition und kritische Philosophie im Werk Friedrichs von Hardenberg, Tübingen 1981. R.W.

***n*-stellig/*n*-Stelligkeit** (engl. *n*-ary, *n*-place), ein ↑Prädikator oder ↑Funktor heißt *n*-s., wenn er $n$ Argumente hat. Daneben heißen auch ↑Aussageformen oder ↑Terme mit $n$ freien Variablen *n*-s. Bei $n=1$ spricht man von ↑Einstelligkeit, bei $n=2$ von ↑Zweistelligkeit, bei $n \geq 2$ von ↑Mehrstelligkeit. Gelegentlich läßt man als Grenzfall $n=0$ zu. Ein 0-stelliger Prädikator ist dabei eine ↑Aussage, ein 0-stelliger Funktor ein ↑Nominator. P.S.

**Nullfolge,** Bezeichnung für eine Folge (↑Folge (mathematisch)), die gegen Null bzw. ein Null entsprechendes Element ihres Bildbereiches konvergiert (↑konvergent/Konvergenz). Eine Folge $x_*$ ist also eine N., wenn es für jedes (beliebig kleine) $\varepsilon > 0$ eine natürliche Zahl $n_0$ gibt, so daß für alle Glieder $x_n$ der Folge $x_*$ mit $n > n_0$ gilt: $x_n < \varepsilon$. N.n spielen eine wichtige Rolle z.B. bei ↑Intervallschachtelungen. Mit Hilfe des Begriffs der N. läßt sich der ↑Grenzwert einer Folge definieren. G.W.

**Nullmenge** (engl. null set), in der Mengenlehre veraltete Bezeichnung für die leere Menge (↑Menge, leere), in der Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie eine Menge vom ↑Maß 0. P.S.

# O

**o** (von lat. neg*o*, ich verneine), in der traditionellen ↑Syllogistik Bezeichnung für den Satztyp der partikular verneinenden Urteile (›einige $P$ sind nicht $Q$‹): $PoQ$.

**Oberbegriff** (lat./engl. genus), in der Logik heißt ein durch den Prädikator ›$P$‹ dargestellter ↑Begriff ein O. zu einem von ›$Q$‹ dargestellten Begriff, wenn auf Grund der *begrifflichen* Bestimmungen die Regel ›$Q \Rightarrow P$‹ (jedes $Q$ ist ein $P$) zulässig ist. Z.B. ist ›farbig‹ O. zu ›rot‹, und ›Organismus‹ ist O. zu ›Mensch‹, nicht aber ›unbewohnt‹ zu ›Erdsatellit‹, obwohl alle Erdsatelliten *faktisch* unbewohnt sind. Ist ›$P$‹ O. zu ›$Q$‹ und damit ›$Q$‹ ↑Unterbegriff zu ›$P$‹, so ist ›$P$‹ *allgemeiner* als ›$Q$‹ (↑generell). Ursprünglich wurde ›O.‹ in dieser Bedeutung ausschließlich für einen der drei Termini eines Syllogismus (↑Syllogistik), den *terminus maior*, verwendet. K.L.

**Oberflächenstruktur** (engl. surface structure), in der generativen ↑Transformationsgrammatik diejenige abstrakte syntaktische Struktur eines Satzes, die seine Aussprache bzw. Schreibweise bestimmt, d.h. nur noch der phonematischen (↑Phonem) oder graphematischen (↑Graphem) Realisierung bedarf, um einen gesprochenen oder geschriebenen Satz einer natürlichen Sprache (↑Sprache, natürliche) zu ergeben. Sie wird mit Hilfe von Transformationsregeln aus einer ebenso abstrakten Struktur einer ↑Tiefengrammatik gewonnen, durch die die Bedeutung eines Satzes bestimmt ist. Dabei ist strittig, ob die Tiefenstruktur selbst bereits die semantische Struktur (↑Semantik, logische) eines Satzes (so die These der *generativen Semantik*) oder eine sowohl von der O. als auch von der semantischen Struktur unabhängige syntaktische Struktur darstellt (so die These der *interpretativen Semantik*).

Die Unterscheidung zwischen Oberflächengrammatik und Tiefengrammatik wurde von L. Wittgenstein (vgl. Philos. Unters. I § 664) als eine Unterscheidung im ↑Sprach*gebrauch* eingeführt: der Teil des Gebrauchs, den man ›hört‹, versus den Teil, den man ›versteht‹. Sie ist durch N. Chomsky in die moderne Linguistik als eine Unterscheidung zweier Sprach*strukturebenen* übernommen worden, weil es offensichtlich bedeutungsgleiche Sätze verschiedener O. gibt (z.B. ›Paul schlägt Peter‹ und ›Peter wird von Paul geschlagen‹) wie auch Sätze gleicher O. mit verschiedener Bedeutung dieser O. (z.B. ›Paul verspricht Peter zu kommen‹ und ›Paul erlaubt Peter zu kommen‹). Die Unterscheidung verdankt sich dem Programm der analytischen Philosophie (↑Philosophie, analytische), die Mehrdeutigkeiten der ↑Gebrauchssprache durch ↑Sprachanalyse zu beheben. Dabei ist die anfänglich getroffene Unterscheidung zwischen einer *logischen* Analyse (↑Analyse, logische) und einer *grammatischen* Analyse von Sätzen natürlicher Sprachen, bestimmt durch die Hoffnung, mit der logischen Analyse eine universelle Struktur, die einer allgemeinen oder logischen ↑Grammatik (↑Grammatik, logische) aufzufinden, vom späten Wittgenstein durch die angegebene Unterscheidung zwischen Tiefengrammatik und Oberflächengrammatik ersetzt worden: auch die Tiefengrammatik, durch den Zusammenhang von Handlungen und Sprachhandlungen in ↑Sprachspielen bestimmt, ist Ausdruck nur *einer* Lebensform. K.L.

**Obersatz** (engl. major premiss), in der ↑Syllogistik diejenige Prämisse, die den allgemeinsten der drei Termini eines Syllogismus enthält.

**Objekt** (von lat. obiectum, das Entgegengeworfene), seit dem 18. Jahrhundert im deutschen philosophischen Sprachgebrauch durch ↑›Gegenstand‹ ersetzt, logisch daher ein uneigentlicher ↑Prädikator, der zukommt, wann immer etwas Spezifisches ausgesagt wird: ist etwas ein $P$ (›$P$‹ ein beliebiger

**operativ** (von lat. operari, tätig sein, wirken, herstellen), in der o.en Logik (↑Logik, operative) verwendete Bezeichnung für das zur Begründung logischen Schließens herangezogene Hantieren mit Figuren (↑Figur (logisch)) nach Regeln in ↑Kalkülen.

**Operator,** in Linguistik, Logik und Mathematik ein Zeichen, mit dessen Hilfe aus schon gegebenen Ausdrücken ein neuer Ausdruck gewonnen, insbesondere ein Ausdruck in einen anderen Ausdruck umgebildet wird. Dazu gehören die als Funktionszeichen (auch: Zeichen für eine ↑Abbildung) dienenden ↑*Funktoren,* mit denen aus ↑Termen neue Terme gebildet werden (z.B. ›+‹ zur Bildung des arithmetischen Terms ›$s+t$‹ aus zwei arithmetischen Termen ›$s$‹, ›$t$‹, oder der *Differentialoperator* ›$D$‹ zur Bildung der Derivierten $D\varphi$ einer [einstelligen] Funktion $\varphi$, oder andere, ein ↑Funktional darstellende O.en; aber auch bloße Funktionssymbole ›$f$‹, ›$g$‹ zur Bildung von *Termschemata,* etwa des arithmetischen Termschemas $f(2,3)$, das zu einem Term erst dann wird, wenn anstelle von ›$f$‹ ein wohldefiniertes Funktionszeichen gesetzt wird). O.en sind ferner die ↑*Junktoren,* mit denen man aus Aussagen bzw. Aussageschemata wieder Aussagen bzw. Aussageschemata bildet. Dabei können die Junktoren sogar als Funktoren gelten, wenn Aussageschemata als Terme mit den Aussagesymbolen als ↑Aussagevariable aufgefaßt werden: die Junktoren dienen dann zur Darstellung von Aussagefunktionen. In der Grammatik treten die *Modifikatoren,* mit denen aus einem Prädikator ein ↑Klassifikator gebildet wird, als O.en auf, z.B. attributiv verwendete Adjektive oder Adverbien in bezug auf den mit ihnen modifizierten Ausdruck. Außerdem gehören zu den O.en die *Abstraktoren* (↑Abstraktion), mit denen aus Ausdrücken einer Sprachstufe Terme der nächsthöheren Sprachstufe gebildet werden, d.h. solche Ausdrücke, die einen in bezug auf eine ↑Äquivalenzrelation zwischen den ursprünglichen Ausdrücken *invarianten* Gebrauch indizieren (↑Index). Z.B. indiziert der Bruchstrich in der üblichen Wiedergabe positivrationaler Zahlen ›$\frac{n}{m}$‹, daß zwischen Paaren $(n,m)$ von ↑Grundzahlen, für die die durch $(n,m)\sim(n',m')\leftrightharpoons n\cdot m'=m\cdot n'$ definierte Äquivalenzrelation ›$\sim$‹ besteht, in Aussagen über sie kein Unterschied gemacht werden soll; $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{6}$ etwa *sind dieselbe* rationale Zahl: $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$. Entsprechend zeigt das Wort ›Zahl‹ vor einer Ziffer, etwa ›2‹, an, daß zwischen verschiedenen Notationen für das Resultat der Handlung BIS-ZWEI-ZÄHLEN kein Unterschied gemacht werden soll; das Analoge gilt für die übrigen, die Bildung von Abstrakta (↑Abstraktum) indizierenden Wörter wie ↑›Begriff‹, ↑›Sachverhalt‹, ↑›Urteil‹.

Zu den wichtigsten Abstraktoren zählen (1) der *Mengenoperator* ›$\in$‹, mit dem aus Formeln unter Bezug auf die Äquivalenzrelation der extensionalen Äquivalenz (d.i. im einstelligen Fall $A(x)\sim_x B(x)\leftrightharpoons\bigwedge_x(A(x)\leftrightarrow B(x))$) (Mengen-)Terme (↑Klasse (logisch)), und (2) der *Funktionsoperator* ›$\iota$‹, mit dem aus Termen unter Bezug auf die Äquivalenzrelation der extensionalen Gleichheit (d.i. im einstelligen Fall $t(x)\sim_x s(x)\leftrightharpoons\bigwedge_x t(x)=s(x)$) (Funktions-)Terme (↑Funktion) gebildet werden. Z.B. bezeichnet mit ›$x$‹, ›$y$‹ als ↑Objektvariablen für die natürlichen Zahlen der Mengenterm ›$\in_x 2|x$‹ die Menge der geraden Zahlen, der Funktionsterm ›$\iota_{x,y}(x+y)$‹ die zweistellige Funktion der Addition. Die für die Äquivalenzrelation maßgeblichen Variablen sind neben dem O. notiert; sie erzeugen *Bindung* der entsprechenden Variablen im nachfolgenden Ausdruck. Weitere in der ↑Logik gebräuchliche O.en sind der ↑*Kennzeichnungsoperator* zur Herstellung eines Terms aus einer Formel unter Bindung einer Variablen (d.i. grammatisch eine Verwendungsart des bestimmten Artikels vor prädikativen Ausdrücken) sowie die *Modaloperatoren* oder ↑Modalitäten, mit denen aus einer Formel wieder eine Formel gebildet wird. Auch die ↑*Quantoren* sind O.en, die eine Formel unter Bindung einer Variablen wieder in eine Formel überführen. Die Prädikatsymbole eines formalen Systems (↑System, formales) können ebenfalls als O.en aufgefaßt werden, mit denen Formelschemata aus Termschemata gewonnen werden. In allen Fällen sind O.en ↑synkategorematische Ausdrücke, auch wenn sie in logischer Analyse ursprünglich eine selbständige prädikative Rolle gespielt haben mögen, etwa der Modaloperator ›notwendig‹ als der Metaprädikator ›logisch impliziert aus einem Bereich wahrer Aussagen‹ über Aussagen. K.L.

**Oppenheim,** Paul, *Frankfurt/Main 17. Juni 1885, †Princeton N.J. 22. Juni 1977, dt.-amerik. Chemiker und Wissenschaftstheoretiker. Studium der Naturwissenschaften (insbesondere Chemie) in Freiburg und Giessen, dort Promotion in Philosophie und Chemie. Bis 1933 leitende Tätigkeit in der chemischen Industrie, dann Emigration nach Belgien (Brüssel), 1939 in die USA (Princeton), dort Privatgelehrter. – In »Die natürliche Ordnung der Wissenschaften« (1926) entwirft O. mehrdimensionale Modelle zur Einteilung der Gegenstandsbereiche und Methoden wissenschaftlicher Forschung, etwa nach der Allgemeinheit der verwendeten Begriffe und dem Grad ihrer Konkretheit/Abstraktheit. Das zusammen mit C.G. Hempel verfaßte Werk »Der Typusbegriff im Lichte der neuen Logik« (1935) entwickelt die Theorie klassifikatorischer und komparativer Begriffe (heute ein Kernstück der Wissenschaftstheorie) und versucht so, die zu dieser Zeit vieldiskutierten Persönlichkeitstypologien (z.B. von E. Kretschmer) zu präzisieren. Verwandt damit sind O.s, zusammen mit K. Grelling (1938) und N. Rescher (1955) unternommenen Ansätze, den Gestaltbegriff der Gestaltpsychologie (↑Gestalttheorie) mit Hilfe formallogischer Methoden zu explizieren. Daneben stehen weitere Arbeiten zur Wissenschaftstheorie der Biologie und Psychologie (meist mit namhaften Koautoren), die den Vergleich kontroverser Ansätze wie ↑Behaviorismus und ↑Phänomenologie zum Gegenstand haben, aber auch Untersuchungen zur Wissenschaftstheorie der Physik (z.B. Quantentheorie). Von O.s Arbeiten zur reinen Wissenschaftstheorie, die vor allem den Begriff der wissenschaftlichen ↑Erklärung und ↑Bestätigung behandeln, wurden vor allem die 1948 mit Hempel verfaßten »Studies in the Logic of Explanation« bekannt, in denen Hempel und O. das nach ihnen benannte Schema wissenschaftlicher Erklärung (heute auch kurz ›HO-Modell der Erklärung‹) entwickeln (↑Erklärung). O.s philosophische Orientierung ist beeinflußt vom Logischen Empirismus (↑Empirismus, logischer) und H. Reichenbachs empiristischer Philosophie.

*Werke:* Die natürliche Ordnung der Wissenschaften. Grundgesetze der vergleichenden Wissenschaftslehre, Jena 1926; Die Denkfläche. Statische und dynamische Grundgesetze der wissenschaftlichen Begriffsbildung, Berlin 1928 (Kant-St. Erg.heft 62); (mit C.G. Hempel) Der Typusbegriff im Lichte der neuen Logik. Wissenschaftstheoretische Untersuchungen zur Konstitutionsforschung und Psychologie, Leiden 1936; (mit C.G. Hempel) L'importance logique de la notion de type, in: Act. congrès int. philos. scientifique. Sorbonne, Paris 1935, II, Paris 1936, 41–49; (mit K. Grelling) Der Gestaltbegriff im Lichte der neuen Logik, Erkenntnis 7 (1937/1938), 211–225, 357–359 (Supplementary Remarks on the Concept of Gestalt); (mit C.G. Hempel) A Definition of ›Degree of Confirmation‹, Philos. Sci. 12 (1945), 98–115; (mit O. Helmer) A Syntactical Definition of Probability and of Degree of Confirmation, J. Symb. Log. 10 (1945), 25–60; (mit C.G. Hempel) Studies in the Logic of Explanation, Philos. Sci. 15 (1948), 135–175, Neudr. in: C.G. Hempel, Aspects of Scientific Explanation and Other Essays in the Philosophy of Science, New York, London 1965, 245–290; (mit N. Rescher) Logical Analysis of Gestalt Concepts, Brit. J. Philos. Sci. 6 (1955/1956), 89–106; Dimensions of Knowledge, Rev. int. philos. 11 (1957), H. 40, 151–191; (mit H. Putnam) Unity of Science as a Working Hypothesis, in: H. Feigl/M. Scriven/G. Maxwell (eds.), Concepts, Theories, and the Mind-Body Problem, Minneapolis 1958, 1972 (Minnesota Stud. Philos. Sci. II), 3–36; (mit H. Bedau) Complementarity in Quantum Mechanics: A Logical Analysis, Synthese 13 (1961), 201–232; (mit N. Brody) Tensions in Psychology between the Methods of Behaviorism and Phenomenology, Psychol. Rev. 73 (1966), 295–305; (mit N. Brody) Application of Bohr's Principle of Complementarity to the Mind-Body Problem, J. Philos. 66 (1969), 97–113; (mit S. Lindenberg) Generalization of Complementarity, Synthese 28 (1974), 117–139; (mit S. Lindenberg) The Bargain Principle, Synthese 37 (1978), 387–412. P.S.

**Opponent** (von lat. opponere, einwenden), in der dialogischen Logik (↑Logik, dialogische) in Anknüpfung an eine scholastische Terminologie für die Disputation (↑disputatio) im geregelten ↑Dialog um eine Aussage derjenige Diskussionspartner, der diese vom ↑Proponenten als Behauptung vorgebrachte Aussage bestreitet.

**Opposition** (von lat. oppositio/oppositum, griech. *ἀντίθεσις, ἐναντίον, ἀντικείμενον*, engl. opposition/opposite), Entgegensetzung, Gegenüberstellung, in der Philosophie soviel wie ↑Gegensatz. Bereits die Pythagoreer betrachteten nach dem Zeugnis des Aristoteles (Met. A5.986b1–2) die Gegensätze als den Ursprung (*ἀρχή*, ↑Archē) alles Seienden; überliefert sind: Grenze – Unbegrenztes, Licht – Finsternis, Eines – Vieles etc. Ebenso erklärt Heraklit jedes Seiende als eine Einheit von Gegensätzen: Ganzes – Nichtganzes, Einträchtiges – Zwieträchtiges (VS 22 B 10), Leben – Tod, Wachen – Schlafen (B 88), Tag – Nacht, Krieg – Frieden (B 67), Weg hinauf – Weg hinab (B 60). Empedokles systematisiert diese These und sucht alle Gegensätze auf die beiden O.en feucht – trocken und kalt – warm zurückzuführen. Diese gemeinhin ›ontologisch‹ genannte, in der Philosophie der Neuzeit auf die Grundopposition Subjekt – Objekt zurückgeführte und in dialektischen Positionen (↑Dialektik) häufig sogar gegen eine logische Behandlung der Gegensätze ausgespielte O. ist nichts anderes als eine Bestimmung von Gegenständen mit Hilfe gegensätzlicher Begriffe, bedient sich also der logischen O. zwischen Aussagen, die besteht, wenn vom selben Gegenstand zwei gegensätzliche Bestimmungen ausgesagt werden. Natürlich entsteht dann sofort die Frage nach der Geltung des Satzes vom Widerspruch (↑Widerspruch, Satz vom): demselben kann nicht zugleich ein Prädikator ›*P*‹ zukommen und nicht zukommen; gegensätzliche Bestimmungen kommen demselben Gegenstand

(↑Leben, gutes, ↑Leben, vernünftiges), wobei wiederum die metaphysische Annahme einer natürlichen Überlegenheit des Guten über das Böse zu den Voraussetzungen des ethischen O. zählt, ein *erkenntnistheoretischer* O., im Gegensatz zu Positionen des ↑Skeptizismus, in der Annahme der Universalität (allgemeinen Zuständigkeit) und (uneingeschränkten) Verläßlichkeit der Erkenntnis. Alle drei Bedeutungen finden, entsprechend der Begriffsgeschichte von O. (im philosophischen Sinne), ihren, von Voltaire unter dem Eindruck des Erdbebens von Lissabon (1755) karikierten (Candide ou l'optimisme, Genf 1759), systematischen Ausdruck in der Philosophie von G.W. Leibniz (vgl. Essais de théodicée sur la bonté de Dieu, la liberté de l'homme et l'origine du mal, Amsterdam 1710). I. Kant, der zunächst den metaphysischen und ethischen O. der Leibnizschen Vorstellungen von der Existenz der besten aller möglichen Welten teilt (Versuch einiger Betrachtungen über den O., Königsberg 1759), schränkt seine Position später im Hinblick auf den Begriff des radikal Bösen, d.h. im Hinblick auf die Annahme, daß ›das radikale Böse in der menschlichen Natur‹ als ›Hang zum Bösen‹ wirklich geworden ist, metaphysisch und moralphilosophisch wieder ein (Die Religion innerhalb der Grenzen der bloßen Vernunft, Königsberg 1793). Auf dem Hintergrund der Vorstellung, daß Welt und Geschichte Objektivationen eines blinden Willens und daher ›sinnlos‹ sind, erscheint der (philosophische) O. in der pessimistischen Philosophie Schopenhauers schließlich nur noch als ›ruchlose Denkungsart‹ (Die Welt als Wille und Vorstellung IV 59, Sämtl. Werke, ed. E. Griesebach, I, Leipzig 1920, 432).

*Literatur:* S. Axinn, Two Concepts of Optimism, Philos. Sci. 21 (1954), 16–24; W.H. Barber, Leibniz in France. From Arnauld to Voltaire. A Study in French Reactions to Leibnizianism, 1670–1760, Oxford 1955, bes. 107–122, 210–243; M.A. Boden, Optimism, Philos. 41 (1966), 291–303; P. Faggiotto, Ottimismo, Enc. filos. IV (1967), 1243–1244; S. Grean, Shaftesbury's Philosophy of Religion and Ethics. A Study in Enthusiasm, Ohio Ill. 1967, 73–88; W. Hübener, Sinn und Grenzen des Leibnizschen O., Stud. Leibn. 10 (1978), 222–246; L.E. Loemker, Pessimism and Optimism, Enc. Ph. VI (1967), 114–121; P. Siwek, Optimism in Philosophy, New Scholasticism 22 (1948), 417–439; C. Vereker, Eighteenth-Century Optimism. A Study of the Interrelations of Moral and Social Theory in English and French Thought between 1689 and 1789, Liverpool 1967; weitere Literatur ↑Pessimismus. J.M.

**Ordinalzahl** (engl. ordinal, ordinal number), auch (veraltet) Ordnungszahl, in der ↑Mengenlehre die Zahlen, die den Ordnungstyp wohlgeordneter Mengen (↑Ordnung, ↑Wohlordnung) charakterisieren. Es gibt hauptsächlich zwei Wege, O.en einzuführen: (1) Im Anschluß an G. Cantor identifiziert man O.en mit Ordnungstypen wohlgeordneter Mengen, indem eine O. definiert wird als Äquivalenzklasse (oder Abstraktum im allgemeinen Sinne, ↑Abstraktionsschema) bezüglich der Äquivalenzrelation $\simeq$ der Ordnungsisomorphie (↑Homomorphismus) zwischen wohlgeordneten Mengen (d.h. $\langle M_1, <_1\rangle \simeq \langle M_2, <_2\rangle \leftrightharpoons$ es gibt eine bijektive Abbildung $f$ von $M_1$ in $M_2$, so daß für alle $a, b \in M$ gilt: $a <_1 b \leftrightarrow f(a) <_2 f(b)$). (2) Im Anschluß an J. v. Neumann definiert man O.en als Mengen $x$, die *wohlfundiert* ($\bigwedge_y (y \in x \rightarrow \bigvee_z (z \in x \wedge z \cap x = \emptyset))$), *transitiv* ($\bigwedge_{y,z} (y \in x \wedge z \in y \rightarrow z \in x)$, anders ausgedrückt: $\bigwedge_y (y \in x \rightarrow y \subseteq x)$) und *bezüglich* $\in$ *linear geordnet* sind ($\bigwedge_{y,z} (y \in x \wedge z \in x \rightarrow y \in z \vee z \in y \vee y = z)$). Es läßt sich dann zeigen, daß O.en wohlgeordnete Mengen sind, deren Ordnung durch die $\in$-Relation gegeben ist, und (mit Hilfe von ↑Auswahlaxiom oder Fundierungsaxiom, ↑Regularitätsaxiom) daß jede wohlgeordnete Menge ordnungsisomorph zu einer O. ist, d.h., Ordnungstypen wohlgeordneter Mengen sind O.en eineindeutig zugeordnet.

Für O.en im Sinne von (1) und (2) lassen sich arithmetische Operationen definieren (etwa Addition, Multiplikation, Potenzierung). Die sich daraus ergebende, auch den Bereich des Transfiniten umfassende Arithmetik der O.en (↑Arithmetik, transfinite) enthält als Teil die (endliche) Arithmetik der natürlichen Zahlen. Im Unterschied zur Arithmetik der natürlichen Zahlen gilt in der O.arithmetik aber z.B. nicht das Gesetz der ↑Kommutativität von Addition und Multiplikation. So ist etwa $1 + \omega = \omega < \omega + 1$ oder $2 \cdot \omega = \omega < \omega \cdot 2$, wobei $\omega$ die O. ist, die den Ordnungstyp der Menge der natürlichen Zahlen mit der üblichen Ordnung charakterisiert. – O.en spielen eine wichtige Rolle in der ↑Beweistheorie, da sich mit ihnen die Komplexität formaler Beweise beschreiben läßt. Um auf starke mengentheoretische Hilfsmittel zu verzichten, sind hier (vor allem von S. Feferman, S.C. Kleene, K. Schütte) Verfahren entwickelt worden, gewisse Anfangsabschnitte des Bereichs der O.en (im mengentheoretischen Sinne) durch sogenannte ›*Ordinalzahlnotationen*‹ (engl. ordinal notations) konstruktiv zu repräsentieren.

*Literatur:* H. Bachmann, Transfinite Zahlen, Berlin/Heidelberg/New York [2]1964; J.N. Crossley, Constructive Order Types, Amsterdam/London 1969; A.A. Fraenkel/Y. Bar-Hillel/A. Levy, Foundations of Set Theory, Amsterdam/London [2]1973; D. Klaua, Allgemeine Mengenlehre. Ein Fundament der Mathematik, I–II, Berlin (Ost)

[2]1968/1969; S.C. Kleene, Introduction to Metamathematics, Amsterdam, Groningen, Princeton 1952 (repr. Groningen, Amsterdam, New York 1980); G. Kreisel, Wie die Beweistheorie zu ihren O.en kam und kommt, Jahresber. Dt. Math.ver. 78 (1977), 177–223; K. Schütte, Proof Theory, Berlin/Heidelberg/New York 1977; siehe ferner Lehrbücher der ↑Mengenlehre. P.S.

**Ordinary Language Philosophy** (engl., Philosophie der Alltagssprache), eine auch ins Deutsche übernommene Bezeichnung für die aus der ↑Oxford Philosophy unter Berufung auf L. Wittgensteins »Philosophische Untersuchungen« herausgewachsene Richtung der analytischen Philosophie (↑Philosophie, analytische), die, im Unterschied zur ›ideal language philosophy‹, wie sie hauptsächlich vom logischen Empirismus (↑Empirismus, logischer) vertreten wird, die ihrer Verankerung in der Lebenswelt wegen unproblematische *Umgangssprache* (auch: ↑Alltagssprache, engl. ordinary language, language of daily life) als ausreichendes Werkzeug für die *logische Analyse sprachlicher Ausdrücke* ansieht, besonders solcher, die dem mit Verständnisproblemen belasteten bildungssprachlichen Teil der ↑Gebrauchssprache angehören. J.L. Austin, ein Hauptvertreter der O. L. P., hat als treffende methodische Selbstcharakterisierung den Ausdruck ›linguistic phenomenology‹ (A Plea for Excuses, in: ders., Philosophical Papers, Oxford 1961, 123–152, 130) vorgeschlagen; daher im Deutschen jetzt, neben ›Philosophie der normalen Sprache‹ auch die Bezeichnung ›linguistischer Phänomenalismus‹ (↑Phänomenalismus, linguistischer) an Stelle von ›O. L. P.‹.

*Literatur:* ↑Phänomenalismus, linguistischer. K.L.

**Ordnung,** philosophischer Terminus (als Bezeichnung für eine Tätigkeit wie auch für deren Resultat), dessen Bedeutung mehr oder weniger von umgangssprachlichem Wortgebrauch bestimmt ist. In *ontischer* Hinsicht kann man von ›O.‹ reden, sobald die räumlichen und/oder zeitlichen Relationen zwischen Gegenständen bzw. Ereignissen nicht als bloße Zufallsgrößen interpretierbar, sondern ›strukturiert‹ sind. In *methodologischer* Hinsicht bedeutet ›O.‹ die aktive Herstellung zeitlicher und/oder räumlicher ›Strukturen‹. Je nach philosophischem Standpunkt wird die gesetzmäßige bzw. ›kausale‹ O. der Natur als eine Eigenschaft der Dinge oder (wie z.B. bei I. Kant) als eine Leistung des denkenden Menschen verstanden. Konsequenterweise wird im deutschen Idealismus (↑Idealismus, deutscher) die Naturordnung weitgehend nicht als dem Menschen gegenüberstehender Zwang, sondern als Ausdruck der die Natur ordnenden menschlichen ↑Freiheit verstanden. – In der politischen und Rechtsphilosophie bezeichnet ›O.‹ die Gesamtheit aller das menschliche Zusammenleben gestaltenden Vorschriften, Normen, Verhältnisse, Gesetze etc. (z.B. ›Gesellschaftsordnung‹, ›Rechtsordnung‹, ›Wirtschaftsordnung‹). Obwohl O., in welchem Sinne auch immer, eine der Voraussetzungen menschlichen Zusammenlebens überhaupt ist, wird der Begriff der O. als gesellschaftspolitischer Leitbegriff von konservativen gesellschaftlichen Kräften in den Vordergrund gestellt.

In der ↑Mengenlehre ist ›O.‹ eine Kurzbezeichnung für ↑›Ordnungsrelation‹. Es werden verschiedene O.en unterschieden: (a) Eine zweistellige ↑Relation $\prec$ in einer Menge $M$ heißt ›*Quasiordnung*‹ genau dann, wenn für beliebige Elemente $x, y, z$ aus $M$ gilt: (1) $x \prec x$ ($\prec$ ist reflexiv), (2) $x \prec y \wedge y \prec z \rightarrow x \prec z$ (d.h. $\prec$ ist transitiv). (b) $\prec$ heißt ›*Totalordnung*‹ (auch: einfache O., lineare O.) genau dann, wenn $\prec$ eine Quasiordnung ist und je zwei Elemente von $M$ vergleichbar sind, d.h., wenn für je zwei $x, y$ aus $M$ gilt: (3) $x \prec y \vee y \prec x$. (c) $\prec$ heißt schlicht ›*Ordnung*‹, wenn $\prec$ eine Quasiordnung ist und wenn gilt: (4) für je zwei Elemente $x, y$ aus $M$: $x \prec y \wedge y \prec x \rightarrow x = y$ (d.h. $\prec$ ist antisymmetrisch). Bei O.en können im Unterschied zu den Totalordnungen zwei Elemente bezüglich $\prec$ nicht vergleichbar sein. Deshalb spricht man auch von ›*Halbordnung*‹, ›*teilweiser Ordnung*‹, ›*Partialordnung*‹. Z.B. ist die ↑Inklusion $\subseteq$ zwischen den Mengen einer Potenzmenge $\mathfrak{P}(X)$ eine O., aber *keine* Totalordnung in $\mathfrak{P}(X)$. Dies ist sie genau dann, wenn $X$ die leere Menge ist oder aus nur einem Element besteht. Die bekannteste Totalordnung ist die Relation ›kleiner oder gleich‹ ($\leq$) bei den natürlichen Zahlen. (d) $\prec$ heißt ›*Striktordnung*‹, wenn $\prec$ transitiv und nicht symmetrisch (d.h. $x \prec y \wedge \neg y \prec x$), damit auch nicht reflexiv ist. – Eine Menge, auf der eine Totalordnung definiert ist, heißt häufig ›*Kette*‹. Von großer Bedeutung für ›tiefliegende‹ Probleme der Mengenlehre sind ↑ *Wohlordnungen,* d.h. O.en mit einem ›kleinsten‹ Element. G.W.

**Ordnungsrelation,** Bezeichnung für einen bestimmten Typ zweistelliger Relationen. Üblicherweise verwendet man statt des Ausdrucks ›O.‹ den kürzeren Ausdruck ↑›Ordnung‹. Zur Definition einer O. bzw. Ordnung $\prec$ gehört, wie zur Definition einer jeden Relation, die Angabe einer Menge $M$ als des Definitionsbereichs der Relation. Die

denkgabe zu seinem 800. Todesjahr, Freising 1958; H.-W. Goetz, »Ratio« und »fides«, scholastische Philosophie und Theologie im Denken O.s v. F., Theol. Philos. 56 (1981), 232–243; L. Grill, Bildung und Wissenschaft im Leben Bischof O.s v. F., Analecta Sacri Ordinis Cisterciensis 14 (1958), 281–333; J. Hashagen, O. v. F. als Geschichtsphilosoph und Kirchenpolitiker, Leipzig 1900; A. Hofmeister, Studien über O. v. F., Neues Archiv der Gesellschaft f. ältere dt. Geschichtskunde [...] 37 (1912), 99–161, 633–768; W. Lammers (ed.), Geschichtsdenken und Geschichtsbild im Mittelalter. Ausgewählte Aufsätze und Arbeiten aus den Jahren 1933–1959, Darmstadt 1961; J. Schmidlin, Die Philosophie O.s v. F., Philos. Jb. 18 (1905), 156–175, 312–323, 407–423; ders., Die geschichtsphilosophische und kirchenpolitische Weltanschauung O.s v. F.. Ein Beitrag zur mittelalterlichen Geistesgeschichte, Freiburg 1906. R.Wi.

**Oxford Philosophy,** Bezeichnung für den sich nach dem Ende des 2. Weltkriegs in den Jahren 1950–1960 herausbildenden Höhepunkt der Spätphase der Analytischen Philosophie (↑Philosophie, analytische), der zu dieser Zeit in Oxford konzentrierten ↑Ordinary Language Philosophy (↑Phänomenalismus, linguistischer); häufig auch Bezeichnung für die Ordinary Language Philosophy insgesamt und dann sogar die Spätphilosophie L. Wittgensteins einschließend, obwohl dieser in Cambridge lehrte und mit seiner Insistenz darauf, daß Philosophie primär ein Handlungsvollzug sei (»ein Kampf gegen die Verhexung unseres Verstandes durch die Mittel unserer Sprache«, Philos. Unters. §109), das Interesse der O. P. an positiven Resultaten über Regeln und Funktionen der Verwendung der ↑Gebrauchssprache gerade nicht teilt. Gleichwohl ist der die Frage nach der Bedeutung sprachlicher Ausdrücke durch die Frage nach ihrem Gebrauch ersetzende Einfluß des späten Wittgenstein auf den linguistischen Phänomenalismus erheblich (dieselbe Konzentration auf Probleme des Sprachgebrauchs bei der ↑Sprachanalyse zeichnete bereits die zur Frühphase der Analytischen Philosophie gehörende Philosophie G.E. Moores wie auch die von J.C. Wilson und H.A. Prichard angeführte frühe O.P. um die Jahrhundertwende aus). Gemeinsam ist dem späten Wittgenstein wie der vor allem von G. Ryle und J.L. Austin repräsentierten O. P. die Zurückweisung des im logischen Empirismus (↑Empirismus, logischer) erhobenen Anspruchs, allein die formale Logik könne den rationalen Kern von Argumentation (Ryle) oder gar von beliebiger Kommunikation (Austin) in natürlichen Sprachen (↑Sprache, natürliche) abbilden; P.F. Strawsons Alternative zur Behandlung der ↑Kennzeichnung bei B. Russell ist zu einem Paradigma der O. P. geworden. Anwendungen der für die O. P. charakteristischen begrifflichen Untersuchungen faktischen Sprachgebrauchs unter weitgehender Vermeidung metaphilosophischer Erörterungen werden innerhalb der praktischen Philosophie unter anderem von R.M. Hare (Moralphilosophie) und H.L.A. Hart (Rechtsphilosophie) vorgeführt; auf Theoriestücke der philosophischen Tradition gehen – außer im Hauptwerk Ryles, seiner Kritik an der Cartesischen ↑res cogitans/res extensa-Unterscheidung (The Concept of Mind, London 1949) – Arbeiten von G.J. Warnock, J.O. Urmson, A. Flew u.a. ein. Nach dem Tode Austins (1960) hat die O. P. ihren Kristallisationskern verloren; der Einfluß des linguistischen Phänomenalismus auf die sprachanalytische ↑Methode geht seither zugunsten einer Fortbildung von Wittgensteins ↑Sprachspiel-Methode und einer Wiederannäherung an traditionelle Positionen (z.B. der ↑Hermeneutik) ständig zurück.

*Literatur:* P.R. Damle, O.P. Today and Other Essays, Poona 1966; K. Lorenz, Elemente der Sprachkritik. Eine Alternative zum Dogmatismus und Skeptizismus in der Analytischen Philosophie, Frankfurt 1970; J.A. Passmore, A Hundred Years of Philosophy, London, New York 1957, $^2$1966, New York 1978; A. Quinton, Linguistic Analysis, in: R. Klibansky (ed.), Philosophy in the Mid-Century. A Survey II (Metaphysics and Analysis), Firenze 1958, $^2$1961, 146–202; F. Rossi-Landi, La filosofia analitica di Oxford, Riv. crit. stor. filos. 10 (1955), 69–84; E. v. Savigny, Die Philosophie der normalen Sprache. Eine kritische Einführung in die »ordinary language philosophy«, Frankfurt 1969, $^2$1974, 1980; M. Weitz, O. P., Philos. Rev. 62 (1953), 187–233. K.L.

**$\omega$-Regel,** ↑Induktion, unendliche.

**$\omega$-vollständig/$\omega$-Vollständigkeit** (engl. $\omega$-complete), von A. Tarski 1933 eingeführter Begriff, der sich in bezug auf ein formales System der Arithmetik mit der Ableitbarkeitsrelation $\vdash$ und Ziffern ›$\underline{n}$‹ für natürliche Zahlen $n$ wie folgt definieren läßt: Eine Menge $M$ arithmetischer Formeln heißt ›$\omega$-v.‹, wenn für jede Formel $A(x)$ mit genau einer freien Variablen $x$ gilt: wenn für alle natürlichen Zahlen $n$: $M \vdash A(\underline{n})$, dann $M \vdash \bigwedge_x A(x)$. Den damit zusammenhängenden Begriff der $\omega$-Widerspruchsfreiheit ($\omega$-Konsistenz, engl. $\omega$-consistency) hatte K. Gödel 1931 definiert: $M$ heißt ›$\omega$-widerspruchsfrei‹, wenn es kein $A(x)$ gibt, so daß $M \vdash A(\underline{n})$ für alle $n$ und $M \vdash \neg \bigwedge_x A(x)$. Ein formales System (↑System, formales) ist $\omega$-v. bzw. $\omega$-widerspruchsfrei, wenn die Menge der in ihm ableitbaren Formeln $\omega$-v. bzw. $\omega$-widerspruchsfrei ist. Gödel konnte in seinem ↑Unvollständigkeitssatz für einen Vollformalismus $Z$ der Peano-Arithmetik unter der Voraussetzung der $\omega$-Konsistenz von $Z$ zeigen, daß es eine arithmetische Formel der Form $\bigwedge_x B(x)$ gibt, für die weder $\vdash_Z \bigwedge_x B(x)$ noch $\vdash_Z \neg \bigwedge_x B(x)$ gilt, für die jedoch $\vdash_Z B(\underline{n})$ für jedes $n$ gilt. $Z$ ist also ↑ unvollständig und darüber hinaus $\omega$-unvollständig. Man erhält natürlich ein $\omega$-v.es System, wenn man das Induktionsprinzip von $Z$ durch die $\omega$-Regel (↑ Induktion, unendliche)

$$\frac{A(\underline{1}), A(\underline{2}), A(\underline{3}), \ldots}{\bigwedge_x A(x)}$$

ersetzt, also zu einem ↑ Halbformalismus $Z_\infty$ übergeht, der auch ↑ vollständig ist. Da $Z$ $\omega$-unvollständig ist, kann man die Negation $\neg \bigwedge_x B(x)$ der von Gödel konstruierten Formel $\bigwedge_x B(x)$ als Axiom zu $Z$ hinzufügen, ohne einen Widerspruch zu erhalten. Das so erweiterte System ist ein $\omega$-inkonsistentes System, was zeigt, daß $\omega$-inkonsistente Systeme ↑ widerspruchsfrei sein können (aber nicht umgekehrt).

*Literatur:* K. Gödel, Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I, Mh. Math. Phys. 38 (1931), 173–198 (engl. On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems, Introd. R.B. Braithwaite, New York 1962, und in: M. Davis [ed.], The Undecidable. Basic Papers on Undecidable Propositions, Unsolvable Problems and Computable Functions, Hewlett N.Y. 1965, 5–38, ferner in: J. v. Heijenoort [ed.], From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931, Cambridge Mass. 1967, 596–616); C. Smorynski, The Incompleteness Theorems, in: J. Barwise (ed.), Handbook of Mathematical Logic, Amsterdam/New York/Oxford 1977, 821–865, bes. 851–854; A. Tarski, Einige Betrachtungen über die Begriffe der $\omega$-Widerspruchsfreiheit und der $\omega$-V., Mh. Math. Phys. 40 (1933), 97–112 (engl. Some Observations on the Concepts of $\omega$-Consistency and $\omega$-Completeness, in: ders., Logic, Semantics, Metamathematics. Papers from 1923 to 1938, Oxford 1956, 279–295). P.S.

**$\omega$-widerspruchsfrei/$\omega$-Widerspruchsfreiheit,** ↑ $\omega$-vollständig/$\omega$-Vollständigkeit.