PRAGMATIK

HANDBUCH PRAGMATISCHEN DENKENS

Herausgegeben von Herbert Stachowiak

BAND I

PRAGMATISCHES DENKEN VON DEN URSPRÜNGEN BIS ZUM 18. JAHRHUNDERT

Herausgegeben von Herbert Stachowiak

unter Mitarbeit von Claus Baldus

Sonderdruck

FELIX MEINER VERLAG · HAMBURG (1986)

Zeichen, Kalkül, Wahrscheinlichkeit. Elemente einer Mathesis universalis bei Leibniz

VON JÜRGEN MITTELSTRASS UND PETER SCHROEDER-HEISTER

1. Die Idee einer Universalwissenschaft

Der alte philosophische Traum einer wiedergefundenen Einheit in der Mannigfaltigkeit auseinanderstrebender Erfahrungs- und Vorstellungsbestände hat viele Gesichter. Neben den Ideen des *Systems* und der *Enzyklopädie* ist es im 17. und 18. Jahrhundert vor allem die Idee einer *Universalwissenschaft,* die diesem Traum zu neuer philosophischer Kraft verhilft. Mit der Idee des Systems teilt die Idee einer Universalwissenschaft die Vorstellung einer Architektonik des Wissens, mit der Idee der Enzyklopädie die Vorstellung seiner vollständigen Erfassung. Im Vordergrund steht der systematische Gedanke. Ziel einer Universalwissenschaft ist es zunächst, die *formalen* oder, erkenntnistheoretisch formuliert, die *a priori begründbaren* Wissenschaften in einem einheitlichen Aufbau zusammenzuschließen.

Historisch geschieht dies entweder in der Weise, daß man möglichst viele Wissenschaften auf eine apriorische Basis zu stellen sucht, oder so, daß man sich von vornherein auf die formalen Wissenschaften beschränkt. So ordnet z. B. Lambert neben Arithmetik, Geometrie, Chronometrie und Logik auch Kosmologie, Phoronomie und Ontologie den apriorischen Wissenschaften zu[1]; Kant hält das Gravitationsgesetz für apriorisch herleitbar. Umgekehrt führt eine Beschränkung auf formale Wissenschaften zur Unterscheidung zwischen dem (allgemeinen) Programm einer Universalwissenschaft (scientia universalis oder scientia generalis) und dem eingeschränkten Programm einer *Mathesis universalis,* d. h. dem Versuch, die Struktur formaler Wissenschaften in mechanisch bzw. kalkülmäßig kontrollierbaren Abhängigkeitsbeziehungen darzustellen und damit die Begründung wissenschaftlicher Sätze auf die Basis einer einheitlichen exakten Wissenschaftssprache zu stellen.

Der Sprachgebrauch von ‚mathesis universalis' ist im 17. und 18. Jahrhundert nicht einheitlich. Das liegt bereits am uneinheitlichen Sprachgebrauch von ‚mathesis'. So unterscheiden philosophische Lexika eine allgemeine Bedeutung von ‚ma-

[1] Vgl. J. H. Lambert 1764, 1918. Zu Lamberts Wissenschaftstheorie vgl. G. Wolters 1980.

thesis', die alle Wissenschaften umfaßt, und eine spezielle Bedeutung, die den mathematischen Gebrauch betrifft: „dicitur scientia mathematica, quae explicat demonstrationes, principia et proprietates magnitudinum et numerorum."[2] Unklarheiten kommen vor allem dadurch zustande, daß oft der speziellere mathematische Gebrauch des Ausdrucks ‚mathesis' – zumal in der Bedeutung von ‚mathesis universalis' – auf alle Wissenschaften, also auch auf die nicht-formalen Wissenschaften, übertragen wird.

Zu denjenigen, die zwischen der Idee einer Universalwissenschaft, die alle Wissenschaften umfassen soll, und einer Mathesis universalis, aufgefaßt als eine allgemeine Theorie der Größen und Größenverhältnisse, zu unterscheiden suchen, gehört Descartes. In einem Anhang zu Regula IV schreibt Descartes, daß zu dieser ‚mathesis' all das zu rechnen sei, „wobei nach Ordnung und Maß geforscht wird, und daß es hierbei gar nicht darauf ankommt, ob man dieses Maß nun in den Zahlen oder in den Figuren oder den Gestirnen oder den Tönen oder in irgendeinem anderen Gegenstande zu suchen hat, so daß es also eine bestimmte allgemeine Wissenschaft geben muß, die all das erklären wird, was der Ordnung und dem Maße unterworfen, ohne Anwendung auf eine besondere Materie, als Problem auftreten kann. Diese kann man, nicht durch ein fremdes, sondern durch ein altes und in allgemeinen Gebrauch übergegangenes Wort, als Universalmathematik bezeichnen, weil in ihr der Grund dafür enthalten ist, weswegen man auch die übrigen Wissenschaften als mathematische Lehren bezeichnet"[3]. Unter den übrigen Wissenschaften versteht Descartes, in Übereinstimmung mit dem Mathematikbegriff seiner Zeit, neben Arithmetik und Geometrie auch Astronomie, Musik (rationale Harmonienlehre), Optik und Mechanik[4], also alle ‚mathematischen' Wissenschaften, die auch als formale oder apriorisch begründete Wissenschaften angesehen werden können. ‚Mathesis universalis' wiederum bedeutet nicht die *inhaltliche* Einheit in einem *System* der Wissenschaften, sondern ihre *methodische* Einheit in einer Theorie der Größen und Größenverhältnisse.

Zur Erläuterung dieser Idee einer ‚mathesis universalis' erinnert Descartes an die Analysis der ‚alten Geometer' und die (elementare) Algebra[5], die sich in Form rein schematischer Rechenoperationen mit Buchstaben als Zahlenvariablen seit Vieta als sogenannte Algebra speciosa auszubilden beginnt. Nach Descartes ist es die Aufgabe dieser mit der Umformung und Lösung elementarer Gleichungen befaßten Algebra, „das von den Zahlen darzulegen, was die Alten von den Figuren bewiesen"[6]. Descartes orientiert sich also an der geometrischen Analysis, die ur-

[2] J. Micraelius 1662, p. 722f.; vgl. P. Ramus 1627, p. 108, ferner C. Wolff 1716, p. 863ff. (Artikel: Mathematica seu Mathesis, die Mathematick).

[3] R. Descartes, Regulae ad directionem ingenii, Regula IV, Oeuvres X, p. 378, lat.-dt., übers. u. hrsg. v. H. Springmeyer, L. Gäbe u. H. G. Zeckl, Hamburg 1973 [Philos. Bibl. 262a], p. 172/173; vgl. Discours de la méthode III, Oeuvres VI, p. 17. Zur Einordnung der Cartesischen Bemühungen in die zeitgenössischen Methodenüberlegungen vgl. H. W. Arndt 1971, p. 29ff.

[4] Vgl. Regula IV, Oeuvres X, p. 377.

[5] Regula IV, Oeuvres X, p. 373.

[6] Regula IV, Oeuvres X, p. 373.

sprünglich eine *Analysis von Figuren* war und hierin in ihrer griechischen Konzeption ein heuristisches Verfahren an geometrischen Figuren darstellt.[7] Die übliche *propositionale* Auffassung der Analysis, an die Descartes mit seiner Regula V erinnert, geht (im Anschluß an die Wissenschaftstheorie der Aristotelischen „Zweiten Analytiken") dann als Verallgemeinerung oder logisches Abstrakt aus dieser Analysis von Figuren hervor. Es werden nunmehr, in einer erweiternden Reflexion auf das ursprüngliche Verfahren, auch solche Satzzusammenhänge betrachtet, die nicht geometrisch-konstruktiver Art sind.

Im Sinne einer derartigen Erweiterung hat Descartes nun nicht so sehr eine Theorie der formalen Wissenschaften ausgearbeitet, als vielmehr versucht, auch den argumentativen Aufbau in den „Meditationes" nachträglich dem Verfahren einer Mathesis universalis einzuordnen.[8] Die ‚Analysis der Alten' und die ‚Algebra der Modernen' führt damit Descartes (1) auf das (allgemeine) Projekt einer Mathesis universalis, als deren mathematische Ausarbeitung die analytische Geometrie aufgefaßt werden kann. Darüber hinaus betrachtet Descartes eine derartige Mathesis universalis (2) als das Organ einer zukünftigen Universalwissenschaft, deren Regeln (3) in Form einer allgemeinen philosophischen Methodenlehre, wie sie der „Discours" enthält, entworfen werden. Die Analysen in den „Meditationes" werden schließlich (4) sowohl als Exempel eines analytischen Verfahrens im engeren, nämlich geometrischen Sinne, als auch als Exempel einer allgemeinen Methodenlehre aufgefaßt.

Descartes' Idee einer Mathesis universalis umfaßt damit nicht nur Geometrie und ‚geometrische' Universalwissenschaft, sondern auch allgemeine Methodenlehre und ‚geometrische' Metaphysik. Was fehlt bzw. auf den geometrischen Fall beschränkt bleibt, ist eine Mathematisierung bzw. Logisierung der Methodenkonzeption, die den *konstruktiven* oder *operativen* Charakter dieser Konzeption deutlich zum Ausdruck gebracht hätte. Auf eben diesen Charakter zielt ihrer Idee nach die Mathesis-universalis-Konzeption im 17. und 18. Jahrhundert. Wie im geometrisch-

[7] Vgl. J. Hintikka und V. Remes 1974, p. 31ff.; ferner M. S. Mahoney 1968/1969, p. 318–348; G. Buchdahl 1969, p. 126ff. Die der modernen Rekonstruktion zugrundeliegende erste explizite Analyse der komplementären Methoden von Analysis und Synthesis bei Pappos von Alexandria 1876–1878, II, p. 634ff. Nach dieser Analyse wird im analytischen Teil einer Konstruktionsaufgabe, der strukturell dem natürlichen Schließen entspricht, der zu konstruierende Sachverhalt figürlich vorgelegt. In diese Figur werden die expliziten Voraussetzungen sowie relevante, bereits konstruktiv ausgewiesene Linien eingezeichnet. Die eigentliche Analysis besteht dann im Auffinden geeigneter Hilfskonstruktionen, die ebenfalls in die Figur eingezeichnet werden; sie gilt als abgeschlossen, wenn diejenigen Hilfskonstruktionen herausgefunden sind, die es erlauben, die gesuchte Konstruktion nunmehr aus den gegebenen expliziten Voraussetzungen unter Verwendung zulässiger Verfahren auszuführen. Diese Konstruktion stellt den ‚synthetischen' Teil des Beweises dar, der durch den analytischen Teil erst ermöglicht wird. Pappos bezeichnet dabei sowohl die erläuterte Verwendung der Analysis allein als auch ihre Verwendung einschließlich der Synthesis als ‚Analysis'. Zur Begriffsgeschichte von Analysis in diesem Methodenzusammenhang vgl. J. Mittelstraß und G. Wolters 1984.

[8] Vgl. Secundae Responsiones, Oeuvres VII, p. 156f. Zur Analyse und Beurteilung dieser Erweiterung vgl. J. Mittelstraß 1978.

konstruktiven Fall der Analysis soll die Wissensbildung als das Resultat eines konstruktiven Handelns bzw. als eines Operierens nach festen Regeln aufgefaßt werden (z. B. in der Weise der Addition von Zahlen oder der Differentiation von Funktionen). Im operativen Paradigma der Wissensbildung, wie es auch Descartes mit seinem Hinweis auf die ‚Analysis der Alten' vor Augen steht, wird Wissen nicht ‚aufgesucht' oder ‚entdeckt' (als etwas, das seinen ‚Grund' unabhängig von Verfahren seiner Erfassung hat), sondern ‚hergestellt' – zwar nicht im Sinne reiner ‚Erfindung', aber doch so, daß Verfahren der Wissensbildung als konstitutiv für die Form des Wissens und für die ‚epistemische Form' der Gegenstände des Wissens gelten können.

Ihren prägnantesten Ausdruck findet diese Idee der Wissensbildung im 17. und 18. Jahrhundert bei Leibniz. Leibniz realisiert sie im konzeptionellen Rahmen einer Mathesis universalis im *weiteren* Sinne: Er konzentriert sich zwar, insbesondere in seiner Kalkültheorie, auf deduktive Logik und Mathematik, schließt aber in seinen wahrscheinlichkeitstheoretischen Überlegungen die empirische Wissensbildung zumindest programmatisch mit ein. Leibnizens Bemühungen, die sich in dieser Weise von allen anderen zeitgenössischen Konzeptionen einer Mathesis universalis abheben, erweisen sich damit nicht nur als bedeutende Vorstufen der modernen deduktiven Logik, sondern auch der Wissenschaftstheorie empirischer Wissenschaften, speziell der Theorie der Bestätigung von Hypothesen. Die folgenden Analysen dienen (a) der Darstellung der Leibnizschen Konzeption und (b) der Darstellung ihrer Realisierungsformen am Beispiel eines arithmetischen Logikkalküls und wahrscheinlichkeitstheoretischer Konstruktionen.

2. Das Leibnizprogramm

Im Unterschied zu Descartes, bei dem zwar auch schon die Idee einer einheitlichen Wissenschaftssprache (‚langue universelle') auftritt[9], sprachliche Verhältnisse im Aufbau des Wissens aber im Grunde etwas Abgeleitetes bleiben, sucht Leibniz eine fundamentale Reorganisation des Wissens unmittelbar von einer Reorganisation der Wissenschaftssprache abhängig zu machen. Kernstück dieses Programms ist die Konstruktion einer Kunstsprache (characteristica universalis), die auf der Basis einer Zeichentheorie (ars characteristica, ars symbolica) zur Darstellung von Sachverhalten und deren Beziehungen untereinander sowohl logische Schluß- und Entscheidungsverfahren (ars iudicandi) als auch inhaltliche Begriffsbestimmungen auf der Basis einer Definitionstheorie (ars inveniendi, ars combinatoria) einschließen und inhaltlichen Schlußweisen die formale Sicherheit des Rechnens verleihen soll. In der Verbindung sprachlicher Konstruktionen mit mathematischen und logischen Verfahren ist es das Ziel einer derartigen Kunstsprache, der philosophischen und wissenschaftlichen Analyse ein exaktes Organ zur Verfügung zu stellen.

Leibniz knüpft dabei an Vorstellungen des Renaissance-Lullismus an, die sich

[9] Vgl. Brief vom 20. November 1629 an M. Mersenne, Oeuvres I, p. 81.

nicht nur aus der Kombinatorik Lulls, sondern auch aus alchimistischen und kabbalistischen Quellen speisen, insgesamt gesehen aber charakteristisch für die Idee einer Universalwissenschaft sind, wie sie im 17. Jahrhundert unter der Idee einer universalen Organisation des Wissens neben die Ideen des Systems und der Enzyklopädie tritt. Paradigma ist die *ars magna* Lulls[10], das Projekt einer christlichen Universalwissenschaft in Form einer (auf der Aristotelischen Syllogistik basierenden) Kombinatorik. Als heuristisches Hilfsmittel dient im Rahmen dieses Projekts eine mechanische Vorrichtung, die aus einem gegeneinander verstellbaren System konzentrisch angeordneter Kreisscheiben unterschiedlicher Größe besteht, wobei durch das Drehen der Scheiben kombinatorische Verknüpfungen der auf den Scheibenrändern angeordneten Begriffssymbole (für Grundeigenschaften bestimmter Gegenstandsbereiche) erfolgen. Leibniz nimmt diese Vorstellungen auf, wobei er allerdings (wie vor ihm schon Descartes und Beeckman[11]) erkennt, daß sie in ihrer bisherigen Form als ein Instrument der Forschung nicht taugen und auch eher Ausdruck einer Klassifikationslehre sind. Er bemängelt die Unbestimmtheit der in der Lullischen Kunst zugrundegelegten Begriffe (die letztlich dazu führe, „von der Wahrheit zu reden, keineswegs aber sie zu entdecken"[12]) und zeigt sich auch über entsprechende Bemühungen Kirchers (Ars magna sciendi, Amsterdam 1669) enttäuscht.[13] Was Leibniz eben von Anfang an vorschwebt, ist keine bloße Klassifikationslehre (Lull), auch keine allgemeine philosophische Methodenlehre (Descartes), sondern ein *Formalismus* zur Bildung und Darstellung des Wissens, wobei der Aufbau der gesuchten Kunstsprache der Idee folgt, die Relation der Wörter (Begriffe) dieser Sprache zu ihren Basisbegriffen in der gleichen Weise zu organisieren, wie sich die natürlichen Zahlen zu den Primzahlen verhalten; die eindeutige Rückführbarkeit aller Begriffe dieser Sprache auf gewisse Basisbegriffe soll der eindeutigen Primzahlzerlegung nachgebildet sein.

Die Orientierung einer um universalsprachliche Elemente erweiterten Mathesis universalis an der Mathematik spielt damit bei Leibniz nicht eine ‚propagandistische', sondern eine konstitutive Rolle: „Wenn man Charaktere oder Zeichen finden könnte, die geeignet wären, alle unsere Gedanken ebenso rein und streng auszudrücken, wie die Arithmetik die Zahlen oder die analytische Geometrie die Linien ausdrückt, könnte man offenbar bei allen Gegenständen, soweit sie dem vernünftigen Denken unterworfen sind, das tun, was man in der Arithmetik und der Geometrie tut."[14] Für eine derartige Vorstellung bietet der Lullismus allenfalls einen historischen Anknüpfungspunkt, keine konzeptionelle Vorlage. Diese ist

[10] R. Lullus 1721; vgl. R. Lullus 1480.

[11] Vgl. Brief Descartes' vom 26. März 1619 an I. Beeckman, Oeuvres X, p. 156f. Beeckman vermerkt am Rand: „Ars generalis ad omnes quaestiones solvendas quaesita", Journal IV, p. 59.

[12] Opuscules et fragments inédits de Leibniz (Couturat), p. 177.

[13] Ergänzungen (nach 1695) zur „Nova methodus discendae docendaeque jurisprudentiae [1667]", Akad.-Ausg. VI/1, p. 279 (Kircherus in Arte magna sciendi [quam vocat] longissime infra nostram spem subsedit). Vgl. die sorgfältige Dokumentation von W. Hübener 1983.

[14] Couturat, p. 155.

eher mit den Bemühungen von Hobbes gegeben, auf die Leibniz zustimmend verweist.[15] Hobbes hatte bereits ausdrücklich, wenn auch wiederum nur programmatisch, sprachliche Operationen mit Verfahren rein formalen Rechnens in Verbindung gebracht. Die These, daß Vernunft nichts anderes als Rechnen sei[16], wird dabei von Hobbes durch den Hinweis zu erläutern versucht, daß derjenige, der die elementaren arithmetischen Operationen der Addition und Subtraktion beherrsche, auch in der Lage sein müsse, sein Denken bzw. Sprechen in mechanisch kontrollierbare Operationen zu zerlegen.[17] Unter Addition ist hier die Addition von Prädikationen, unter Subtraktion die Subtraktion von Prädikationen, beim Schließen das Weglassen von Bestimmungen in den Prämissen verstanden. Das Verfahren ist praktikabel und würde, wenn ausgeführt, einen einfachen Begriffskalkül ergeben.[18]

Mit der Orientierung an mathematischen Verfahren treten bei Leibniz natürlich auch, wie schon bei Descartes, die komplementären Methoden der Analysis und Synthesis in den Vordergrund.[19] Dabei geht es vor allem um den Gesichtspunkt der ‚Entdeckung', d. h. der Wissens*bildung*. Leibniz sucht der analytischen Methode die von ihm gesuchte ars inveniendi und der synthetischen Methode die von ihm gesuchte ars iudicandi zuzuordnen[20], hebt an anderer Stelle aber auch den inventiven Charakter beider Methoden hervor: „Es gibt zwei Methoden, die synthetische mit Hilfe der kombinatorischen Wissenschaft und die analytische. Jede von beiden kann den Ursprung der inventio zeigen, das ist also nicht das Vorrecht der Analyse. Der Unterschied besteht darin, daß die Kombinatorik eine ganze Wissenschaft oder wenigstens die Reihe der Lehrsätze und Probleme darstellt, darunter auch das, was gesucht wird. Die Analyse dagegen führt ein aufgestelltes Problem auf Einfacheres zurück."[21] Erneut wird dabei auf die Algebra verwiesen[22], im Unterschied zu entsprechenden Charakterisierungen bei Descartes aber gleichzeitig der Gedanke einer *Kalkülisierung* in den Vordergrund gerückt: die „Wahrheiten der Vernunft" sollen „wie in der Arithmetik und Algebra so auch in

[15] Dissertatio de arte combinatoria [1666], Akad.-Ausg. VI/1, p. 194.

[16] T. Hobbes, Leviathan, or the Matter, Form, and Power of a Commonwealth Ecclesiastical and Civil I 5, Works III, p. 30.

[17] Vgl. T. Hobbes, De Corpore I (Computatio sive logica) 1, Opera I, p. 3; vgl. Leviathan I 5, Works III, p. 29f.

[18] Zu den zeitgenössischen konzeptionellen Hintergründen des Leibnizprogramms, darunter auch die Zeichensprachen von J. Wilkins und G. Dalgarno, vgl. J. Mittelstraß 1970, p. 413–452.

[19] „Die Methode zur Lösung einer Aufgabe ist entweder synthetisch oder analytisch [...]. Synthetisch oder kombinatorisch ist sie, wenn wir andere Aufgaben durchgehen und schließlich auf unsere kommen; und dahin gehört die Methode des Fortgangs von einfachen zu zusammengesetzten Aufgaben. Analytisch ist sie, wenn wir, ausgehend von unserer Aufgabe, so weit zurückgehen, bis wir zu den Bedingungen gelangen, die zu ihrer Lösung ausreichen" (Elementa nova matheseos universalis [um 1675], Couturat, p. 350f.).

[20] Zur Terminologie vgl. R. Kauppi 1960, p. 14ff.

[21] Couturat, p. 557.

[22] Couturat, p. 557.

jedem anderen Bereich, in dem geschlossen wird, gewissermaßen durch einen Kalkül erreicht werden können"[23].

Paradigma einer derartigen Kalkülisierung ist der Infinitesimalkalkül, d. h. die erstmals 1684 erfolgte Einführung eines kalkülmäßigen Verfahrens zur Tangentenbestimmung und zur Behandlung von Integrationsproblemen.[24] Was dabei im engeren mathematischen Sinne eine Kalkülisierung infinitesimaler Darstellungen in einer Theorie der Differentiation und Integration reeller Funktionen ist, dient bei Leibniz, ebenso wie in der parallelen Entwicklung der Fluxionsrechnung bei Newton, der Bewältigung auch mechanischer Probleme: die Tangentenbestimmung ebener Kurven wird als die Bestimmung der Geschwindigkeit einer Bewegung interpretiert, wobei die Steigung der Tangente die Größe der Geschwindigkeit angibt. Neu bei Leibniz ist, daß diese Tangentenbestimmung ebener Kurven, auf dem Wege über die Entdeckung des sogenannten charakteristischen Dreiecks, d. h. die Einsicht, daß sich die Eigenschaften einer Kurve durch die Verhältnisse der Seiten infinitesimaler Dreiecke darstellen lassen, deren Hypotenusen Tangenten an die Kurve sind, durch *kalkülmäßige* Verfahren erfolgt. Mit anderen Worten: Leibniz konnte – ähnlich wie Descartes im Hinblick auf eine Arithmetisierung der Geometrie – in diesem Kalkülisierungsprogramm die Realisierung eines Teils einer Mathesis universalis, nunmehr konzipiert in Form einer characteristica universalis, sehen.

Der Kalkülbegriff, der in den Mathesis-universalis-Konzeptionen bisher fehlte, wird von Leibniz wie folgt definiert: „Ein Kalkül oder eine Operation besteht in der Herstellung von Beziehungen, welche durch Umwandlung von Formeln bewerkstelligt wird, wobei die Umwandlungen entsprechend gewiß vorgeschriebenen Gesetzen vollzogen werden."[25] Die für den Kalkülbegriff konstitutiven Teilbegriffe der Grundfigur und Grundregel, die die Herstellung besonderer Systeme von Figuren erlauben, sind hier präzise gebildet; die Elemente des Kalküls, aus denen die Figuren zusammengesetzt werden, stellen ein ‚Alphabet des Denkens' (alphabetum cogitationum humanarum)[26] dar, als das nun die gesuchte Universalsprache (characteristica universalis) bezeichnet wird. Die dieser Sprache zugrundeliegende Zeichentheorie wird in folgender Definition erfaßt: „Die Zeichenkunst (ars characteristica) ist die Kunst, Zeichen derart zu bilden und zu ordnen, daß sie die Gedanken darstellen bzw. daß sie untereinander jene Beziehung haben, welche die Gedanken ihrerseits untereinander haben. Ein Ausdruck ist eine Ansammlung von Zeichen, welche die Sache, die ausgedrückt wird, vergegenwärtigen. Das Ge-

[23] Teil eines nicht abgesandten Briefes an C. Rödeken aus dem Jahre 1708, Philos. Schr. VII, p. 32.

[24] Nova methodus pro maximis et minimis [...], Acta Eruditorum 3 (1684), p. 467–473 (Math. Schr. V, p. 220–226). Integrale werden zwei Jahre später eingeführt: De geometria recondita et analysi indivisibilium atque infinitorum, Acta Eruditorum 5 (1686), p. 292–300 (Math. Schr. V, p. 226–233).

[25] Philos. Schr. VII, p. 206.

[26] De organo sive arte magna cogitandi, Couturat, p. 430, vgl. p. 220, p. 435, ferner Philos. Schr. VII, p. 185, p. 199.

setz der Ausdrücke ist folgendes: daß ein Ausdruck für eine Sache aus den Zeichen für jene Sachen zusammengesetzt werde, aus deren Ideen die Idee der Sache, die ausgedrückt werden soll, zusammengesetzt wird."[27] Entsprechend der bereits hervorgehobenen und anhand der Darstellung eines arithmetischen Logikkalküls im nächsten Abschnitt näher explizierten Orientierung des Aufbaus von Begriffen am Aufbau der echt teilbaren natürlichen Zahlen aus Primzahlen sollen die Grundzeichen dieser Sprache in ihrer Zusammensetzung dem Aufbau der aus Elementarbegriffen zusammengesetzten Begriffe völlig isomorph sein. Als ‚charakteristisch' kann dabei die zu bildende Sprache gelten, weil (a) ihre Wörter aus endlich vielen Zeichen (Charakteren) nach bestimmten Kombinationsregeln hergestellt werden und (b) jedes Zeichen den von ihm bezeichneten Begriff eindeutig, und zwar einschließlich dessen Beziehungen zu anderen Begriffen, ‚charakterisiert'.[28] In diesem Sinne treten in der Leibnizschen Ausarbeitung einer Mathesis-universalis-Konzeption neben den Infinitesimalkalkül verschiedene *Logikkalküle* als Anwendungen einer characteristica universalis. Im einzelnen handelt es sich dabei (1) um einen *arithmetischen* Logikkalkül (in mehreren Fassungen[29]), (2) um Entwürfe zu einem *algebraischen* Logikkalkül[30] und (3) um zwei Erweiterungen des algebraischen Logikkalküls, in denen der Übergang von einer (intensionalen) *Begriffslogik* zu einer *Klassenlogik* erfolgt.[31]

Im Folgenden sei als Beispiel der arithmetische Logikkalkül näher erläutert. Dieser Kalkül steht dem Programm einer characteristica universalis insofern am nächsten, als in ihn explizit die Vorstellung der Zusammensetzung von Begriffen aus elementaren Teilbegriffen und deren formaler Repräsentation, zumindest als heuristische Idee, eingeht. Ferner schließt sich der arithmetische Kalkül mit seiner Interpretation von Begriffen durch Zahlen unmittelbar an die Vorstellung vom Schließen als Rechnen an.[32] Allerdings muß man sich in diesem Zusammenhang die erweiterte Bedeutung des Kalkülbegriffs – verglichen mit der modernen Auffassung – vergegenwärtigen: Wenn man von einem arithmetischen ‚Kalkül' spricht, meint man einfach ein arithmetisches Prüfverfahren für deduktive Beziehungen. Dagegen läßt sich etwa der algebraische Kalkül als Formalismus im engeren Sinne verstehen, der die formale Herleitung von Aussagen aus Anfangsaussagen mit Hilfe von Regeln erlaubt.

[27] Bodemann 1889–1895, p. 80f.

[28] Vgl. C. Thiel 1984, p. 580f.

[29] Couturat, p. 42–92, p. 245–247; darunter (alle 1679): Elementa characteristicae universalis (Couturat, p. 42–49), Elementa calculi (Couturat, p. 49–57).

[30] Specimen calculi universalis [1681], Philos. Schr. VII, p. 218–221; Ad specimen calculi universalis addenda [1681], Philos. Schr. VII, p. 221–227; Couturat, p. 239–243.

[31] Non inelegans specimen demonstrandi in abstractis [um 1690], Philos. Schr. VII, p. 228–235; Couturat, p. 250–252, p. 264–270 (der sogenannte ‚Plus-Minus-Kalkül'); ferner der sogenannte ‚Plus-Kalkül', Philos. Schr. VII, p. 236–247.

[32] Vgl. dazu Couturat, p. 85 (Schmidt, p. 228); ferner J. Łukasiewicz 1957, p. 129.

3. Characteristica universalis und arithmetischer Logikkalkül

Es ist die Idee einer Universalsprache, Begriffe so durch Zeichen zu charakterisieren, daß einfachen Begriffen umkehrbar eindeutig einfache Zeichen entsprechen und der Zusammensetzung von komplexen Begriffen aus einfachen Begriffen die Zusammensetzung von komplexen Zeichen aus einfachen Zeichen entspricht.[33] Das setzt voraus, daß sich komplexe Begriffe *eindeutig* in Elementarbegriffe als Bestandteile zerlegen lassen[34], entsprechend komplexe Zeichen in einfache Zeichen. Im Bereich der Arithmetik der natürlichen Zahlen liegt mit der Primzahlzerlegung ein schönes Analogon für diese Situation vor: Jede natürliche Zahl läßt sich eindeutig in ihre Primfaktoren zerlegen – eine Tatsache, die man seit Gödel in der modernen mathematischen Logik benutzt, um die Zeichen einer formalen Sprache selbst wieder zu kodieren. Daher wundert es nicht, daß Leibniz anstelle einer formalen Zeichensprache im eigentlichen Sinne immer wieder die Charakterisierung von Begriffen durch inhaltliche Zahlen (nicht Ziffern!) ins Auge faßt: Der Zusammensetzung und Zerlegung von Zeichen entspricht eben in gewisser Weise die Multiplikation und Division von Zahlen. Ferner erspart man sich bei dieser Vorgehensweise die Abstraktion von unwesentlichen Eigenschaften der charakterisierenden Zeichen – etwa der Reihenfolge der Teilzeichen eines Zeichens, die die Merkmale eines Begriffs charakterisieren.

In diesem Zusammenhang muß auf eine Ambiguität der Rede von ‚Zusammensetzung' (entsprechend ‚Zerlegung') hingewiesen werden. Wenn man von der ‚Zusammensetzung' eines Zeichens aus Teilzeichen spricht, meint man dabei in der Regel die Verkettung (Konkatenation), d. h. die Aneinanderfügung der Teilzeichen; die Teilzeichen sind damit Bestandteile (im graphischen Sinne) des komplexen Zeichens. Die ‚Zusammensetzung' einer natürlichen Zahl aus Primfaktoren hingegen ist, selbst wenn man Zahlen weitgehend mit Ziffern identifiziert, keine Aneinanderreihung, sondern das Resultat der Anwendung einer *Funktion,* nämlich der Multiplikation, auf die Primfaktoren; die Primfaktoren ‚verschwinden' damit in der zusammengesetzten Zahl (auch wenn sie sich nachträglich wieder aus ihr gewinnen lassen). Dies scheint der Situation auf der Ebene der Begriffe eher zu entsprechen als die Zusammensetzung von Zeichen: auch wenn sich die Merkmale eines Begriffs durch dessen Definition angeben lassen, so sind sie doch in dem Begriff(swort) nicht schon augenscheinlich enthalten.

Eine characteristica universalis soll nun nicht nur der leichteren Verständigung durch eindeutige Darstellung von *Begriffen* dienen, sondern auch die Wahrheitsfindung erleichtern, d. h. das *Urteilen* abbilden. Dazu muß nicht nur die Zusammensetzung von Begriffen aus Teilbegriffen, sondern auch die Zusammensetzung von Urteilen aus Begriffen repräsentiert werden, und zwar derart, daß nicht nur

[33] Vgl. Anm. 27 (Zitat im Text).

[34] Diese Elementarbegriffe müssen nicht in einem *absoluten* Sinne einfach sein (obwohl dies natürlich das Ideal einer characteristica *universalis* ist); für den diskutierten Zusammenhang genügt die Vorstellung *relativ einfacher* Begriffe (H. Poser 1979, p. 70, spricht in diesem Kontext von ‚Bereichscharakteristiken').

die *Bedeutung* der Urteile wiedergegeben wird (d. h. ihre Bildung mit Hilfe logischer Verknüpfungen), sondern zugleich die Wahrheit oder Falschheit der Urteile auf der Basis der Zeichengestalt von ihren Repräsentanten sofort entschieden werden kann[35]. Auch hier bieten sich für Leibniz Zahlen als Vertreter von formalen Zeichen an, deren Teilbarkeitsrelationen elementar entscheidbar sind. Die Wahrheit von Urteilen soll durch das Bestehen gewisser Teilbarkeitsbeziehungen für Zahlen, die für diejenigen Begriffe charakteristisch sind, die ein Urteil ausmachen, definiert werden.[36] Für die Auszeichnung der Teilbarkeitsrelation ist sicher auch Leibnizens Gedanke leitend, daß ein Urteil wahr ist, wenn der Prädikatbegriff im Subjektbegriff *enthalten* ist.[37]

Diese Idee führt Leibniz für die kategorischen Urteile *SaP, SiP, SeP, SoP* der traditionellen Syllogistik durch. Interessant ist dabei hier nur die Behandlung von *SaP* und *SiP,* da es sich bei *SeP* und *SoP* gemäß dem logischen Quadrat einfach um deren Negate handelt.[38] In seinen ersten Entwürfen[39] geht Leibniz von der Charakterisierung[40] von Subjekt- und Prädikatbegriff durch (positive) natürliche Zahlen aus, deren Primfaktoren ihre jeweiligen Merkmale charakterisieren. Im Rahmen des rein intensionalen (begriffslogischen) Verständnisses der Syllogistik, dem Leibniz zu dieser Zeit noch anhängt, bedeutet ‚alle *S* sind *P*', daß jedes Merkmal von *P* auch Merkmal von *S* ist, arithmetisch: daß die *P* charakterisierende Zahl $\mathscr{C}(P)$ die *S* charakterisierende Zahl $\mathscr{C}(S)$ teilt. Die arithmetische Charakterisierung von ‚einige *S* sind *P*' macht dann jedoch Schwierigkeiten: Die zunächst[41] gewählte Bedingung für *SiP,* nämlich daß $\mathscr{C}(S)$ $\mathscr{C}(P)$ teilt oder umgekehrt, ist offensichtlich inadäquat, da sonst ‚*SiP*' mit ‚*SaP* oder *PaS*' äquivalent wäre; ebenso eine spätere[42], wonach es eine Zahl a geben muß, so daß $\mathscr{C}(P)$ das Produkt $\mathscr{C}(S) \cdot a$ teilt (gemäß der Vorstellung, *SiP* bedeute, daß der Unterbegriff von *S,* der durch die durch a repräsentierten Begriffe aus *S* ausgesondert wird, Unterbegriff von *P* ist[43]), da sonst ‚*SiP*' immer gelten würde (wähle $a := \mathscr{C}(P)$).

Aus diesem Grund wählt Leibniz schließlich[44] eine Charakterisierung von Begriffen durch *Paare* teilerfremder natürlicher Zahlen, von denen die erste (mit ‚+' bezeichnete) Komponente die *positiven* Merkmale, die zweite (mit ‚−' bezeichne-

[35] Vgl. Couturat, p. 66 (Schmidt, p. 203).

[36] Ebd. In diesem Zusammenhang benutzt Leibniz bereits den Terminus ‚calculus universalis', obowhl es hier noch nicht um deduktive Beziehungen geht. Das zeigt, daß sich entgegen Arndts Meinung (1971, p. 114ff.) das Kalkülprogramm nicht vom Programm der bloßen Konstruktion einer Kunstsprache trennen läßt.

[37] Vgl. z. B. Couturat, p. 68 (Schmidt, p. 205).

[38] Vgl. Couturat, p. 61f. (Schmidt, p. 197).

[39] Couturat, p. 42–70 (Schmidt, p. 170–209).

[40] ‚Charakterisierung' ist im folgenden immer im Sinne einer Zuordnung von Zahlen (bzw. später auch Zahlenpaaren) zu Begriffen verstanden und wird mit ‚$\mathscr{C}$' bezeichnet. *Charakterisiert* werden also Begriffe durch *charakterisierende* oder *charakteristische* Zahlen.

[41] Z. B. Couturat, p. 43 (Schmidt, p. 171).

[42] Z. B. Couturat, p. 58f. (Schmidt, p. 192f.).

[43] Vgl. Couturat, p. 55f. (Schmidt, p. 188f.).

[44] Couturat, p. 70–92, 245–247 (Schmidt, p. 209–240).

te) Komponente die *negativen* Merkmale eines Begriffs charakterisieren soll. Diese Unterscheidung zwischen positiven und negativen Merkmalen eines Begriffs setzt natürlich voraus, daß die in Frage kommenden Merkmale, d. h. Grundbegriffe, untereinander verträglich und sogar voneinander unabhängig sind – eine nicht unproblematische Annahme, auf die Russell hingewiesen hat.[45] Bezeichnet man mit $\mathscr{C}(A)$ das A charakterisierende Zahlenpaar, mit $\mathscr{C}^+(A)$ dessen erste und mit $\mathscr{C}^-(A)$ dessen zweite Komponente, dann kann man Leibnizens Bedingungen für *SaP* und *SiP* in der endgültigen Fassung seines arithmetischen Kalküls wie folgt wiedergeben:

(1) *SaP* ist wahr, falls gilt: $\mathscr{C}^+(P)$ teilt $\mathscr{C}^+(S)$ und $\mathscr{C}^-(P)$ teilt $\mathscr{C}^-(S)$

(2) *SiP* ist wahr, falls gilt: $\mathscr{C}^+(P)$ und $\mathscr{C}^-(S)$ sowie $\mathscr{C}^-(P)$ und $\mathscr{C}^+(S)$ sind jeweils teilerfremd.[46]

Die erste Bedingung entspricht wieder der Vorstellung, daß *S* alle, sowohl die positiven als auch die negativen, Merkmale von *P* haben soll; die zweite Bedingung drückt aus, daß für die Gültigkeit von ‚einige *S* sind *P*‘ *S* und *P verträglich* sein müssen, d. h. daß es kein positives (negatives) Merkmal von *S* gibt, das einem Merkmal von *P* widerspricht, d. h. negatives (positives) Merkmal von *P* ist.[47]

Hier zeigt sich erneut Leibnizens begriffslogisches Verständnis der Syllogistik: Die Verträglichkeit von *S* und *P* hinsichtlich ihrer Merkmale wird als hinreichend dafür angesehen, daß einige *S P* sind.[48] Die Forderung der Teilerfremdheit bei der Charakterisierung von Begriffen entspricht der Forderung, daß Begriffe widerspruchsfrei sein sollen, d. h., daß kein Merkmal zugleich positives und negatives Merkmal ist (wenn Primfaktoren Merkmale charakterisieren, dann bedeutet Teilerfremdheit ja das Fehlen gemeinsamer Merkmale).

Die Rede von ‚wahr‘ in (1) und (2), die Leibniz selbst verwendet, ist problematisch. Sie setzt voraus, daß eine Charakterisierung $\mathscr{C}$ effektiv gegeben ist. Das ist jedoch bei Leibniz nicht der Fall. Es finden sich zwar programmatische Erklärungen, aber keine Versuche, eine Charakterisierung selbst durchzuführen. Die Zahlenwerte, die Leibniz in seinen Beispielen angibt, können nicht als Charakterisierung im Sinne einer characteristica universalis gelten, da die Zahlenwerte viel zu niedrig sind, um die Merkmalsmenge der verwendeten Begriffe zu kodieren. Leib-

[45] B. Russell 1937, p. 18f. Vgl. auch H. Poser 1969, p. 37ff.

[46] Couturat, p. 78–80 (Schmidt, p. 219–222).

[47] Entscheidender Grund für die Einführung von Zahlenpaaren als charakterisierender Objekte dürfte damit die Deutung partikular bejahender Urteile sein, nicht so sehr, wie oft angenommen, das Problem der Einführung von Komplementbegriffen (d. h. kontradiktorischer Gegenteile von Begriffen). Letzteres ist zwar ein fundamentales (und im Rahmen des arithmetischen Kalküls auch nach der Einführung von Zahlenpaaren nicht gelöstes) Problem, jedoch ist es von der Deutung der Syllogistik unabhängig, da man etwa ‚kein *P* ist *Q*‘ nicht als ‚alle *P* sind nicht – *Q*‘ verstehen muß, sondern als ‚nicht: einige *P* sind *Q*‘ lesen kann.

[48] Allerdings nicht unbedingt dafür, daß es Gegenstände gibt, die sowohl unter *S* als auch unter *P* fallen. Denn Leibniz nimmt nicht eindeutig existentiellen Import bei syllogistischen Urteilen (einschließlich der partikular bejahenden) an. Vgl. H. Burckhardt 1980, p. 37–42.

niz spricht denn auch von nur ‚vorläufig herangezogenen‘ Zahlen, die er aber doch ‚charakteristische‘ Zahlen nennt.[49] Das legt die Deutung nahe, (1) und (2) im Sinne von ‚relativer Wahrheit‘ zu verstehen, d. h. als: ‚*SaP* ist wahr relativ zu $\mathscr{C}$, falls...‘ und ‚*SiP* ist wahr relativ zu $\mathscr{C}$, falls...‘, und dabei $\mathscr{C}$ als Charakterisierung im Sinne einer ***beliebigen*** Zuordnung von Paaren teilerfremder Zahlen zu den verwendeten Begriffen aufzufassen. In dieser Weise soll ‚Charakterisierung‘ auch im Folgenden verstanden werden. Allerdings geht dabei der inhaltliche Sinn von ‚Charakterisierung‘ weitgehend verloren, zumal Leibniz immer von konkreten Begriffen ausgeht, die charakterisiert werden, nicht von Variablen wie ‚*P*‘ und ‚*Q*‘ (für die solche beliebigen Charakterisierungen verständlich wären).[50]

Bis hier handelt es sich bei dem arithmetischen Kalkül um ein Entscheidungsverfahren inhaltlicher Urteile unter Rückgriff auf deren inhaltliche Interpretation. Im modernen Sinne versteht man unter ‚Kalkül‘ jedoch mehr, nämlich ein Verfahren zur Kontrolle von *Schlüssen.* Leibniz scheint zu meinen, daß seine Charakteristik auch dieses leistet, und zwar für verschiedenste Arten von Schlüssen. Er spricht von „Regeln, mit denen über die Gültigkeit von Folgerungen [...] mit Hilfe von Zahlen geurteilt werden kann“, derart, „daß nach Berechnung einer Summe von Zahlen sich auch bei sehr langen Schlußfolgerungen zeigt, ob die Folgerung gültig ist“[51]. Leibniz scheint also zu meinen, daß mit Hilfe einfacher arithmetischer Operationen (z. B. Summenbildung), angewandt auf charakterisierende Zahlen der beteiligten Begriffe, die Gültigkeit eines Schlusses entschieden werden kann.

Nun hat bei Schlüssen die Auswahl der inhaltlichen Termini und damit die inhaltliche Wahrheit von Prämissen und Konklusion nicht viel mit der Gültigkeit des Schlusses selbst zu tun. Ein Schluß ist gültig, wenn er wahrheitskonservierend ist allein aufgrund der *Form* der beteiligten Urteile, d. h. deren Gliederung mit Hilfe der logischen Konstanten (in der traditionellen Syllogistik *a, e, i, o*). Dessen ist sich Leibniz sehr wohl bewußt[52], doch geht dies leider nicht in seine Behandlung der Syllogismen ein. Das Verfahren, das Leibniz zur Überprüfung der Gültigkeit eines Syllogismus vorschlägt, berücksichtigt nur die *inhaltliche* Wahrheit der beteiligten Urteile relativ zu einer Charakterisierung: Man charakterisiere die beteiligten Begriffe in der beschriebenen Weise durch Zahlenpaare derart, daß sich alle Prämissen unter dieser Charakterisierung als wahr herausstellen. Dann prüfe man, ob die Konklusion unter dieser Charakterisierung wahr wird.[53]

Es läßt sich zeigen, daß sich nach diesem Verfahren *alle* Syllogismen, deren

[49] Couturat, p. 78 (Schmidt, p. 219).

[50] Für weitere grundsätzliche Argumente gegen Charakterisierungen durch Zahlenpaare vgl. L. Krüger 1969, p. 21 ff.

[51] Couturat, p. 77 (Schmidt, p. 217 f.).

[52] Vgl. Couturat, p. 73 f., 84 (Schmidt, p. 213 f., 227 f.).

[53] Vgl. Couturat, p. 89–92 (Schmidt, p. 234–238). Zur Wahl der charakterisierenden Zahlenpaare sagt Leibniz an anderer Stelle, daß man hier eigentlich mit den ‚wahren charakterisierenden Zahlen‘ arbeiten müsse, diese jedoch vorläufig durch ‚erfundene‘ ersetzt werden könnten (Couturat, p. 85, Schmidt, p. 228). Dies zeigt erneut, daß Leibniz auf der inhaltlichen Deutung der verwendeten Begriffe und nicht auf der logischen Form der verwendeten Urteile aufbaut.

Konklusion mit den Prämissen verträglich ist (deren negierte Konklusion also nicht aus den Prämissen folgt), als gültig herausstellen würden: Sei ein beliebiger Syllogismus dieser Art mit der Konklusion $S * P$ ($*$: a, e, i oder o) gegeben. Man wähle eine beliebige Charakterisierung der Begriffe S und P, so daß $S * P$ unter dieser Charakterisierung wahr wird. Dann läßt sich eine solche Charakterisierung des Mittelbegriffs M angeben, unter der beide Prämissen des Syllogismus nach den Bedingungen (1) und (2) wahr sind. Dies liegt, grob gesehen, daran, daß mit der Charakterisierung von S und P der Wert der Konklusion schon feststeht, und mit der Charakterisierung des Mittelbegriffs der Wert der Prämissen in bestimmten Grenzen manipuliert werden kann. Leibniz selbst hat sich das Scheitern dieses Ansatzes an einem Beispiel aus dieser Gruppe von Syllogismen klargemacht[54]. Es läßt sich auch ein Gegenbeispiel aus der Gruppe der syllogistischen Schlüsse mit nur einer Prämisse angeben, die Leibniz in der Überprüfung der Beziehungen des logischen Quadrats vornehmlich betrachtet: Mit $\mathscr{C}(S) = (4,9)$ und $\mathscr{C}(P) = (2,3)$ wird SiP und SaP und damit nach Leibnizens Definition die ungültige Umkehrung

$$\frac{SiP}{SaP}$$

der Subalternationsbeziehung zwischen SaP und SiP als gültig entschieden. Damit ist der arithmetische Kalkül – unter Verwendung moderner Terminologie – jedenfalls *nicht korrekt,* da ein ungültiger Syllogismus im arithmetischen Kalkül hergeleitet (d. h. positiv entschieden) werden kann. Allerdings ist er *vollständig* insofern, als jeder gültige Syllogismus auch positiv entschieden wird, wie sich leicht nachprüfen läßt – jedoch ist Vollständigkeit nur dann eine relevante Eigenschaft eines Kalküls, wenn auch Korrektheit vorliegt.

Als Ausweg gibt Leibniz in einer Notiz[55] eine veränderte Definition seines Prüfverfahrens für Syllogismen: Man prüfe für *alle* Charakterisierungen $\mathscr{C}$ der beteiligten Begriffe, ob der Fall eintritt, daß alle Prämissen wahr sind relativ zu $\mathscr{C}$, die Konklusion jedoch falsch ist. Wenn *kein* solcher Fall auftritt, ist der gesamte Syllogismus als gültig entschieden. Dies kann man auch wie folgt ausdrücken: Man prüfe für alle Charakterisierungen $\mathscr{C}$, bei denen alle Prämissen wahr sind relativ zu $\mathscr{C}$, ob auch die Konklusion wahr ist relativ zu $\mathscr{C}$. Wenn dieser Test positiv ausfällt, ist der Syllogismus als gültig entschieden. In der Tat liegt hier eine Definition explizit vor, nach der der arithmetische Kalkül *genau alle* gültigen Syllogismen als gültig entscheidet und damit korrekt und vollständig ist. Dies wurde von Thiel (1979) entdeckt, nachdem schon Łukasiewicz[56] die Korrektheit und Vollständigkeit im Sinne einer solchen, von ihm implizit benutzten Definition nachweisen konnte. Entscheidend an dieser Definition ist die Quantifikation über *alle* Charakterisie-

[54] Couturat, p. 246 (fehlt in Schmidt), von Leibniz durchgestrichen. Zur Diskussion dieser Passage in der Literatur vgl. C. Thiel 1979, p. 17–19.
[55] Couturat, p. 247 (Schmidt, p. 240).
[56] J. Łukasiewicz 1957, p. 127–129. Vgl. D. Marshall 1977.

rungen.[57] Allerdings läßt sich damit eigentlich nicht mehr zu Recht von einem *Kalkül* sprechen. War schon Leibnizens früheres inkorrektes Verifikationsverfahren für Syllogismen nur in dem sehr allgemeinen Sinne ein Kalkül, als durch elementare arithmetische Rechnung, nicht im strengen Sinne eines Herleitungsverfahrens nach Regeln (wie der spätere algebraische Kalkül), über die Gültigkeit eines Syllogismus entschieden werden sollte, so kann nach der neuen Definition nicht einmal mehr von einem elementaren Entscheidungsverfahren die Rede sein, da unendlich viele Charakterisierungen der Begriffe eines Syllogismus in Betracht gezogen werden müssen. Definitiv entschieden werden kann nur über *Gegenbeispiele* für *ungültige* Syllogismen. Daher wundert es nicht, daß Leibniz an dieser Idee nicht weitergearbeitet, sondern sich Kalkülen im ‚eigentlichen' Sinne zugewandt hat, nachdem die Entwicklung eines arithmetischen Prüf*verfahrens* für logische Schlüsse Leibniz schließlich zu etwas geführt hatte, das kein genuines Verfahren mehr ist.[58]

Da Leibniz im kalkültheoretischen Teil seiner Semiotik in erster Linie an dem, was man heute *Syntax* nennt, orientiert war, vermochte er nicht mehr zu erkennen, daß er – deutet man seinen arithmetischen ‚Kalkül' statt als *Prüfverfahren* als *Gültigkeitsdefinition* für Syllogismen – mit seiner abschließenden Definition einen wesentlichen Beitrag zur *Semantik* geliefert hat. Genauer hat Leibniz, wie Thiel (1979) gezeigt hat, die auf Bolzano zurückgehende und von Tarski entwickelte moderne modelltheoretische Idee, wonach

(3) ein Schluß logisch gültig ist, wenn jedes Modell der Prämissen auch Modell der Konklusion ist

(oder anders: wenn es keine Interpretation der nicht-logischen Zeichen gibt, die die Prämissen wahr, die Konklusion falsch macht), für den Bereich der kategorischen Syllogistik vorweggenommen. Nennt man eine arithmetische Charakterisierung $\mathscr{C}$ *Modell* einer syllogistischen Aussage *A*, wenn *A* relativ zu $\mathscr{C}$ wahr ist im Sinne von (1) und (2), dann kann man die Formulierung (3) für die Syllogistik übernehmen. Diese vom modernen Standpunkt aus gesehen bahnbrechende Idee, die Leibniz auch als Semantiker ausweist, entspricht jedoch nicht Leibnizens Absichten: Leibniz ging es nicht darum, die Gültigkeit von Syllogismen allererst zu *definieren,* sondern ein Verfahren zu entwickeln, Argumentationen auf ihre Gültigkeit hin zu kontrollieren, indem man sie quasi mechanisch nachvollziehbar macht. *Wenn* man Leibniz von modernen semantischen Konzeptionen aus beurteilen wollte, so müßte man ihn eher im Umkreis von beweis- und argumentationstheoretischen Semantiken, wie sie im Bereich des Intuitionismus und des Kon-

[57] Das wird völlig verkannt, wenn man darin nur eine Form der (aussagenlogischen) reductio ad absurdum, genannt Regression, sieht, wie L. Couturat 1901, p. 8, oder H. Burckhardt 1980, p. 338f. Wie oben geschehen, kann man die Definition auch negationsfrei formulieren.

[58] In gewisser Weise hat Couturat also mit seiner Feststellung recht (1901, p. 334), daß der arithmetische Kalkül zu kompliziert war, wenn auch ‚kompliziert' eine recht unklare Ausdrucksweise für diesen Sachverhalt ist.

struktivismus diskutiert werden, ansiedeln, als ihn der modelltheoretischen Semantik zuordnen.

4. Mathesis universalis und Wahrscheinlichkeitslogik

Leibniz unterscheidet bekanntlich strikt zwischen Vernunftwahrheiten und Tatsachenwahrheiten, zwischen dem, was notwendigerweise, und dem, was nur kontingenterweise der Fall ist.[59] Andererseits besteht er als ‚Rationalist' darauf, daß *jede* Wahrheit (auch die kontingente) durch einen Beweis a priori begründet werden kann, der außer auf logische Prinzipien nur auf Definitionen zurückgreift.[60] Dies ist jedoch nur ein scheinbarer Widerspruch, da Leibniz neben endlichen Beweisen, wie er sie in seiner Theorie des logischen Argumentierens einschließlich seiner Kalkültheorie behandelt, auch *unendliche* Beweise in Betracht zieht, deren Konklusion nicht in endlich vielen Schritten aus ihren Axiomen und Definitionen folgt. Solche Beweise können natürlich von einem endlichen Wesen nicht – oder nur approximativ – durchgeführt werden; nur Gott kann sie in ihrer unendlichen Komplexität überschauen. Diesen Charakter haben nach Leibniz nun gerade die Beweise kontingenter Wahrheiten.[61] Das heißt, daß bis hierhin im Programm einer auf einer characteristica universalis aufbauenden Kalkültheorie, in der es um endliche Deduktionen (oder allgemeiner: Verfahren) geht, die kontingenten Wahrheiten noch gar nicht erfaßt sind. Eine wirkliche Mathesis universalis muß um eine *Logik des Kontingenten* erweitert werden.

Eine solche Logik des Kontingenten ist nach Leibniz die Logik des Wahrscheinlichen: „Es fehlt [...] der nützlichste und praktischste Teil der Logik über die Grade der Wahrscheinlichkeit oder die Waage der Gründe für den Fall, daß sich widerstreitende Meinungen auf das Wahrscheinliche stützen, der die Logocritica des Kontingenten ist, denn Aristoteles gab nur die Logik des Notwendigen."[62] Die Wahrscheinlichkeitslogik ist damit der endliche, für Menschen handhabbare Ersatz

[59] Vgl. z. B. Nouveaux essais IV 2 § 1, Akad.-Ausg. VI/6, p. 361.

[60] „Omnis autem propositio vera potest probari" (Couturat, p. 373) (Schmidt, p. 265), vgl. auch Couturat, p. 388 (Schmidt, p. 288) sowie Philos. Schr. VII, p. 300 (hier gibt Leibniz nahezu genau die Bestimmungen an, die nach Frege für ein analytisches Urteil charakteristisch sind). Entsprechendes gilt für die formale Widerlegbarkeit falscher Aussagen.

[61] Vgl. Couturat, p. 373f., 388f. (Schmidt, p. 265–267, 288f.). Von unendlichen Beweisen ist dabei immer im Hinblick auf die reduktive, analytische Methode des Auflösens die Rede, d. h. davon, daß Aussagen nicht in endlich vielen Schritten auf identische Sätze zurückgeführt werden können. – Es ist nicht unproblematisch, von einer ‚analytischen' Urteils- oder Wahrheitstheorie Leibnizens zu sprechen, da der moderne Standardgebrauch von ‚analytisch' nur Deduktionen im eigentlichen (endlichen) Sinne in Betracht zieht. I. Hacking (1974) schlägt vor, unendliche Beweise als Ableitungen mit Hilfe der ω-Regel im Sinne der modernen Beweistheorie zu rekonstruieren. Vgl. auch T. Meijering 1978.

[62] Nova methodus discendae docendaeque jurisprudentiae, Akad.-Ausg. VI/1, p. 281 (zitiert bei H. Burckhardt 1980, p. 425). Einen Überblick über Leibnizens Arbeiten zur Wahrscheinlichkeitstheorie gibt K.-R. Biermann 1967.

der unendlichen Logik. Sie ist dann erforderlich, wenn, wie in den meisten Fällen, nicht genug Information zur Verfügung steht, um die Wahrheit einer Aussage deduktiv zu erschließen: „Im Beweisen gibt es zwei Grade: entweder steht der Weg zur Wahrheit sicher offen oder wir müssen mit dem Wahrscheinlichen zufrieden sein, dann nämlich, wenn nicht genügend Daten zur Bestimmung der Wahrheit vorhanden sind."[63]

Das Programm dieser Logik läßt sich auch ohne die rationalistische Fassade leicht verstehen – Leibniz hat, wie Hacking zeigen konnte, die induktive Logik des Empiristen Carnap zumindest der Idee nach vorweggenommen.[64] In Carnaps induktiver Logik[65] geht es um die rationale Bewertung von Hypothesen relativ zu gegebenen Erfahrungsdaten. Entsprechend geht es bei Leibniz um den „Grad der Wahrscheinlichkeit aus den vorliegenden Umständen [*ex datis*]"[66].

Den Gedanken einer grundsätzlich relativen Aussagenwahrscheinlichkeit entwickelt Leibniz insbesondere im Rahmen von Überlegungen zur praktischen Philosophie[67] und zur Rechtstheorie. Der rechtstheoretische Fall liefert einen *direkten* Bezug zur Aussagen- oder Hypothesenwahrscheinlichkeit ohne eine Übertragung von Begriffen z. B. aus der Theorie der Glücksspiele[68], da in der Rechtsprechung im unmittelbaren Sinne Aussagen bewertet werden müssen. Schon in seinen frühen Disputationen „De conditionibus"[69] hatte Leibniz bei der Diskussion bedingter Rechtsansprüche im römischen Recht eine Wahrscheinlichkeitsbewertung vorgeschlagen, bei der ein von einer notwendigen Bedingung abhängiger Rechtsanspruch (ius purum) den Wert 1 erhält, ein von einer echt kontingenten Bedingung abhängiger Anspruch (ius conditionatum) den Wert ½ und ein von einer unmöglichen Bedingung abhängiger Anspruch (ius nullum) den Wert 0. Er hatte damit eine Skala von Wahrscheinlichkeitswerten zwischen 0 und 1 nahegelegt. Das entspricht bereits der These, daß die Wahrscheinlichkeit eine Metrisierung des Bereichs des Möglichen ist, oder, wie Leibniz später sagt: „Probabilitas est gradus possibilitatis"[70].

Die Rechtsprechung ist nicht nur ein gutes Beispiel für den *relativen* Charakter der Aussagenwahrscheinlichkeit, d. h. die Bezugnahme auf gegebenes, beschränktes Datenmaterial, sondern auch für ihren *objektiven*, rationalen Charakter: Es

[63] Brief an C. D. Koch (undatiert), Philos. Schr. VII, p. 477 (zitiert bei H. Burckhardt 1980, p. 430).

[64] Vgl. I. Hacking 1971a, b; 1973; 1975, vor allem Kap. 15 (p. 134–142). Zur Diskussion dieser Thesen vgl. M. D. Wilson 1971 sowie L. Krüger 1981. Zur Diskussion von Hackings generellen historischen Thesen über die Entstehung der Wahrscheinlichkeitstheorie im 17. Jahrhundert (The emergence of probability, 1975) vgl. D. Garber und S. Zabell 1979/1980; I. Schneider 1981; I. Hacking 1981.

[65] Kurze Darstellung (mit Literaturangaben) in P. Schroeder-Heister 1984.

[66] Nouveaux essais IV 2 § 14, Akad.-Ausg. VI/6, p. 372.

[67] Vgl. dazu K. Jacobi 1975.

[68] Vgl. I. Hacking 1971b, p. 600.

[69] Akad.-Ausg. VI/1, p. 97–150. Vgl. dazu H. Schepers 1975 und H. Burckhardt 1980, p. 423 f.

[70] De incerti aestimatione (1678), in: K.-R. Biermann und M. Faak 1957, p. 48.

geht nicht nur um bloß subjektiv-private, sondern um rational begründbare Wahrscheinlichkeitsbewertungen. Auch daran hält Leibniz fest, wenn er immer wieder betont, daß es eine *Logik* des Wahrscheinlichen gebe, die genauso sicher nach überprüfbaren Regeln fortschreite wie die deduktive Logik, von ihrer Nützlichkeit ganz zu schweigen.[71] Leibnizens verstreute Bemerkungen zu diesem Thema bleiben allerdings, anders als seine Theorie der deduktiven Logik, im Programmatischen. Es gelingt ihm nicht, Regeln einer Wahrscheinlichkeitslogik im einzelnen anzugeben.

Im Lichte von Carnaps Versuch, ein solches Programm durchzuführen, kann man ermessen, mit welchen Schwierigkeiten die Angabe von Rationalitätskriterien für induktives Schließen verknüpft ist. Obwohl Carnap mit einer sehr einfachen Modellsprache arbeitet, die kaum über die Hilfsmittel von Leibnizens characteristica universalis hinausgeht, ergeben sich Probleme, die die Idee einer induktiven Logik als Theorie der Begründung (oder Bestätigung) kontingenter Aussagen wieder sehr fraglich macht. Insbesondere gelingt es nicht, *eine* induktive Methode eindeutig als *die* rationale Methode auszuzeichnen; Carnap wird vielmehr zu einem Kontinuum unendlich vieler induktiver Methoden geführt, die alle den geforderten Rationalitätskriterien genügen, sich jedoch darin unterscheiden, daß sie verschiedene Annahmen über die Uniformität der Welt machen. Liegen als Ausgangswahrscheinlichkeiten die Gewichtungen aller Zustandsbeschreibungen (d. h., in einer an Leibniz anschließenden Terminologie, die Wahrscheinlichkeiten der Beschreibungen aller möglichen Welten) fest, dann ist dadurch zwar auch die Wahrscheinlichkeit für komplexe Aussagenbeziehungen gegeben; aber nach welchen Kriterien bestimmt man die Ausgangswahrscheinlichkeiten?

Diese Fragestellung läßt sich leicht auf Leibnizens characteristica universalis übertragen[72]. Da die characteristica universalis auf einfachen Grundzeichen aufbaut, läßt sich durch die möglichen Kombinationen dieser Grundzeichen – geht man von deren Endlichkeit aus – jede mögliche Welt beschreiben. Weiß man, wie wahrscheinlich jede mögliche Welt und damit jede Menge möglicher Welten ist, dann ist die Wahrscheinlichkeit einer Hypothese h relativ zu den Daten e durch das Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten der logischen Spielräume von *h und e* und e gegeben (logischer Spielraum von a = Menge der möglichen Welten, in denen a gilt). Die Ausgangswahrscheinlichkeiten selbst lassen sich jedoch nicht mehr nur logisch festlegen.

Zumindest scheint Leibniz, was die Methode zur Bestimmung solcher konkreter Wahrscheinlichkeiten betrifft, zwischen apriorisch-kombinatorischen Überlegungen einerseits und der empirischen Bestimmung relativer Häufigkeiten andererseits zu schwanken. Mit Fragen der ersten Art hat sich Leibniz seit seiner „Dissertatio de arte combinatoria"[73] beschäftigt, vor allem in Untersuchungen zur Theorie

[71] Vgl. z. B. Nouveaux essais IV 2 § 14, Akad.-Ausg. VI/6, p. 372f.; IV 17 § 6, Akad.-Ausg. VI/6, p. 484.

[72] Vgl. I. Hacking 1971b, p. 605.

[73] Akad.-Ausg. VI/1, p. 163–230. Zur Beziehung von Kombinatorik und Wahrscheinlichkeitsrechnung vgl. auch Couturat, p. 561f.

der Glücksspiele[74]. Eine dabei behandelte Hauptfrage war das zu seiner Zeit intensiv diskutierte ‚Teilungsproblem': Wie sind die Einsätze bei einer vorzeitig abgebrochenen zusammengehörigen Serie von Glücksspielen aufzuteilen? Auch wenn Leibnizens Antworten in technischen Dingen häufig fehlerhaft sind und keinesfalls über Huygens' „De ratiociniis in ludo aleae"[75] und den Briefwechsel Pascals mit Fermat[76] hinausgehen, ist der philosophische Rahmen seiner Untersuchungen neu: In „De incerti aestimatione" (vgl. Anm. 70) werden wahrscheinlichkeitstheoretische Probleme insofern in die Mathesis universalis eingeordnet, als eine axiomatische Herleitung wahrscheinlichkeitstheoretischer Prinzipien aus metaphysischen Grundannahmen versucht wird[77], wozu insbesondere das Indifferenzprinzip gehört.[78] Ferner findet sich hier schon in umschreibender Form die Definition der Wahrscheinlichkeit als Quotient der Anzahl der günstigen und der Anzahl der gleichmöglichen Fälle.

Leibnizens Interesse an Fragen der zweiten Art, der empirischen Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten, zeigt sich in seinen Überlegungen zur Sterbewahrscheinlichkeit und zur Bestimmung von Leibrenten (‚wieviel sollte der Staat von einem Bürger bestimmten Alters verlangen, um ihm eine bestimmte Rente auf Lebenszeit auszahlen zu können') im Anschluß an die Untersuchung von J. de Witt (1671) und J. Graunt (1662) sowie an die (unveröffentlichte) Amsterdamer Sterblichkeitsstatistik J. Huddes.[79] In diesem Rahmen stellt Leibniz selbst die empirische These auf, daß die Sterbewahrscheinlichkeit bis zum 81. Lebensjahr gleich bleibt, d. h., daß die Wahrscheinlichkeit einer n Jahre alten Person, im $(n + 1)$-ten Lebensjahr zu sterben, gleich ist für alle $n < 81$.[80] Leibniz plante sogar, Huddes Tafeln in eine neue Auflage seiner Dissertation aufzunehmen.[81] An der Bedeutung aposteriorischer Häufigkeitsfeststellungen für die Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten hält Leibniz auch später noch fest, insbesondere nach Kenntnis der für die Entwicklung der mathematischen Wahrscheinlichkeitstheorie maßgeblichen „Ars conjectandi" (1713) von Jakob Bernoulli, in dem erstmals das Gesetz der großen Zahlen bewiesen wird.[82]

Mit dem Akzeptieren der Bedeutung empirischer Untersuchungen für die Be-

[74] De numero jactuum in tesseris (1676), vgl. K.-R. Biermann 1954; Manuskript zum Calcul des partis (1676), vgl. K.-R. Biermann 1955a; De incerti aestimatione (1678) (Anm. 70).

[75] C. Huygens 1657.

[76] P. de Fermat 1891–1922, II, p. 288–331.

[77] „potest demonstrari ex Metaphysicis", a.a.O. (Anm. 70), p. 47.

[78] Auch die Verwendung eines formalen Zeichens, das sowohl + als auch − bedeuten kann, verweist auf das Programm einer characteristica universalis. Leibniz hatte solche ‚characteres ambigus' schon ca. 1674 allgemein als Hilfsmittel der ‚methode de l'universalité' beschrieben (Couturat, p. 99f.). Vgl. K.-R. Biermann 1967, p. 81.

[79] Vgl. K.-R. Biermann 1955b, K.-R. Biermann und M. Faak 1959.

[80] Diese These wurde von L. Couturat 1901 als absolut unhaltbar verworfen; I. Hacking 1971b (p. 601f.) hält sie jedoch auf Grund der Leibniz zur Verfügung stehenden Daten für gerechtfertigt.

[81] Vgl. Couturat, p. 561.

[82] Vgl. Brief an Bourguet vom 22.3. 1714, Philos. Schr. III, p. 570. Dazu I. Hacking 1971a, p. 346.

stimmung von Wahrscheinlichkeiten stellt sich natürlich für das Leibnizsche System das Problem, wie aposteriorische Daten über die Häufigkeit *physikalischer* Ereignisse mit der *Aussagen*wahrscheinlichkeit verknüpft werden können. Hacking glaubt, daß dies unter Heranziehung zentraler Thesen der Leibnizschen Metaphysik, insbesondere der Auffassung von Möglichkeit als Verwirklichungstendenz (Daseinsstreben) erreichbar ist: die apriorische Bestimmung von Häufigkeiten führt asymptotisch zu derjenigen Wahrscheinlichkeit (= Grad der Möglichkeit!), die den Dingen a priori innewohnt.[83] Hacking beruft sich dabei insbesondere auf Leibnizens Diktum „quod facile est in re, id probabile est in mente"[84]. Krüger hingegen verweist auf die grundsätzliche Inkompatibilität von aposteriorischen Bestimmungen und Leibnizens Möglichkeitsbegriff und argumentiert, daß das rationalistische Schema der Leibnizschen Philosophie mit den wahrscheinlichkeitstheoretischen Überlegungen gesprengt wird, oder doch nur durch sehr viel weitergehende metaphysische Annahmen gerettet werden könnte.[85]

Auch wenn der wahrscheinlichkeitstheoretische Teil der Mathesis-universalis-Konzeption Leibnizens nicht nur inhaltliche, sondern auch konzeptionelle Schwierigkeiten (im Rahmen anderer systematischer Teile des Leibnizschen Systems) mit sich führt, entscheidend ist das Folgende: Leibniz weist mit seiner Einbeziehung der Wahrscheinlichkeitslogik in die Mathesis universalis darauf hin, daß zu einer einheitlichen Wissenschaftskonzeption nicht nur eine *einheitliche Sprache* und eine *deduktive Theorie,* sondern auch eine *Theorie der Begründung empirisch-theoretischer Aussagen* gehört. Neben Fragen der Sprachphilosophie und der Linguistik einerseits und Fragen der formalen Logik andererseits rücken Fragen der Wissenschaftstheorie empirischer Wissenschaften. Damit ist nicht nur die Idee einer Universalwissenschaft in den Grenzen einer Mathesis universalis vollständiger erfaßt, als dies in anderen zeitgenössischen Entwürfen der Fall ist, sondern auch konkreter. Das besagt unter anderem, daß Leibnizens Überlegungen auch in einem modernen Rahmen, abgesteckt durch Probleme der Syntax und Semantik formaler und natürlicher Sprachen sowie der Bestätigung von (empirischen) Aussagen, diskutierbar sind.

Maßgebend für diese Überlegungen ist dabei sowohl die (ältere) Idee eines *systematischen Zusammenhangs* aller Wissenschaften, von Leibniz mit dem Problem der Einheit von empirischer und nicht-empirischer Erkenntnis verbunden, als auch die Idee einer *operativen Begründung* der Wissensbildung in Wissenschaftsform. Beide Ideen gewinnen bei Leibniz ein neuartiges methodologisches Profil. Dieses Profil bleibt auch dann noch, im Gegensatz zu konkurrierenden Konzeptionen im 17. und 18. Jahrhundert, erkennbar, wenn man die Leibnizschen Bemühungen um eine Mathesis universalis nach wie vor als Teil des philosophischen Traumes von

[83] Vgl. I. Hacking 1971b, p. 605f.

[84] Akad.-Ausg. VI/2, p. 492 (innerhalb einer Definitionstafel von 1671/72 zur characteristica universalis). Hacking sieht in Leibnizens Begriff der ‚facilitas' auch eine interessante Parallele zu Poppers propensity-Interpretation der Wahrscheinlichkeit.

[85] Vgl. L. Krüger 1981, p. 57, 59.

der Einheit der Welt und des Wissens von dieser Welt begreift. Auch Leibniz hat, nicht nur in seinen systematischen Vorstellungen von einer prästabilierten Harmonie und von der uneingeschränkten Geltung des Satzes vom Grunde, an diesem Traum gebaut – allerdings, wie seine Arbeiten zur Zeichen-, Kalkül- und Wahrscheinlichkeitstheorie dokumentieren, mit sehr exakten Steinen.

Primärliteratur

(Man beachte die im Text und in den Anmerkungen verwendeten Abkürzungen bei Descartes, Hobbes und Leibniz.)

Beeckman, I.: *Journal tenu par Isaac Beeckman de 1604 à 1634,* I–IV (Ed. C. de Waard). La Haye: M. Nijhoff 1939–1953.

Bernoulli, Jakob: *Ars conjectandi.* Basel: Imprensis Thurnisiorum, fratrum 1713.

Couturat, L.: *La logique de Leibniz d'après des documents inédits.* Paris: F. Alcan 1901 (Nachdruck Hildesheim: Olms 1961).

Descartes, R.: *Oeuvres,* I–XII (Eds. C. Adam, P. Tannery). Paris: L. Cerf 1897–1910, nouvelle présentation, I–XI, Paris: J. Vrin 1964–1974 (Abkürzung: Oeuvres).

Fermat, P. de: *Oeuvres,* I–IV (Ed. P. Tannery, C. Henry). Paris: Gauthier-Villars 1891–1922.

Graunt, J.: *Natural and political observations mentioned in a following Index, and made upon the Bills of Mortality.* With reference to the government, religion, trade, growth, ayre, and diseases of the said city. London: J. Martin, J. Allestry and T. Dicas 1662.

Hobbes, T.: *Opera philosophica latina,* I–V (Ed. W. Molesworth). London: J. Bohn 1839–1845 (Abkürzung: Opera).

–: *The English works of Thomas Hobbes* (Ed. W. Molesworth). London: J. Bohn 1839–1845 (Abkürzung: Works).

Huygens, C.: *De ratiociniis in ludo aleae.* In: F. van Schooten, *Exercitationum Mathematicarum libri quinque.* [...] Quibus accedit C. Hugenii tractatus de ratiociniis in aleae ludo; Leiden: J. Elsevir 1657.

Lambert, J. H.: *Neues Organon oder Gedanken über die Erforschung und Bezeichnung des Wahren und dessen Unterscheidung von Irrthum und Schein,* I–II. Leipzig: J. Wendler 1764.

–: *Über die Methode die Metaphysik, Theologie und Moral richtiger zu beweisen* (Ed. K. Bopp). Berlin: Reuther & Reichard 1918.

Leibniz, G. W.: *Sämtliche Schriften und Briefe* (Ed. Preußische [später: Deutsche] Akademie der Wissenschaften [zu Berlin]). Darmstadt: O. Reichl, Leipzig: K. F. Köhler (später: Berlin: Akademie Verlag, Leipzig: Köhler & Amelang) 1923ff. (Abkürzung: Akad.-Ausg.).

–: *Die philosophischen Schriften von G. W. Leibniz,* I–VII (Ed. C. I. Gerhardt). Berlin: Weidmann 1875–1890 (Nachdruck Hildesheim: Olms 1960) (Abkürzung: Philos. Schr.).

–: *Mathematische Schriften,* I–VII (Ed. C. I. Gerhardt). Berlin–Halle: A. Asher & Co./H. W. Schmidt 1849–1863 (Nachdruck Hildesheim: Olms 1962) (Abkürzung: Math. Schr.).

–: *Die Leibniz-Handschriften der Königlichen Öffentlichen Bibliothek zu Hannover* (Ed. E. Bodemann). Hannover: Hahn 1889–1895 (Abkürzung: Bodemann).

–: *Opuscules et fragments inédits de Leibniz* (Ed. L. Couturat). Paris: F. Alcan 1903 (Nachdruck Hildesheim: Olms 1961) (Abkürzung: Couturat).

–: *Fragmente zur Logik.* Ausgewählt, übersetzt und erläutert von F. Schmidt. Berlin: Akademie Verlag 1960 (Abkürzung: Schmidt).
Lullus, R.: *Ars generalis et ultima* (1305). Venedig: Philippus Petione, 1480 (unter dem Titel: *Ars magna, generalis et ultima.* Lyon: Jakob Marechal 1517; *Ars generalis ultima.* Palma de Mallorca 1645; Nachdruck Frankfurt: Minerva 1970).
–: *Ars compendiosa inveniendi veritatem seu Ars magna et maior* (1273–1275). In: ders., *Opera* I (Ed. I. Salzinger), Mainz 1721, 433–473 (Nachdruck Frankfurt: Minerva 1965).
Micraelius, J.: *Lexicon philosophicum.* Stettin: J. Mamphrasius ²1662.
Pappos von Alexandreia: *Collectionis quae supersunt,* I–III (Ed. F. Hultsch). Berlin: Weidmann 1876–1878.
Ramus, P.: *Scholarum mathematicarum libri* XXXI. Frankfurt: Daniel u. David Aubrios & Clemenz Schleichium 1627.
Witt, J. de: *Waerdye van Lyf-renten naer proportie van Los-renten.* Den Haag: J. Scheltus 1671.
Wolff, C.: *Mathematisches Lexicon.* Leipzig: J. F. Gleditschens seel. Sohn 1716.

SEKUNDÄRLITERATUR

Arndt, H. W.: *Methodo scientifica pertractatum.* Mos geometricus und Kalkülbegriff in der philosophischen Theorienbildung des 17. und 18. Jahrhunderts. Berlin–New York: de Gruyter 1971.
Biermann, K.-R.: Über die Untersuchung einer speziellen Frage der Kombinatorik durch G. W. Leibniz. *Forschungen und Fortschritte* 28 (1954), 357–361.
–: Über eine Studie von G. W. Leibniz zu Fragen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Forschungen und Fortschritte* 29 (1955a), 110–113.
–: Eine Untersuchung von G. W. Leibniz über die jährliche Sterblichkeitsrate. *Forschungen und Fortschritte* 29 (1955b), 205–208.
–: Überblick über die Studien von G. W. Leibniz zur Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Sudhoffs Archiv für Geschichte der Medizin und der Naturwissenschaften* 51 (1967), 79–85.
–; Faak, M.: G. W. Leibniz' „De incerti aestimatione". *Forschungen und Fortschritte* 31 (1957), 45–50.
–: G. W. Leibniz und die Berechnung der Sterbewahrscheinlichkeit bei J. de Witt. *Forschungen und Fortschritte* 33 (1959), 168-173.
Buchdahl, G.: *Metaphysics and the philosophy of science.* The classical origins. Descartes to Kant. Oxford: Basil Blackwell 1969.
Burckhardt, H.: *Logik und Semiotik in der Philosophie von Leibniz.* München: Philosophia 1980.
Garber, D.; Zabell, S.: On the emergence of probability. *Archive for History of Exact Sciences* 21 (1979/1980), 33-53.
Hacking, I.: Equipossibility theories of probability. *British Journal for the Philosophy of Science* 22 (1971a), 339–355.
–: The Leibniz-Carnap program for inductive logic. *Journal of Philosophy* 68 (1971b), 597–610.
–: Leibniz and Descartes: proof and eternal truths. *Proceedings of the British Academy* 59 (1973), 175–188.
–: Infinite analysis. *Studia Leibnitiana* 6 (1974), 126–130.
–: *The emergence of probability.* A philosophical study of early ideas about probability, induction and statistical inference. Cambridge: University Press 1975.
–: From the emergence of probability to the erosion of determinism. In: Hintikka, J.; Gruen-

der, D.; Agazzi, E. (Eds.), *Probabilistic thinking, thermodynamics and the interaction of the history and philosophy of science.* Proceedings of the 1978 Pisa conference on the history and philosophy of science. Vol. II. Dordrecht–Boston: Reidel 1981, 105–123.

Hintikka, J.; Remes, V.: *The method of analysis.* Its geometrical origin and its general significance. Dordrecht–Boston: Reidel 1974.

Hübener, W.: Leibniz und der Renaissance-Lullismus. In: Heinekamp, A. (Ed.), *Leibniz et la Renaissance* (Studia Leibnitiana Supplementa XXIII). Wiesbaden: Steiner 1983, 103–112.

Jacobi, K.: Zur Konzeption der praktischen Philosophie bei Leibniz. In: *Akten des II. Internationalen Leibniz-Kongresses Hannover,* 17.–22. Juli 1972, III (Studia Leibnitiana Supplementa XIV). Wiesbaden: Steiner 1975, 145–173.

Kauppi, R.: *Über die Leibnizsche Logik.* Mit besonderer Berücksichtigung des Problems der Intension und der Extension (Acta Philosophica Fennica XII). Helsinki: Akateeminen Kirjakauppa 1960.

Krüger, L.: *Rationalismus und Entwurf einer universalen Logik bei Leibniz* (Wissenschaft und Gegenwart 42). Frankfurt: Klostermann 1969.

–: Probability in Leibniz. On the internal coherence of a dual concept. *Archiv für Geschichte der Philosophie* 63 (1981), 47–60.

Łukasiewicz, J.: *Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic.* Oxford: Clarendon Press ^{2}1957 (1st edition 1951).

Mahoney, M. S.: Another look at Greek geometrical analysis. *Archive for History of Exact Sciences* 5 (1968/1969), 318–348.

Marshall, D.: Łukasiewicz, Leibniz and the arithmetization of the syllogism. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 18 (1977), 235–242.

Meijering, T.: On contingency in Leibniz's philosophy. *Studia Leibnitiana* 10 (1978), 22–59.

Mittelstraß, J.: *Neuzeit und Aufklärung.* Studien zur Entstehung der neuzeitlichen Wissenschaft und Philosophie. Berlin–New York: de Gruyter 1970.

–: Die Idee einer Mathesis universalis bei Descartes. *Perspektiven der Philosophie. Neues Jahrbuch* 4 (1978), 177–192 (Teil der Festschrift zu Ehren von Friedrich Kaulbach I: *Das Experiment der Vernunft,* eds. R. Berlinger/F. Kambartel).

– (Hrsg.): *Enzyklopädie Philosophie und Wissenschaftstheorie.* Band 2: H-O. Mannheim–Wien–Zürich: Bibliographisches Institut 1984.

–; Wolters, G.: Methode, analytische. In: J. Mittelstraß 1984, 879–881.

Poser, H.: *Zur Theorie der Modalbegriffe bei G. W. Leibniz (Studia Leibnitiana Supplementa VI).* Wiesbaden: Steiner 1969.

–: Erfahrung und Essenz. Zur Stellung der kontingenten Wahrheiten in Leibniz' Ars characteristica. In: Heinekamp, A.; Schupp, F. (Eds.), *Die intensionale Logik bei Leibniz und in der Gegenwart.* Symposium der Leibniz-Gesellschaft Hannover, 10. und 11. November 1978 *(Studia Leibnitiana Sonderheft 8)*; Wiesbaden: Steiner 1979, 67–81.

Russell, B.: *A critical exposition of the philosophy of Leibniz.* With an appendix of leading passages. London: George Allen & Unwin ^{2}1937 (1st edition 1900).

Schepers, H.: Leibniz' Disputationen „De Conditionibus“: Ansätze zu einer juristischen Aussagenlogik. In: *Akten des II. Internationalen Leibniz-Kongresses Hannover, 17.–22. Juli 1972, IV (Studia Leibnitiana Supplementa XV).* Wiesbaden: Steiner 1975, 1–17.

Schneider, I.: Why do we find the origin of a calculus of probabilities in the seventeenth century? In: Hintikka, J.; Gruender, D.; Agazzi, E. (Eds.), *Probabilistic thinking, thermodynamics and the interaction of the history and philosophy of science.* Proceedings of the 1978 Pisa conference on the history and philosophy of science. Vol. II. Dordrecht–Boston: Reidel 1981, 3–24.

Schroeder-Heister, P.: Logik, induktive. In: J. Mittelstraß 1984, 662–666.

Thiel, C.: Leibnizens Definition der logischen Allgemeingültigkeit und der „arithmetische Kalkül". In: *Theoria cum praxi.* Zum Verhältnis von Theorie und Praxis im 17. und 18. Jahrhundert. Akten des III. Internationalen Leibnizkongresses, Hannover, 12. bis 17. November 1977, III *(Studia Leibnitiana Supplementa XXI).* Wiesbaden: Steiner 1980, 14–22.

–: Leibnizsche Charakteristik. In: J. Mittelstraß 1984, 580–581.

Wilson, M. D.: Possibility, propensity, and chance: some doubts about the Hacking thesis. *Journal of Philosophy* 68 (1971), 610–617.

Wolters, G.: *Basis und Deduktion.* Studien zur Entstehung und Bedeutung der Theorie der axiomatischen Methode bei J. H. Lambert (1728–1777). Berlin–New York: de Gruyter 1980.