

Aufgabe 1 (3 + 3 + 3 + 5 Punkte)

Konstruieren Sie bei (a), (b) und (c) gemäß Abschnitt 1.2 Kombinatoren, welche die folgenden (intuitiv definierten) rekursiven Funktionen realisieren. Geben Sie bei (d) lediglich die Definitionsgleichungen gemäß der Definition partiell-rekursiver Funktionen an.

$$(a) \quad \begin{aligned} mult(m, 0) &= 0 \\ mult(m, n + 1) &= add(m, mult(m, n)) \end{aligned}$$

$$(b) \quad \begin{aligned} fakt(0) &= 1 \\ fakt(n + 1) &= mult(n + 1, fakt(n)) \end{aligned}$$

$$(c) \quad \begin{aligned} non(0) &= 1 \\ non(n + 1) &= 0 \end{aligned}$$

$$(d) \quad diff(m, n) = \begin{cases} m - n & \text{falls } m \geq n \\ \text{undefiniert} & \text{sonst} \end{cases}$$

Hinweise:

- Geben Sie zunächst Definitionsgleichungen gemäß den Schemata für primitiv- bzw. partiell-rekursive Funktionen an.
- Die Funktion *add* ist im Skript bereits λ -definiert. Gegebenenfalls müssen weitere Hilfsfunktionen definiert werden.
- Die Subtraktion “–” ist nicht als rekursive Funktion zu verstehen, sondern als bekannte arithmetische Funktion, die lediglich zur Charakterisierung verwendet wird.

Aufgabe 2 (2 + 2 + 2 Punkte)

Berechnen Sie die Normalformen der folgenden Terme:

$$(a) \quad \underline{2} \underline{3}$$

$$(b) \quad \lambda x. \underline{2}(\underline{3}x)$$

$$(c) \quad \lambda xy. (\underline{2}x)((\underline{3}x)y)$$

Geben Sie unter Verwendung Ihrer Beobachtungen Kombinatoren *Add*, *Mult* und *Exp* an, welche Addition, Multiplikation und Exponentiation auf Church-Ziffern realisieren, ohne den Rekursionskombinator **R** zu verwenden.