

Aufgabe 1

Zeigen Sie: Zu jeder Formel gibt es eine äquivalente Formel, in der nur die Junktoren \neg und \rightarrow vorkommen.

(Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass es zu den Formeln $\varphi \vee \psi$, $\varphi \wedge \psi$ und $\varphi \leftrightarrow \psi$ jeweils eine äquivalente Formel gibt, die nur die erlaubten Junktoren verwendet. Erläutern Sie sodann, warum es aus diesem Grund zu jeder beliebigen Formel eine äquivalente Formel geben muß, in der nur die erlaubten Junktoren vorkommen.)

Aufgabe 2

Überprüfen Sie folgende Behauptungen durch Konstruktion analytischer Tableaux, und geben Sie ggf. ein Gegenbeispiel an, das die Behauptung widerlegt.

- a) $\models A \rightarrow (B \rightarrow A)$
- b) $\models \neg A \rightarrow \neg B$
- c) $\models (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A$
- d) $A \rightarrow B, A \rightarrow C \models A \rightarrow B \wedge C$
- e) $\neg B, A \rightarrow B \models \neg A$
- f) $A \wedge B, (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow D) \models C \wedge D$

Aufgabe 3

Geben Sie Tableau-Regeln für folgende Junktoren an:

- a) die Negatadjunktion (siehe Blatt 5, Aufgabe 4)
- b) den Junktor \gg mit der Wahrheitstafel

ϕ	ψ	$\phi \gg \psi$
w	w	f
w	f	f
f	w	w
f	f	w

- c) die Bisubjunktion