

Aufgabe 1

Geben Sie zu jeder der folgenden Formeln jeweils ein Modell und ein Gegenbeispiel an (jeweils bezüglich eines von Ihnen gewählten Universums):

- a) $\exists x \exists y (Px \wedge \neg Py)$
- b) $\exists x \forall y Pxy \rightarrow \forall x Pxx$
- c) $\forall y (Py \rightarrow \forall x Px)$
- d) $\exists x \forall y Pxy \vee \exists y \forall x \neg Pxy$
- e) $\forall x \forall z (\exists y (Pxy \wedge Pyz) \rightarrow Pxz)$

Aufgabe 2

Zeigen Sie:

- a) $\models \exists \xi \varphi \leftrightarrow \neg \forall \xi \neg \varphi$
- b) $\models \exists \xi (\varphi \vee \psi) \leftrightarrow \exists \xi \varphi \vee \exists \xi \psi$

Aufgabe 3

Es komme ξ nicht frei in ψ vor. Zeigen Sie:

- a) $\models \forall \xi \psi \leftrightarrow \psi$
- b) $\models \exists \xi (\varphi \vee \psi) \leftrightarrow \exists \xi \varphi \vee \psi$

Aufgabe 4

Welche der folgenden Folgerungsbeziehungen treffen zu?

- a) $\forall \xi \varphi, \forall \xi \psi \models \forall \xi (\varphi \wedge \psi)$
- b) $\forall \xi (\varphi \vee \psi) \models \exists \xi (\varphi \wedge \psi)$