

1. Zeigen Sie:

a) In K sind die Formeln

$$\exists x \Box p \rightarrow \Box \exists x p$$

$$\Diamond \forall x p \rightarrow \forall x \Diamond p$$

ableitbar.

2P.

b) In K + BF ist die Formel

$$\Diamond \exists x p \leftrightarrow \exists x \Diamond p$$

ableitbar.

2P.

2. Zeigen Sie durch Angabe eines geeigneten Modells, daß die Formel

$$\Box \exists x R x \rightarrow \exists x \Box R x$$

in S5 + BF nicht gilt.

1P.

3. Zeigen Sie die Richtigkeit folgender Behauptungen:

a) $K + BF \vdash \forall x \Box (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \Box (\exists x \alpha \rightarrow \exists x \beta)$

2P.

b) $B + BF \vdash \exists y \Box \Diamond (R y \rightarrow \forall x R x)$

2P.

c) $S5 + BF \vdash \exists x \Box (\Box R x \vee P y) \leftrightarrow \Box \exists x (\Box R x \vee P y)$

2P.

4. (Zusatzaufgabe:) Zeigen Sie die Ungültigkeit folgender Formeln in S5 + BF:

a) $\exists x \neg \Box R x \rightarrow \Diamond \forall x \neg R x$

b) $(\Box \exists x R x \wedge \forall x \Diamond S x) \rightarrow \Diamond \exists x (R x \wedge S x)$

c) $\forall x (\Box R x \vee \Box \neg R x) \vee \forall x (\Diamond R x \wedge \Diamond \neg R x)$

6P.