

# Klausur Informatik III

2. Oktober 2004

Max Mustermann

1234567

- **Klausur erst nach Aufforderung aufschlagen!**
- Mobiltelefone bitte ausschalten!
- Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten.
- Insgesamt sind 60 Punkte erreichbar; die Klausur gilt mit 20 Punkten als bestanden.
- Eine Abgabe ist vor Ablauf der 60 Minuten *nicht* möglich. Bleiben Sie bitte auf Ihrem Platz, bis alle Klausuren eingesammelt wurden.
- Verwenden Sie nur die Blätter des Klausurbogens für Ihre Lösungen. Auf den beiden letzten Blättern finden Sie zusätzlichen Platz.

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
$\Sigma$	
Note	

**Aufgabe 1** (16 Punkte)

Es sei  $\mathcal{L} = \{a^n b^{n+1} \mid n \geq 0\}$ .

- a) [3] Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $\Gamma$  über dem Terminalalphabet  $\{a, b\}$  an mit  $L(\Gamma) = \mathcal{L}$ .
- b) [6] Zeigen Sie mit Hilfe des Earley-Algorithmus, daß  $abb \in L(\Gamma)$ .
- c) [4] Geben Sie einen Kellerautomaten  $\mathcal{A}$  an, der diese Sprache durch den Nullkeller akzeptiert, d.h.  $N(\mathcal{A}) = \mathcal{L}$ .
- d) [3] Zeigen Sie, daß  $\mathcal{L}$  nicht regulär ist.

**Aufgabe 2** (8 Punkte)

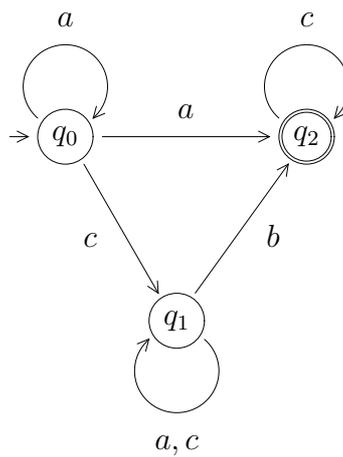
Gegeben sei die Grammatik  $\Gamma = \langle \{A, D, K, L, S\}, \{a, b, c, \neg, \vee, \wedge\}, \Pi, S \rangle$ , wobei  $\Pi$  folgende Produktionen umfaßt:

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow D \\ D &\longrightarrow L \mid L \vee D \\ K &\longrightarrow L \mid L \wedge K \\ L &\longrightarrow A \mid \neg A \\ A &\longrightarrow a \mid b \mid c \end{aligned}$$

Konstruieren Sie eine zu  $\Gamma$  äquivalente Grammatik in Chomsky-Normalform.

**Aufgabe 3** (10 Punkte)

Geben Sie zu dem abgebildeten NDEA  $\mathcal{A}$  einen regulären Ausdruck  $\gamma$  mit  $\langle \gamma \rangle = L(\mathcal{A})$  an. Stellen Sie dazu entweder das zu  $\mathcal{A}$  gehörende Gleichungssystem auf und lösen Sie dieses nach  $q_0$ , oder verwenden Sie die Kleene-Myhill Konstruktion der  $R_{i,j}^k$ -Mengen.



**Aufgabe 4** (8 Punkte)

Geben Sie Maschinenschemata an, die folgende Funktionen berechnen:

a) [4] die totale Vorgängerfunktion

$$V(x) := \begin{cases} x - 1 & \text{falls } x > 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

b) [4] die partielle Vorgängerfunktion

$$V_p(x) := \begin{cases} x - 1 & \text{falls } x > 0 \\ \text{undefiniert} & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

Beachten Sie dabei diese beiden Spezifikationen:

- Eine Berechnung führt eine Anfangskonfiguration (# $w$ ) in eine Haltekonfiguration (# $v$ ) über.
- Eine natürliche Zahl  $n$  werde *unär* codiert, d.h. durch  $n + 1$  aufeinanderfolgende Markierungen  $\underbrace{* \cdots *}_{n+1}$  auf dem Band dargestellt.

Hinweis: Sie können bei *einer* der Teilaufgaben eine Turingmaschine anstatt eines Maschinenschemas angeben.

**Aufgabe 5** (4 Punkte)

Geben Sie eine partiell rekursive Definition für folgende Funktion an:

$$x \dot{-} y := \begin{cases} x - y & \text{falls } x \geq y \\ \text{undefiniert} & \text{sonst} \end{cases}$$

Sie dürfen dazu verwenden, daß  $+$  eine partiell rekursive Funktion und  $=$  ein partiell rekursives Prädikat ist.

**Aufgabe 6** (4 Punkte)

Welche der folgenden Behauptungen über Mengen ist richtig?

- a) [2]  $A$  ist genau dann primitiv rekursiv, wenn sowohl  $A$  als auch  $\bar{A}$  primitiv rekursiv aufzählbar sind.
- b) [2]  $A$  ist genau dann rekursiv, wenn sowohl  $A$  als auch  $\bar{A}$  rekursiv aufzählbar sind.

Begründen Sie Ihre Antworten unter Verweis auf Sätze der Vorlesung.

**Aufgabe 7** (10 Punkte)

Gegeben sei das folgende LOOP<sub>2</sub>-Programm  $P$ :

$$x_2 := 1; \text{ loop } x_1 \text{ do } x_2 := 0 \text{ end}; x_1 := x_2$$

- a) [2] Welche aus der Vorlesung bekannte Funktion berechnet  $P$ ?
- b) [8] Es sei  $\beta_1$  die Belegung  $\{x_1 := 2\}$  und  $\beta_2$  die Belegung  $\{x_1 := 0\}$ . Geben Sie jeweils die Konfigurationsfolge an, welche die Anfangskonfiguration

$$\begin{pmatrix} \beta_i \\ P; \square \end{pmatrix}$$

in eine Endkonfiguration

$$\begin{pmatrix} \beta'_i \\ \square \end{pmatrix}$$

überführt. Verwenden Sie dazu die folgenden erweiterten Übergangsregeln, *nicht* diejenigen aus der Vorlesung:

- $\begin{pmatrix} \beta \\ x_i := n; P \end{pmatrix} \implies \begin{pmatrix} \beta[x_i := n] \\ P \end{pmatrix}$  für jede natürliche Zahl  $n$
- $\begin{pmatrix} \beta \\ x_i := x_j; P \end{pmatrix} \implies \begin{pmatrix} \beta[x_i := \beta(x_j)] \\ P \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} \beta \\ \text{loop } x_i \text{ do } Q \text{ end}; P \end{pmatrix} \implies \begin{pmatrix} \beta \\ \underbrace{Q; \dots; Q}_{\beta(x_i)\text{-mal}}; P \end{pmatrix}$



