Peter Schroeder-Heister / Bartosz Więckowski
Seminar: Modallogik
Sommersemester 2003

Übungsblatt 9

1. Filtrationslemma: Sei $\mathcal{M}_\Gamma = (S_\Gamma, R_\Gamma, V_\Gamma)$ ein Γ-Filtrat von $\mathcal{M} = (S, R, V)$. Wenn $A \in \Gamma$, dann gilt für alle $s \in S$:

   $\mathcal{M} \models_s A \quad$ gdw $\quad \mathcal{M}_\Gamma \models_{|s|} A.$

   Zeigen Sie den Fall $A = (B \vee C)$. (`2 Punkte`)

2. Zeigen Sie: R^g mit

   $|s|R^g_\Gamma|t| \quad$ gdw $\quad$ für alle B, $\Box B \in \Gamma$ und $\mathcal{M} \models_s \Box B$ impliziert $\mathcal{M} \models_t B$,

   ist ein Γ-Filtrat von R. (`3 Punkte`)

3. Zeigen Sie:

   Jede normale Logik Λ, die die endliche Modelleigenschaft (f.m.p.) hat, ist vollständig.

   (Ein kurzes informales Argument genügt.) (`2 Punkte`)

4. Sei $\mathcal{M} = (S, R, V)$ ein Modell und sei $\mathcal{M}' = (S, R, V')$ eine definierbare Variante von $\mathcal{M}$. Für jede Formel $A \in Fma(\Phi)$ sei A' das Ergebnis der uniformen Substitution jeder atomaren Formel p in A durch $A_{V'(p)}$, wobei $A_{V'(p)}$ in $\mathcal{M}$ die Menge $V'(p)$ definiert. Für alle Formeln A und für alle Normallogiken Λ gilt dann:

   $\mathcal{M}' \models_s A \quad$ gdw $\quad \mathcal{M} \models_s A'.$

   Zeigen Sie den Fall $A = \Box B$. (`2 Punkte`)

5. Isomorphie-Lemma: Wenn f ein Isomorphismus von $\mathcal{M}_1$ auf $\mathcal{M}_2$ ist, dann gilt für alle $A \in Fma(\Phi)$ und für alle $s \in S_1$:

   $\mathcal{M}_1 \models_s A \quad$ gdw $\quad \mathcal{M}_2 \models_{f(s)} A.$

   Zeigen Sie den Fall $A = \Diamond B$. (`2 Punkte`)

Abgabe in der Sitzung am 23. Juli 2003.