

Übungen zur Vorlesung λ -Kalkül und kombinatorische Logik

Aufgabe 1

- (a) Welche der folgenden λ -Terme besitzen eine β -Normalform, und wie sieht diese aus?
[1+1+1+2+1+3+1+1+1]
- (b) Welche der folgenden λ -Terme sind β -gleich? [3]
- i) $\lambda y.z$
 - ii) $(\lambda x.xxy)(\lambda x.xxy)$
 - iii) $(\lambda y.yy)(\lambda x.xx)$
 - iv) $(\lambda yx.xy)((\lambda z.z)y)(\lambda xz.x)$
 - v) $(\lambda x.y)x$
 - vi) $(\lambda xyz.xz)((\lambda zy.yy)z)((zz)(zz))(\lambda x.xx)$
 - vii) $(\lambda y.x)[y/x]$
 - viii) $(\lambda x.x(xy))z$
 - ix) $(\lambda x.(\lambda y.yx)z)v$

Aufgabe 2 [1+3+2+2]

Geben Sie L-Reduktionsfolgen für die folgenden Terme an:

- (a) SSS $(S \equiv \lambda x.y.z.xz(yz))$
- (b) $KK(KK)$ $(K \equiv \lambda xy.x)$
- (c) $K\Omega(K\Omega)$ $(\Omega \equiv (\lambda x.xx)(\lambda x.xx))$
- (d) $\Omega K(\Omega K)$

Aufgabe 3 [4+2]

- (a) Beweisen Sie:
 $M[N/x]$ ist in β -Normalform $\Rightarrow M$ ist in β -Normalform.
- (b) Zeigen Sie durch ein Gegenbeispiel, daß folgendes nicht gilt:
 $M[N/x]$ hat eine β -Normalform $\Rightarrow M$ hat eine β -Normalform.