

Einführung in die Logik (SS 2004)

Übungsblatt 4

1. Überprüfen Sie die folgende Satzmenge mit Hilfe des Tableauverfahrens auf wahrheitsfunktionale Konsistenz. Geben Sie die entsprechenden Fragmente von Wahrheitswertzuordnungen an, falls die Menge konsistent ist.

$$\{\neg(A \rightarrow \neg(B \vee C)), \neg(D \wedge E) \leftrightarrow \neg A, B \wedge \neg E, \neg\neg(\neg A \wedge B) \vee \neg E\} \quad (3 \text{ Punkte})$$

2. Bestimmen Sie mit Hilfe des Tableauverfahrens den wahrheitsfunktionalen Status (wahrheitsfunktional wahr, wahrheitsfunktional falsch oder wahrheitsfunktional indeterminiert) der folgenden Sätze, wobei Sie das angegebene Verfahren anwenden. (Verfahren 1: Konstruktion von maximal zwei Tableaus, Verfahren 2: Konstruktion eines vollständigen Tableaus und Ermittlung von Wahrheitswertzuordnungsfragmenten.) Geben Sie alle relevanten Fragmente an, falls das Tableau nicht schließt.

a) $\neg(X \wedge \neg(\neg Y \vee Z)) \leftrightarrow ((X \rightarrow \neg\neg Y) \rightarrow (X \rightarrow Z))$ (Verfahren 1) (3 Punkte)

b) $\neg(\neg G \vee \neg H) \rightarrow \neg((F \vee G) \wedge (F \vee H))$ (Verfahren 2) (3 Punkte)

3. Bestimmen Sie mit Hilfe des Tableauverfahrens, welche der folgenden Behauptungen wahr und welche falsch sind. Geben Sie für die falschen Behauptungen die relevanten Fragmente von Wahrheitswertzuordnungen an.

a) $\{M \rightarrow O, \neg O \rightarrow \neg M\} \models M \vee \neg O$ (3 Punkte)

b) $\emptyset \models \neg(N \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg\neg(N \wedge \neg Q)$ (3 Punkte)

4. Welche der folgenden Behauptungen sind wahr? Begründen Sie Ihr Urteil.

a) Wenn das Tableau für $\{\neg A\}$ ausschließlich offene Zweige hat, dann ist $\neg A$ wahrheitsfunktional wahr. (2, 5 Punkte)

b) Wenn das vollständige Tableau für $\{A\}$ genau einen offenen Zweig hat, dann ist A wahrheitsfunktional indeterminiert. (2, 5 Punkte)