

Aufgabe 37 (8 Punkte)

Beweisen Sie das Überführungslemma (Skript, Satz 10.10). Setzen Sie dafür eine formale Sprache mit genau den Junktoren \rightarrow und \perp und dem einzigen Quantor \forall und beliebiger Signatur voraus.

Aufgabe 38 (2+2+2 Punkte)

Seien $\phi, \psi \in \mathcal{L}$ beliebige Formeln. x eine Variable, so dass $x \notin FV(\psi)$. Zeigen Sie die folgenden Äquivalenzen:

- a) $\exists x(\psi \rightarrow \phi) \models (\psi \rightarrow \exists x\phi)$
- b) $\forall x(\phi \rightarrow \psi) \models (\exists x\phi \rightarrow \psi)$
- c) $\exists x(\phi \rightarrow \psi) \models (\forall x\phi \rightarrow \psi)$

Aufgabe 39 (2+2 Punkte)

Formen Sie folgende Formeln schrittweise in pränexer Normalform um:

- a) $\neg((\exists x\phi(x) \rightarrow (\forall y\psi(y) \rightarrow \forall x\phi(x))) \rightarrow \exists x\forall y\sigma(x, y))$
- b) $\neg\forall x(\phi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow \forall x\exists z(\delta(x, z) \rightarrow \zeta(x, z))$