

**Aufgabe 14** (2+2 Punkte)

Zeigen Sie die folgenden logischen Äquivalenzen mithilfe algebraischer Umformungen. Sie dürfen dabei die logischen Äquivalenzen aus dem Theorem über algebraische Gesetze (5.1) und  $\phi \rightarrow \psi \equiv \neg\phi \vee \psi$  verwenden. Geben Sie dabei in jedem Schritt an, welche dieser Äquivalenzen Sie verwenden. Falls Sie dabei den Substitutionssatz (Theorem 3.3) verwenden, geben Sie dies auch an.

- a)  $\phi \rightarrow (\phi \rightarrow \psi) \equiv \phi \rightarrow \psi$
- b)  $\phi \vee \psi \rightarrow \sigma \equiv (\phi \rightarrow \sigma) \wedge (\psi \rightarrow \sigma)$

**Aufgabe 15** (2+2+2 Punkte)

Konstruieren Sie für die folgenden Formeln jeweils konjunktive und disjunktive Normalformen. Verwenden Sie hierfür wieder die Theoreme 3.3, 4.3 und 5.1. Geben Sie alle Zwischenschritte der Konstruktionen an.

- a)  $\neg(p_1 \leftrightarrow p_2)$
- b)  $((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_2) \rightarrow p_2$
- c)  $(p_1 \rightarrow (p_1 \wedge \neg p_2)) \wedge (p_2 \rightarrow (p_2 \wedge \neg p_1))$

**Aufgabe 16** (2+2 Punkte)

Geben Sie jeweils ein einfaches Verfahren zur Überprüfung der folgenden Eigenschaften an, und begründen Sie, warum das Verfahren das Gewünschte leistet.

- a) Erfüllbarkeit einer Formel in disjunktiver Normalform.
- b) Allgemeingültigkeit einer Formel in konjunktiver Normalform.

**Aufgabe 17** (6 Zusatzpunkte)

Beweisen Sie mithilfe des Induktionsprinzips für natürliche Zahlen:

$$\bigwedge_{i \leq m} \phi_i \vee \bigwedge_{j \leq n} \psi_j \equiv \bigwedge_{i \leq m, j \leq n} (\phi_i \vee \psi_j)$$

Bemerkung: Sie dürfen die Ergebnisse aus dem Skript bis (ausschließlich) Lemma 5.4 anwenden. Bei Verwendung des Substitutionssatzes geben Sie bitte genau an, wie Sie ihn anwenden!

Abgabe der Aufgaben am Do. 18.11.2010 nach der Vorlesung oder als PDF im Internet.