Übungen zur Vorlesung Einführung in die Logik WS07/08

Prof. Dr. P. Schroeder-Heister **Blatt 4**

Aufgabe 1

Beweisen Sie: $\models \phi \leftrightarrow \psi$ genau dann, wenn $\models \phi \rightarrow \psi$ und $\models \psi \rightarrow \phi$.

Aufgabe 2

Zeigen Sie durch Wahrheitstafeln, daß folgende Folgerungsbehauptungen wahr sind:

(a) $A \rightarrow C, B \rightarrow C \models A \vee B \rightarrow C$

(b) $A \wedge B \rightarrow C \models (A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C)$

(c) $C \rightarrow A \vee B \;=\!\mid\models\; (C \rightarrow A) \vee (C \rightarrow B)$

(d) $A \leftrightarrow \neg B, B \leftrightarrow \neg C, C \leftrightarrow \neg D \models A \leftrightarrow \neg D$

Aufgabe 3

Formalisieren Sie das folgende Argument und überprüfen Sie, ob die Folgerungsbehauptung korrekt ist:

Jedes kontingente Seiende ist irgendwann existent geworden. Die Zeit erstreckt sich unendlich in die Vergangenheit. Wenn die Zeit sich unendlich in die Vergangenheit erstreckt, dann gilt: Wenn jedes kontingente Seiende irgendwann existent geworden ist, dann muß es eine Zeit vor der Existenz jedes kontingenten Seienden gegeben haben. Wenn es eine solche Zeit gegeben hat, dann gilt: Falls es heute kontingentes Seiendes gibt, dann hat ein kontingentes Seiendes sich selbst geschaffen oder es gibt ein notwendiges Seiendes, das ein kontingentes Seiendes geschaffen hat. Es gibt heute kontingentes Seiendes. Kein kontingentes Seiendes hat sich selbst geschaffen. Daher gibt es ein notwendiges Seiendes, das ein kontingentes Seiendes geschaffen hat.

(Sie können verkürzt argumentieren. Wieviele Zeilen hätte die Wahrheitstafel, wenn Sie schematisch alle Fälle betrachten würden?)

Aufgabe 4

Geben Sie adjunktive Normalformen an zu:

(a) $(A \wedge B \leftrightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B)$

(b) $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$

(c) $((\neg(A \rightarrow B) \vee C) \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A$