Übungen zur Vorlesung Einführung in die Logik WS07/08

Prof. Dr. P. Schroeder-Heister **Blatt 12**

Aufgabe 1

Beweisen Sie mit dem Tableauverfahren:

(a) $\exists x Px \leftrightarrow \neg\forall x \neg Px$

(b) $\exists x(Px \vee Qx) \leftrightarrow \exists x Px \vee \exists y Qy$

(c) $(\exists x Px \rightarrow \exists y Qy) \leftrightarrow \exists y(\exists x Px \rightarrow Qy)$

(d) $\exists x(Px \rightarrow C) \models \forall x Px \rightarrow C$

(e) $\exists x Px \rightarrow C \models \forall x(Px \rightarrow C)$

Aufgabe 2

Stellen Sie Tableaux zu folgenden Folgerungsbehauptungen auf. Geben Sie ein Gegenbeispiel an, falls die Folgerungsbehauptung nicht korrekt ist.

(a) $\forall x\forall y(Px \wedge (Qy \vee Ry)) \models \forall y\forall x((Px \wedge Qy) \vee (Px \wedge Ry))$

(b) $\exists x\exists y\exists z(Pxy \rightarrow Qz), \exists x\exists y(Rx \vee Qy) \models \exists u\exists v\exists w(Puv \vee \neg Qw)$

(c) $\forall x(Fx \wedge \neg(Fx \wedge Gx)), \exists x\neg Gx \wedge \neg\exists x Gx \models \neg\exists x Hx$

(d) $\forall x Px \rightarrow \exists y Ry, \exists z Qz \rightarrow \exists z Rz \models \exists z(Pz \vee Qz)$

(e) $\exists x\forall y(\neg Px \wedge \forall z(Qy \vee Rz)) \models \forall y\exists x\forall z(Px \vee \neg Qy \rightarrow Rz)$

Aufgabe 3

Bilden Sie pränexe Normalformen zu:

(a) $\forall x(Px \vee Qx) \rightarrow (\forall x Px \vee \neg\forall x Qx)$

(b) $(\forall x Pxy \rightarrow \exists z\neg Qxz) \vee \forall z Rzz$

(c) $Px \rightarrow (Py \rightarrow (Pz \rightarrow \forall x\neg\forall y\forall z Qxyz))$

(d) $((\forall x\forall y\forall z Qxyz \rightarrow Px) \rightarrow Py) \rightarrow Pz$

(e) $Px \wedge (\forall x\forall y(Fy \rightarrow Gx) \rightarrow Rx)$