Übungen zur Vorlesung Mathematischen Logik II — Blatt 6

Prof. Dr. P. Schroeder-Heister — **SS 2011**

Aufgabe 21

Geben Sie Ableitungen folgender Behauptungen in NI an. Übersetzen Sie diese Ableitung in $\lambda \rightarrow$.

1. $\alpha \to \beta \to \gamma \vdash \beta \to \alpha \to \gamma$
2. $\alpha \to \alpha \to \beta \vdash \alpha \to \beta$
3. $\alpha \to \beta \to \gamma \vdash (\alpha \to \beta) \to \alpha \to \gamma$

Aufgabe 22

Seien I, K und S folgende Kombinatoren:

- $I :\equiv \lambda x.x$
- $K :\equiv \lambda xy.x$
- $S :\equiv \lambda xyz.xz(yz)$

Zeigen Sie:

$$\lambda \to \vdash SK : (\sigma \to \tau) \to \sigma \to \sigma$$

$$\lambda \to \vdash KI : \tau \to \sigma \to \sigma$$

$$\lambda \to \nvdash SK : \tau \to \sigma \to \sigma$$

Aufgabe 23

Geben Sie zwei β-gleiche λ-Terme M und N an, so dass M in $\lambda \to$ einen Typ hat, N aber nicht.

Aufgabe 24

Sei $\varphi = \tau_1 \to \ldots \to \tau_n \to p$ eine Implikationsformel und sei p die einzige Typvariable in φ. Beweisen Sie, dass φ ein nicht-leerer Typ ist genau dann, wenn zumindest eines der τ_i's leer ist.

Aufgabe 25

Sei p die einzige aussagenlogische Variable und sei $\to$ das einzige Konnektiv in einer Tautologie φ der klassischen Aussagenlogik. Zeigen Sie, dass φ auch in der intuitionistischen Logik eine Tautologie ist.