

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Sei S ein zweistelliges Relationszeichen. Zeigen Sie: $\models \neg \exists y \forall x (S(y, x) \leftrightarrow \neg S(x, x))$.

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Formen Sie folgende Formel schrittweise in pränexer Normalform um:

$$\neg(\exists x \phi(x, y) \wedge (\forall y \psi(y) \rightarrow \phi(x, x)) \rightarrow \exists x \forall y \sigma(x, y))$$

Aufgabe 3 (2 + 2 + 2 Punkte)

Zeigen Sie in NK':

- $\vdash \forall x (\varphi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow (\forall x \varphi(x) \rightarrow \forall x \psi(x))$
- $\vdash \forall x \varphi(x) \rightarrow \neg \forall x \neg \varphi(x)$
- $\vdash \forall x (\varphi \rightarrow \psi(x)) \rightarrow \varphi \rightarrow \forall x \psi(x)$, sofern $x \notin FV(\varphi)$

Aufgabe 4 (4 Zusatzpunkte)

Beweisen Sie das Überführungs-Lemma (Skriptum 10.10).