Aufgabenblatt 5 **Modal- und Temporallogik SS 2001**
Schroeder-Heister

1. Gegeben sei eine transitive Zeitordnung. Zeigen Sie: Folgendes Paar von Formelschemata charakterisiert die Linearität ("$t_1 < t_2$ oder $t_1 = t_2$ oder $t_2 < t_1$") :

$$G(A \wedge GA \rightarrow B) \vee G(B \wedge GB \rightarrow A)$$

$$H(A \wedge HA \rightarrow B) \vee H(B \wedge HB \rightarrow A)$$

(d.h. ein transitiver Rahmen ist genau dann linear, wenn beide Formelschemata in ihm gelten). **3P.**

Hinweis: Es ist nützlich, die Formelschemata so umzuformen, daß das erste und dritte Vorkommen von G bzw. das erste und dritte Vorkommen von H durch F bzw. P ausgedrückt werden.

Diese Aufgabe korrigiert die ursprünglich in der Vorlesung gegebene Charakterisierung der Linearität (Vgl. auch Aufg. 4 von Aufgabenblatt 4).

2. Zeigen Sie:

Der kanonische Rahmen für B ist reflexiv und symmetrisch, derjenige für S4 reflexiv und transitiv, und derjenige für S5 reflexiv, symmetrisch und transitiv. **3P.**

3. Ein Rahmen $\langle W, R \rangle$ heiße verbunden, wenn gilt:

$$wRw_1 \ \& \ wRw_2 \Rightarrow (w_1 R w_2 \text{ oder } w_2 R w_1)$$

für alle $w, w_1, w_2 \in W$.

Das System S4.3 entstehe aus S4, indem man das Axiomenschema

$$\Box(\Box A \rightarrow B) \vee \Box(\Box B \rightarrow A)$$

hinzunimmt. Zeigen Sie:

a) Ein Rahmen $\langle W, R \rangle$ ist genau dann ein Rahmen für S4.3, wenn er reflexiv, transitiv und verbunden ist. **2P.**

b) Der kanonische Rahmen von S4.3 ist ein Rahmen für $S4.3$. **2P.**