Einführung in den π-Kalkül: Übungen zur Vorlesung

Michael Arndt **Blatt 3**
Universität Tübingen, WSI **SS 2004**

Aufgabe 1

Zeigen Sie, daß die Verbindungsoperation $\frown$ assoziativ ist, d.h. daß für beliebige Prozeßausdrücke $P, Q, R \in \mathcal{P}$ gilt:

$$P \frown (Q \frown R) \equiv (P \frown Q) \frown R.$$

Aufgabe 2

Leiten Sie alle möglichen Übergänge des folgenden Prozeßausdrucks her:

$$(\pi a)((a.Q_1 \parallel b.Q_2) \parallel \overline{a}.\mathbf{0}) \parallel (\overline{b}.R_1 + \overline{a}.R_2).$$

Aufgabe 3

Vervollständigen Sie den Beweis von Satz 3.2.

Aufgabe 4

Ein n-äres Semaphor $S_0^{(n)}$ ist ein Prozeß über $\mathcal{N} = \{an, ab\}$, der sicherstellen soll, daß zu keinem Zeitpunkt mehr als n Instanzen eines weiteren Prozesses gleichzeitig aktiv sein können. Jede Instanz eines solchen Prozesses muß sich durch eine erste Aktion $\overline{an}$ beim Semaphor anmelden und durch eine letzte Aktion $\overline{ab}$ abmelden. Es sind:

$$\begin{array}{lll}
S_0^{(1)} \stackrel{def}{=} an.S_1^{(1)} & S_0^{(2)} \stackrel{def}{=} an.S_1^{(2)} & S_0^{(3)} \stackrel{def}{=} an.S_1^{(3)} \\
S_1^{(1)} \stackrel{def}{=} ab.S_0^{(1)} & S_1^{(2)} \stackrel{def}{=} an.S_2^{(2)} + ab.S_0^{(2)} & S_1^{(3)} \stackrel{def}{=} an.S_2^{(3)} + ab.S_0^{(3)} \\
 & S_2^{(2)} \stackrel{def}{=} ab.S_1^{(2)} & S_2^{(3)} \stackrel{def}{=} an.S_3^{(3)} + ab.S_1^{(3)} \\
 & & S_3^{(3)} \stackrel{def}{=} ab.S_2^{(3)}
\end{array}$$

Zeigen Sie, daß $S_0^{(2)} \sim S_0^{(1)} \parallel S_0^{(1)}$ und $S_0^{(3)} \sim S_0^{(2)} \parallel S_0^{(1)}$.

Aufgabe 5

Eine Lotteriemaschine, die aus der Menge $\overline{\mathcal{N}} = \{\overline{z_1}, \ldots, \overline{z_n}\}$ genau k Beobachtungen ($1 \leq k \leq n$) ohne Wiederholung zuläßt, sei durch folgende Spezifikation beschrieben, wobei $I = \{1, \ldots, n\}$ und $X \subseteq I$.

$$Lotspec_X \stackrel{def}{=} \begin{cases} \sum_{i \in X} \overline{z_i}.Lotspec_{X \setminus \{i\}} & \text{falls } |X| > n - k \\ \mathbf{0} & \text{sonst} \end{cases}$$

Geben Sie eine Realisierung P dieser Lotteriemaschine als beschränkte Komposition eines Zählers $Count_k$ und der Verbindung von n Instanzen eines geeigneten Signalprozesses an, so daß $P \approx Lotspec_I$.