

**Aufgabe 1**

Ergänzen Sie in dem folgenden formalen Beweis alle fehlenden Informationen:

$$\frac{\frac{\frac{A}{[ ]^1} ( )}{A \wedge B} (\rightarrow B)}{\frac{C}{(\rightarrow E)^1}} \frac{A \rightarrow (B \rightarrow C)}{(\rightarrow E)^2} \frac{[ ]}{(A \wedge B \rightarrow C) \rightarrow ( )} (\rightarrow E)$$

**Aufgabe 2**

Zeigen Sie:

- a)  $A \wedge B \vdash_{NK} A \vee B$
- b)  $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash_{NK} A \wedge B \rightarrow C$
- c)  $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash_{NK} A \rightarrow C$
- d)  $A \rightarrow B, \neg B \vdash_{NK} \neg A$
- e)  $A \vee B \rightarrow C \vdash_{NK} (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)$

**Aufgabe 3**

Erweitern Sie jede der Herleitungen zu der vorherigen Aufgabe (auf möglichst einfache Weise) derart, dass alle Annahmen gelöscht werden, und geben Sie die zu den erweiterten Herleitungen gehörenden Herleitbarkeitsaussagen an. In welchen Fällen ist dies nicht eindeutig, und was ist der Grund dafür?

**Aufgabe 4**

Diskutieren Sie folgende Behauptungen über den Herleitbarkeitsbegriff in NK:

- a) Wenn  $\phi \vdash_{NK} \psi$ , dann  $\vdash_{NK} \phi \rightarrow \psi$ .
- b) Wenn  $\vdash_{NK} \phi \rightarrow \psi$ , dann  $\phi \vdash_{NK} \psi$ .

**Aufgabe 5**

Zeigen Sie, dass die de Morgan'schen Äquivalenzgesetze (im Sinne wechselseitiger logischer Folgerungen) in NK herleitbar sind:

- a)  $\neg A \wedge \neg B \vdash_{NK} \neg(A \vee B)$
- b)  $\neg(A \vee B) \vdash_{NK} \neg A \wedge \neg B$
- c)  $\neg A \vee \neg B \vdash_{NK} \neg(A \wedge B)$
- d)  $\neg(A \wedge B) \vdash_{NK} \neg A \vee \neg B$

HINWEIS: Die letzte Teilaufgabe ist deutlich schwerer als die anderen. Diskutieren Sie im Tutorium, warum das so ist.