

Aufgabe 1

Ergänzen Sie in dem folgenden formalen Beweis alle fehlenden Informationen:

$$\frac{\frac{\frac{[\quad]}{C} (\rightarrow E)^1 \quad \frac{A \quad [\quad]^1}{A \wedge B} (\rightarrow B)}{A \rightarrow (B \rightarrow C)} (\quad)^2}{(A \wedge B \rightarrow C) \rightarrow (\quad)} (\rightarrow E)$$

Aufgabe 2

Zeigen Sie:

- a) $\vdash_{\text{NK}} A \wedge B \rightarrow A \vee B$
- b) $\vdash_{\text{NK}} A \rightarrow \neg\neg A$
- c) $A \rightarrow B, \neg B \vdash_{\text{NK}} \neg A$
- d) $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash_{\text{NK}} A \rightarrow C$
- e) $\vdash_{\text{NK}} (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
- f) $A \vee B \rightarrow C \vdash_{\text{NK}} (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)$
- g) $\vdash_{\text{NK}} A \rightarrow (B \rightarrow A)$

Aufgabe 3

Diskutieren Sie folgende Behauptungen über den Herleitbarkeitsbegriff in NK:

- a) Wenn $\phi \vdash_{\text{NK}} \psi$, dann $\vdash_{\text{NK}} \phi \rightarrow \psi$.
- b) Wenn $\vdash_{\text{NK}} \phi \rightarrow \psi$, dann $\phi \vdash_{\text{NK}} \psi$.

Aufgabe 4

Geben Sie geeignete Einführungs- und Beseitigungsregeln für die Biimplikation an.

HINWEIS: Lassen Sie sich von der Äquivalenz $\phi \leftrightarrow \psi \dashv\vdash \phi \rightarrow \psi \wedge \psi \rightarrow \phi$ inspirieren.