Aufgabenblatt 11 **Logik I WS 1995/96**

Schroeder-Heister

Aufgaben zur Wiederholung

1. a) Wie kann man Aussagen charakterisieren?
   b) Von welcher grammatischen Kategorie sind "Klara", "Otto ist faul", "und", "ist rot", " "ist rot" ", "existiert"?
   c) Erläutere die Unterscheidung von Objekt- und Metasprache.
   d) Was ist der Unterschied zwischen der Verwendung und der Erwähnung von Ausdrücken?

2. a) Wann ist eine junktorenlogische Formel allgemeingültig, kontradiktorisch, konsistent, kontingent? Wann ist sie eine Tautologie?
   b) Wann ist eine geschlossene quantorenlogische Formel allgemeingültig?
   c) Wann ist eine offene quantorenlogische Formel allgemeingültig?
   d) Was bedeuten Korrektheit und Vollständigkeit des Tableaukalküls
      d1) im junktorenlogischen Fall
      d2) im quantorenlogischen Fall?

3. Formalisiere folgende Aussagen:
   a) Rauchen ist gesund oder ungesund, aber nicht beides. [Mindestens 2 Junktoren]
   b) Wenn es nicht so ist, daß es nicht regnet oder Karl zuhause ist, dann regnet es nur, wenn Karl zuhause ist. [Mindestens 5 Junktoren]
   c) Einige Westeuropäer sind keine Vegetarier. [Mindestens 1 Quantor, 2 Junktoren]
   d) Keine ungerade Zahl ist ein Vielfaches von 3. [Mindestens 1 Quantor, 2 Junktoren]
   e) Nicht alle Schwäne sind weiß. [Mindestens 1 Quantor, 2 Junktoren]
   f) Jedes Individuum hat mindestens eine Eigenschaft. [Mindestens 2 Quantoren, 1 Junktor]

4. Formalisiere folgende Folgerungsbehauptung und zeige, daß sie richtig ist:

   Wenn die Arithmetik auf die Junktorenlogik zurückgeführt werden kann, dann gibt es, falls ein Entscheidungsverfahren für letztere existiert, auch ein solches für erstere. Es existiert ein Entscheidungsverfahren für die Junktorenlogik, es gibt jedoch keines für die Arithmetik. Folglich kann die Arithmetik nicht auf die Junktorenlogik zurückgeführt werden.

5. a) Gib zu folgender Formel die "offizielle" Form (ohne Regeln der Klammerersparnis) an:
      $A \wedge B \wedge C \rightarrow (D \rightarrow E \vee F \vee G)$
   b) Warum ist $A \rightarrow B \rightarrow C$ im Sinne unserer Definition keine Formel? Welche Definition könnte man sinnvollerweise aufstellen, um $A \rightarrow B \rightarrow C$ zu einer Formel zu machen?

6. Gib Wahrheitsfeln und Tableaus zu folgenden Formeln an:
   a) $(A \rightarrow B) \wedge \neg (A \vee \neg B)$
   b) $((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow B) \rightarrow B$

7. a) Prüfe, ob gilt:
   $(A \wedge B) \rightarrow C, \neg C, A \models \neg B$ (Wahrheitstafel und Tableau)
   b) Weise durch Tableau nach:
   $\neg \exists x Pxa, \forall x(\neg Pxa \rightarrow Qxa) \models \forall x Qxa$

8. a) Bilde eine disjunktive und eine konjunktive Normalform zu $(A \rightarrow B) \rightarrow B$

   b) Drücke $(A \rightarrow B) \rightarrow B$ mit Hilfe von $\uparrow$ und mit Hilfe von $\downarrow$ aus.

9. a) Wo kommt welche Variable gebunden, wo welche frei vor?

   a1) $\forall z \forall x \exists y Pxyz \rightarrow \exists y \forall x(Pxz \wedge \forall z Qzy)$

   a2) $Px \wedge (\forall x \forall y(Fy \rightarrow Gx) \rightarrow Rx)$

   b) Forme beide Formeln in pränexe Normalform um.

10. Gib zu folgenden Formeln ein systematisch entwickeltes Tableau an bzw. skizziere es (im unendlichen Fall):

    a) $\neg \exists x \forall y Pxy$

    b) $\neg \exists x \exists y (Px \wedge \neg Py)$

    c) $\neg \forall x \exists y \exists z (Pxy \wedge Pxz \wedge Pzy)$

    Wie lautet jeweils ein Gegenbeispiel?