Aufgabe 1 (3 Punkte)

Ein Term M heiße *minimal* hinsichtlich β-Reduktion genau dann, wenn für alle Terme N gilt: Wenn $M \rhd_\beta N$, dann $M \equiv_\alpha N$.

Zeigen Sie, daß zwar alle β-Normalformen minimal sind, aber nicht alle minimalen Terme β-Normalformen sind.

Aufgabe 2 (2 + 2 + 2 + 3 Punkte)

Geben Sie Kombinatoren **B**, **W**, **X** und **Z** an, die folgende intuitive Gleichungen erfüllen:

(a) $\mathbf{B}xyz =_\beta x(yz)$

(b) $\mathbf{W}xy =_\beta xyy$

(c) $\mathbf{X}xy =_\beta \mathbf{X}yx$

(d) $\mathbf{Z}x =_\beta y\mathbf{Z}$

Zeigen Sie, daß Ihre Kombinatoren das gewünschte Verhalten aufweisen, indem Sie die Terme $\mathbf{B}MNO$, $\mathbf{W}MN$, $\mathbf{X}MN$ sowie $\mathbf{Z}MNO$ reduzieren.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Geben Sie einen Paarkombinator $\mathbf{P}$ und Projektionskombinatoren $\mathbf{P_1}$ und $\mathbf{P_2}$ an, so daß folgende intuitive Gleichungen erfüllt sind:

- $\mathbf{P_1}(\mathbf{P}xy) =_\beta x$
- $\mathbf{P_2}(\mathbf{P}xy) =_\beta y$

Hinweis: Damit die beiden Projektionen die in einem Paar zusammengefaßten Terme wieder unterscheiden können, muß der Paarkombinator diese weiterhin unabhängig voneinander bereitstellen. Daher darf er seine Argumente keinesfalls applikativ kombinieren.