

Aufgabe 1 (2+3+3 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle λ -Terme P, Q, R folgendes gilt:

(a) $\lambda\beta \vdash \mathbf{K}PQ = P$

(b) $\lambda\beta \vdash \mathbf{S}PQR = PR(QR)$

(c) $\lambda\beta \vdash \mathbf{Y}x = x(\mathbf{Y}x)$

Welche dieser Gleichungen sind auch in $\lambda\beta_{\triangleright}$ herleitbar?

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle λ -Terme M, N gilt: Wenn $M \triangleright_{1\beta} N$, dann $\lambda\beta_{\triangleright} \vdash M = N$.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle λ -Terme M, N gilt: Wenn $\lambda\beta_{\triangleright} \vdash M = N$, dann $M \triangleright_{\beta} N$.

Aufgabe 4 (4 Zusatzpunkte)

Geben Sie einen Kombinator **IsE** an, der den Test auf Gleichheit für Church-Ziffern realisiert. Es soll also gelten:

$$\mathbf{IsE} \underline{m} \underline{n} =_{\beta} \begin{cases} \underline{1} & \text{falls } m = n \\ \underline{0} & \text{sonst} \end{cases}$$

Hinweis: Ermitteln Sie auf geeignete Weise die Differenz von m und n , und überprüfen Sie diese auf Null.