

Aufgabe 1

- (a) Zeigen Sie, dass die Folgerungsbehauptung $\exists x \forall y R(x, y) \models \forall y \exists x R(x, y)$ gilt.
- (b) Zeigen Sie durch Angabe eines Gegenmodells, dass die Umkehrung

$$\forall y \exists x R(x, y) \models \exists x \forall y R(x, y)$$

nicht gilt.

Aufgabe 2

Gelten die folgenden Folgerungsbehauptungen? Begründen Sie.

- (a) $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \models \exists x (P(x) \wedge Q(x))$
- (b) $\forall x \exists y \forall z S(x, y, z) \models \forall z \forall x \exists y S(x, y, z)$

Aufgabe 3

Ist die Formel

$$(\forall x \forall y \exists z_1 S(y, x, z_1) \rightarrow \neg \exists z_2 \forall x R(z_2, x)) \leftrightarrow (\neg \exists z_2 \forall x R(z_2, x) \rightarrow \neg \forall x \forall y \exists z_1 S(y, x, z_1))$$

allgemeingültig? Geben Sie eine möglichst einfache Begründung an.

Aufgabe 4

Zeigen Sie:

- (a) $\models \neg \exists x P(x) \leftrightarrow \forall x \neg P(x)$
- (b) $\models \forall x P(x) \leftrightarrow \neg \exists x \neg P(x)$
- (c) $\models (P(y) \rightarrow \forall x Q(x)) \leftrightarrow \forall x (P(y) \rightarrow Q(x))$