

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Wir betrachten die Formel

$$\forall x(\exists z\forall yP(g(f(x,x)),h(y,z),b) \rightarrow \forall zQ(f(z,x)))$$

- (a) Geben Sie einen Strukturbaum für die Formel an. (5 Punkte)
- (b) Geben Sie zu jeder im Strukturbaum vorkommenden Formel die Menge der freien Variablen sowie die Menge der gebundenen Variablen an. (3 Punkte)

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Seien ρ, σ, ϑ Substitutionen und ε die leere Substitution. Beweisen Sie:

- (a) $\rho\varepsilon = \varepsilon\rho = \rho$. (2 Punkte)
- (b) $(\rho\sigma)\vartheta = \rho(\sigma\vartheta)$. (3 Punkte)
- (c) $(t\rho)\sigma = t(\rho\sigma)$, für alle Terme t . (5 Punkte)

Bemerkung: Für Kompositionen von Substitutionen ist die im Skript angegebene Definition 3.11 zu verwenden.

Aufgabe 3 (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Komposition von Substitutionen nicht kommutativ ist (also $\sigma\tau = \tau\sigma$ nicht für beliebige Substitutionen σ, τ gilt).