Mathematische Logik I – Übungsaufgaben

Blatt 4

Dr. Michael Arndt

WS 2014/15

Aufgabe 1 (2+2 Punkte)

Zeigen Sie die folgenden logischen Äquivalenzen indem Sie sukzessive algebraischer Umformungen anwenden. Geben Sie dabei in jedem Schritt an, welche der im Skript genannten logischen Äquivalenzen Sie verwenden. Falls Sie dabei den Substitutionssatz verwenden, geben Sie dies auch an.

a) $\phi \to (\psi \to \chi) \dashv\models \phi \wedge \psi \to \chi$

b) $\phi \vee \psi \to \chi \dashv\models (\phi \to \chi) \wedge (\psi \to \chi)$

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Konstruieren Sie nach dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren eine Formel, die den Junktor \$, welcher durch folgende Wahrheitstafel gegeben ist, durch die Junktoren $\wedge$, $\vee$, $\neg$ und $\bot$ ausdrückt:

ϕ_3	ϕ_2	ϕ_1	$\$(\phi_1, \phi_2, \phi_3)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Aufgabe 3 (2+3 Punkte)

Beweisen Sie:

a) *Die Menge* $\{|\}$ *ist funktional vollständig.*

b) *Die Menge* $\{\wedge, \leftrightarrow\}$ *ist nicht funktional vollständig.*

Hinweis: Bei dem Junktor "|" handelt es sich um die Exklusion (Sheffer-Strich, NAND).

Aufgabe 4 (2+2 Punkte)

Konstruieren Sie für die folgenden Formeln jeweils kunjunktive und disjunktive Normalformen. Geben Sie alle Zwischenschritte der Konstruktionen an.

a) $\neg(p_1 \leftrightarrow p_2)$

b) $((p_1 \to p_2) \to p_2) \to p_2$