

Übungen zur Vorlesung Mathematische Logik II

Prof. Dr. P. Schroeder-Heister

Blatt 6

Im folgenden bedeute \vdash immer Ableitbarkeit in der intuitionistischen Logik.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zeigen Sie, daß es keine Formel ϕ aus Atomen p und q gibt, in der \vee nicht vorkommt, mit $\vdash \phi \leftrightarrow p \vee q$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeigen Sie: Wenn \rightarrow nicht in ϕ vorkommt, dann ist $\not\vdash \phi$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Es komme \wedge nicht in ϕ vor, und es seien p und q verschiedene Atome. Zeigen Sie: Wenn $\phi \vdash p$ und $\phi \vdash q$, dann $\phi \vdash \perp$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Eliminieren Sie das maximale Segment $\sigma \vee \tau$ aus folgender Herleitung:

$$\frac{\frac{\frac{\mathcal{D}_1}{\exists y \phi_1(y)} \quad \frac{\frac{\mathcal{D}_2}{\exists x \phi_2(x)} \quad \frac{\mathcal{D}_3}{\frac{\sigma}{\sigma \vee \tau}}}{\sigma \vee \tau}}{\sigma \vee \tau} \quad [\sigma] \quad [\tau]}{\rho} \quad \mathcal{D}_4 \quad \mathcal{D}_5$$