

Aufgabe 1 (1+2+2+3+2 Punkte)

Geben Sie alle Teilterme, freien und gebundenen Variablen der folgenden λ -Terme an:

(a) $\lambda y.z$

(b) $(\lambda y.yy)(\lambda x.xx)$

(c) $(\lambda yx.xy)((\lambda z.z)y)(\lambda xz.x)$

(d) $(\lambda xyz.xz)((\lambda zy.yy)z)((zz)(zz))$

(e) $(\lambda y.x)[y/x]$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Es sei $\mathbf{len}(M)$ die Anzahl der Zeichen, aus denen der Term M besteht. Beweisen Sie durch Induktion über den Termaufbau, daß für alle λ -Terme M gilt: $|FV(M)| \leq \mathbf{len}(M)$.

Aufgabe 3 (2 Punkte)

Geben Sie λ -Terme M, N an, so daß $(\lambda x.M)[N/x] \neq (\lambda x.M[N/x])$.

Aufgabe 4 (4 Zusatzpunkte)

Zeigen Sie, daß für alle λ -Terme M, N, O gilt: $(M[N/x])[O/x] \equiv M[(N[O/x])/x]$.