Übungen zur Vorlesung Mathematische Logik II SS 08

Prof. Dr. P. Schroeder-Heister **Blatt 5**

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Zeigen Sie, daß die folgenden Funktionen primitiv rekursiv sind, indem Sie sie durch die Ausgangsfunktionen, Komposition und primitive Rekursion ausdrücken:

a) $f_1(x) = 3 \cdot x$

b) $f_2(x) = x!$

c) $f_3(x, y) = x^y$

d) $f_4(x, y) = \max(x, y)$

e) $f_5(x, y, z) = \max(x, y, z)$

Aufgabe 2 (2+4 Punkte)

Die Funktion $h : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ sei wie folgt definiert:

$$h(x, y) = \frac{(x + y)(x + y + 1)}{2} + x$$

a) Zeigen Sie, daß h bijektiv ist.

b) Definieren Sie primitiv rekursive Funktionen $h_1, h_2 : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$, so daß gilt:

- $h_1(h(x, y)) = x$
- $h_2(h(x, y)) = y$
- $h(h_1(z), h_2(z)) = z$