

**Aufgabe 1** (1+2+2+3 Punkte)

Schreiben sie folgende  $\lambda$ -Terme mit allen Klammern auf. Geben Sie sodann alle Teilterme, freien und gebundenen Variablen an.

(a)  $\lambda x.(zy)$

(b)  $(\lambda x.xy)(\lambda y.yx)$

(c)  $(\lambda yx.xy)((\lambda z.z)y)(\lambda xz.x)$

(d)  $(\lambda xyz.xz)((\lambda zy.yy)z)((zz)(zz))$

**Aufgabe 2** (3 Punkte)

Beweisen Sie (durch Induktion über den Termaufbau), daß jeder  $\lambda$ -Term ebenso viele öffnende wie schließende Klammern besitzt.

Bemerkung: Diese Aussage ist offensichtlich trivial. Ziel der Aufgabe ist es, einen sauberen Beweis über den Aufbau von  $\lambda$ -Termen zu führen.

**Aufgabe 3** (2 Punkte)

Geben Sie  $\lambda$ -Terme  $M$  und  $N$  an, so daß  $(\lambda x.M)[N/x] \neq (\lambda x.M[N/x])$ .

**Aufgabe 4** (3 Punkte)

Beweisen Sie, daß  $\equiv_\alpha$  eine Äquivalenzrelation ist.

**Aufgabe 5** (6 Zusatzpunkte)

Beweisen Sie, daß für alle  $\lambda$ -Terme  $M, N, O$  gilt:  $(M[N/x])[O/x] \equiv M[(N[O/x])/x]$ .