

## Aufgabe 1

Formalisieren Sie folgende Aussagen:

- Wenn es Schwäne gibt, die nicht weiß sind, dann sind nicht alle Schwäne weiß.
- Alle Sterne, die zur Galaxis gehören, kreisen um das Galaktische Zentrum.
- Jede gerade Zahl ist durch 2 teilbar.

## Aufgabe 2

Finden Sie den Fehler in diesem Schluß:

*Nichts ist besser als ein reines Gewissen. Trocken es Brot ist besser als nichts.  
Also ist trockenes Brot besser als ein reines Gewissen.*

HINWEIS: Formalisieren Sie den Schluß, und überprüfen Sie die semantischen Bedingungen.

## Aufgabe 3

Bestimmen Sie in den folgenden Formeln für alle Variablenvorkommen, ob sie frei oder gebunden sind:

- $\forall xPxy \vee Qx$
- $\forall xPxy \rightarrow \forall xQx$
- $\exists x(Qx \rightarrow \forall yPxy) \vee \forall x\neg(Qx \wedge Pxy)$

Benennen Sie anschließend in allen Formeln alle gebundenen Variablen so um, daß jeder Quantor eine eigene Variable besitzt und keine gebundene Variable auch frei vorkommt.

## Aufgabe 4

Bestimmen Sie das Ergebnis folgender Substitutionen, sofern dies möglich ist:

- $\exists x(Pxy \rightarrow Qy)[y/a]$
- $\exists x(Pxy \rightarrow Qy)[x/a]$
- $\exists x(Pxy \rightarrow Qy)[y/x]$

## Aufgabe 5

Zeigen Sie:

- $\models \neg\exists xPx \leftrightarrow \forall x\neg Px$
- $\models \exists x(Px \vee Qx) \leftrightarrow \exists xPx \vee \exists xQx$
- $\models (\exists xPx \rightarrow R) \leftrightarrow \forall x(Px \rightarrow R)$

## Aufgabe 6

Geben Sie zu folgenden Formeln pränex Normalformen an:

- $(\forall xPxy \rightarrow \exists z\neg Qxz) \vee \forall zRzz$
- $\forall x(Px \vee Qx) \rightarrow (\forall xPx \vee \neg\forall xQx)$
- $Px \wedge (Py \vee (Pz \rightarrow \forall x\neg\forall y\forall zQxyz))$