

## Übungen zur Vorlesung $\lambda$ -Kalkül und kombinatorische Logik

### Aufgabe 1

$Y$  sei der Fixpunktkombinator  $\lambda x.(\lambda y.x(yy))(\lambda y.x(yy))$ . Warum gilt *nicht*:  $Yx \triangleright_{\beta} x(Yx)$ ?

### Aufgabe 2

Sei  $D$  der Fallunterscheidungskombinator  $\lambda xyz.z(Ky)x$ . Berechnen Sie die Normalformen der Terme  $DMN\bar{0}$  und  $DMN\underline{k+1}$ .

### Aufgabe 3

(a) Berechnen Sie die Normalformen der folgenden Terme:

i)  $\lambda x.\lambda y.((\underline{2}x)((\underline{3}x)y))$

ii)  $\lambda x.\underline{2}(\underline{3}x)$

iii)  $\underline{3}\underline{2}$

(b) Zeigen Sie:

i)  $\lambda x.\lambda y.((\underline{m}x)((\underline{n}x)y)) =_{\beta} \underline{m+n}$

ii)  $\lambda x.\underline{m}(\underline{n}x) =_{\beta} \underline{m \cdot n}$

iii)  $\underline{n}\underline{m} =_{\beta} \underline{m^n}$

(c) Geben Sie entsprechende Kombinatoren  $+$ ,  $*$  und  $\#$  für die Addition, Multiplikation und Exponentiation von Church-Ziffern an. D.h. es soll gelten:

$$+ \underline{m}\underline{n} =_{\beta} \underline{m+n}, \quad * \underline{m}\underline{n} =_{\beta} \underline{m \cdot n}, \quad \# \underline{m}\underline{n} =_{\beta} \underline{m^n}$$