

Aufgabe 1 (4 Punkte)

In dem Modell $\mathcal{M} = \langle Z, \mathbf{r}, \mathbf{u} \rangle$ sei für die Programme α und β erfüllt, daß $\mathbf{r}(\alpha) \subseteq \mathbf{r}(\beta)$. Zeigen Sie, daß für alle Formeln ϕ gilt:

$$\mathcal{M} \models [\beta]\phi \rightarrow [\alpha]\phi$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeigen Sie, daß folgende Formeln in allen Modellen gelten:

(a) $[\alpha; \beta]\phi \leftrightarrow [\alpha][\beta]\phi$

(b) $\langle \alpha \rangle \phi \rightarrow \langle \alpha^* \rangle \phi$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Der Konversoperator $-$ erweitert die Sprache der DAL in folgender Weise:

- Wenn α ein Programm ist, dann auch α^- .

Die Semantik der DAL wird um folgende Klausel erweitert:

- $\mathbf{r}(\alpha^-) = (\mathbf{r}(\alpha))^-$

Zeigen Sie, daß folgende DAL^- -Formeln in allen Modellen gültig sind:

(a) $[(\alpha + \beta)^-]\phi \leftrightarrow [(\alpha^- + \beta^-)]\phi$

(b) $[(\alpha; \beta)^-]\phi \leftrightarrow [(\beta^-; \alpha^-)]\phi$

(c) $\langle \alpha^{-} \rangle \phi \leftrightarrow \langle \alpha \rangle \phi$

(d) $\phi \rightarrow [\alpha]\langle \alpha^- \rangle \phi$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Zeigen Sie, daß in DAL die Regel

$$\frac{\phi \rightarrow \psi}{\langle \alpha \rangle \phi \rightarrow \langle \alpha \rangle \psi}$$

eine zulässige Schlußregel ist.