CAPITOLO 4
ALCUNE TEORIE ALTERNATIVE

4.1. Il principio di armonia riformulato

4.1.0. Si è già accennato che, come risulta dalle osservazioni di Schroeder-Heister (1982), la regola schematica di eliminazione proposta da Prawitz non è sufficiente a ricavare l'usuale ($\rightarrow E$)-regola, perché tutto quanto si può ottenere è $<\alpha \rightarrow \beta, [\alpha \rightarrow \beta]\ \gamma> \Rightarrow \gamma$, che è più debole del modus ponens. Schroeder-Heister nota che se si vuole mantenere il principio secondo cui mediante la E-regola deve potersi derivare da $\alpha \rightarrow \beta$ tutto ciò che è derivabile dalle premesse della corrispondente I-regola — ossia dalla derivazione di β a partire da α — senza incorrere nella difficoltà vista sopra, dobbiamo rinunciare a considerare equivalenti tale derivazione e l'enunciato $\alpha \rightarrow \beta$. La sua proposta è allora quella di interpretare l'assunzione-derivazione come una *regola* che consente di passare da α a β, utilizzando la notazione $\alpha \Rightarrow \beta$. La ($\rightarrow E$)-regola assumerebbe allora la forma

$$<\alpha \rightarrow \beta, [\![\alpha \Rightarrow \beta]\!]\ \gamma> \Rightarrow \gamma$$

da cui è derivabile il modus ponens, come segue:

$$<\alpha \rightarrow \beta, <[\![\alpha \Rightarrow \beta]\!]_{(1)}, \alpha> \Rightarrow \beta> \Rightarrow {}_{(1)}\beta$$

(dove le parentesi $[\![\ ]\!]$ stanno ad indicare che le regole vengono scaricate a livello metateorico).

Questa proposta viene articolata in una teoria generale che si basa su un calcolo generalizzato della deduzione naturale in cui è possibile assumere come premesse e scaricare regole, oltre che formule (cfr. Schroeder-Heister (1981) e (1984)). Per brevità, nel seguito ci limiteremo a considerare il calcolo proposizionale.

4.1.1. L'idea portante della teoria per le costanti logiche proposizionali formulata da Schroeder-Heister è quella di considerare le regole come alberi finiti (di formule) crescenti verso l'alto, che possono essere usati come assunzioni e scaricati dall'applicazione di altre regole che a loro volta possono figurare come assunzioni. In questa prospettiva, una formula diventa il caso limite di una regola, essendo pensabile come il risultato dell'applicazione di una regola senza premesse che ha proprio la formula come conclusione. Ciò suggerisce una strutturazione gerarchica delle regole secondo la loro *livello*, nel modo seguente:

(1) le formule sono regole di livello 1;

(2) le regole che non scaricano assunzioni sono regole di livello 2;

(3) le regole che scaricano formule (regole di livello 1) sono regole di livello 3;

(4) le regole che scaricano regole di livello 2 sono regole di livello 4;

$\ldots \quad \ldots$

Definiamo ora queste idee in modo più preciso.

DEFINIZIONE 1.1. Una *regola* è un albero finito di formule crescente verso l'alto. La lunghezza del ramo più lungo dell'albero costituisce il *livello* della regola.
Nel seguito, useremo α, β, γ,... come variabili sintattiche per formule; ρ come variabile sintattica per regole, e Γ, Δ,... come variabili sintattiche per liste di regole, dove una lista è una successione lineare di segni detti i membri della lista. La notazione $\Gamma \Rightarrow \alpha$ indica la regola che permette di inferire α assumendo le regole presenti in Γ.

DEFINIZIONE 1.2. Una *sottoregola* è definita nel modo seguente. Regole di livello ≤ 2 hanno solo se stesse come sottoregole. Una regola

$<\Gamma'_1 \Rightarrow \beta_1,\ldots,\Gamma'_n \Rightarrow \beta_n> \Rightarrow \alpha$

è una sottoregola di

$<\Gamma_1 \Rightarrow \beta_1,\ldots,\Gamma_n \Rightarrow \beta_n> \Rightarrow \alpha$

se per ogni i $(1 \leq i \leq n)$, Γ'_i è ottenuta da Γ_i mediante un numero arbitrario di omissioni, duplicazioni e riordinamenti dei suoi membri, o mediante la sostituzione di tali membri con sottoregole di essi.
L'applicazione di una sottoregola può essere considerata equivalente ad un'applicazione della regola stessa.

DEFINIZIONE 1.3. Una *funzione di scarico* per un albero finito di formule $\mathfrak{T}$ è una funzione f definita sull'insieme delle occorrenze di formule di $\mathfrak{T}$ tale che $f(\alpha)$ è la stessa α o un'occorrenza di formula sotto α. f è così definita: $f(\alpha) = \beta$, dove β è

(1) la premessa dell'applicazione della regola $\mathbb{R}$ in corrispondenza della quale α, o la regola che ha α come conclusione, viene scaricata, se una tale $\mathbb{R}$ esiste;

(2) la formula finale di $\mathfrak{T}$, altrimenti; in questo caso la regola-assunzione che si conclude con α non viene scaricata.

DEFINIZIONE 1.4. Una *derivazione* è una coppia $(\mathfrak{T}, f)$ che consiste di un albero finito di formule $\mathfrak{T}$ e di una funzione di scarico f per $\mathfrak{T}$.

Come risulta da questa definizione, le regole-assunzioni che vengono usate in una derivazione e che dunque giustificano i suoi passi inferenziali, non sono considerate parte della derivazione stessa. Ciò si conforma all'idea che i commenti che specificano quali regole vengano applicate in un particolare passo inferenziale appartengano al metalinguaggio.

DEFINIZIONE 1.5. g è una *assegnazione di regole* per una derivazione $(\mathfrak{T}, f)$ sse g associa ad ogni occorrenza di formula α di $\mathfrak{T}$ una regola $g(\alpha)$ tale che α può essere considerata la conclusione di un'applicazione di $g(\alpha)$ (o di qualsiasi regola di cui $g(\alpha)$ è una sottoregola). g è così definita: se α è una formula iniziale, $g(\alpha) = \alpha$; se α occorre in $\mathfrak{T}$ come

$<\beta_1,...,\beta_n> \Rightarrow \alpha$

allora $g(\alpha)$ è

$<\Gamma_1 \Rightarrow \beta_1,...,\Gamma_n \Rightarrow \beta_n> \Rightarrow \alpha$

dove per ogni i $(1 \leq i \leq n)$ Γ_i contiene esattamente le regole $g(\gamma)$ per ogni γ tale che $f(\gamma) = \beta_i$.

Finora non abbiamo fatto riferimento alla nozione di *regola fondamentale*. Le regole sono fondamentali quando costituiscono il concetto di derivabilità in un calcolo, allo stesso modo in cui gli assiomi sono le formule fondamentali di un sistema formale. Nel seguito assumeremo che certe regole possano essere distinte come fondamentali.

DEFINIZIONE 1.6. Una derivazione $(\mathfrak{T}, f)$ avente α come formula finale è una *derivazione di* α *da* Δ sse esiste un'assegnazione di regole g per $(\mathfrak{T}, f)$ tale che per ogni occorrenza di formula β di $\mathfrak{T}$, se $f(\beta) = \alpha$, allora $g(\beta)$ è una sottoregola di un membro di Δ o di una regola fondamentale. α è derivabile da Δ $(\Delta \vdash \alpha)$ sse esiste una derivazione di α da Δ.

Data una regola ρ della forma $<\rho_1,...,\rho_n> \Rightarrow \alpha$, denotiamo con $(\rho)_1$ il sistema $\rho_1,...,\rho_n$ delle premesse di ρ, e con $(\rho)_2$ la conclusione α. $(\rho)_1$ è vuoto se ρ è una regola di livello 1. Useremo inoltre $\Gamma \vdash \rho$ come abbreviazione per $\Gamma, (\rho)_1 \vdash (\rho)_2$. $\Gamma \vdash \Delta$ significa che $\Gamma \vdash \rho$ per ogni membro ρ di Δ. $\Gamma \dashv \vdash \Delta$ significa che $\Gamma \vdash \Delta$ e $\Delta \vdash \Gamma$.

DEFINIZIONE 1.7. Una regola $<\Gamma_1 \Rightarrow \beta_1,...,\Gamma_n \Rightarrow \beta_n> \Rightarrow \alpha$ è derivabile da una lista di regole Γ se per ogni Δ vale: se per ogni i $(1 \leq i \leq n)$ $\Gamma, \Delta, \Gamma_i \vdash \beta_i$, allora $\Gamma, \Delta \vdash \alpha$.

Abbiamo definito la derivabilità per regole facendo riferimento alla derivabilità per formule: in tal modo la derivabilità di una regola può essere stabilita mediante una procedura che trasforma derivazioni in altre derivazioni. I lemmi successivi conducono a dimostrare che la derivabilità di una regola si può stabilire mediante un'unica derivazione, e che quindi possiamo identificare $\Gamma \vdash \rho$ con la derivabilità di ρ da Γ.

LEMMA 1.8. Se $\Gamma \vdash \alpha$, allora $\Gamma, \Delta \vdash \alpha$. $\square$

LEMMA 1.9. $\rho \vdash \rho$, ovvero ρ, $(\rho)_1 \vdash (\rho)_2$.

Dimostrazione. Per induzione sul livello di ρ. Sia $l(\rho)$ = 1: allora abbiamo $\alpha \vdash \alpha$, che vale banalmente. Se $l(\rho) = 2$, deve valere $<\beta_1,...,\beta_n> \Rightarrow \alpha$, $\beta_1,...,\beta_n \vdash \alpha$, che è anch'esso banale. Sia $l(\rho) = m > 2$: in questo caso ρ è della forma $<\Gamma_1 \Rightarrow \beta_1,...,\Gamma_n \Rightarrow \beta_n> \Rightarrow \alpha$. Per ipotesi di induzione, vale che per ogni i, $\Gamma_i \Rightarrow \beta_i$, $\Gamma_i \vdash \beta_i$ (perché $\Gamma_i \Rightarrow \beta_i$ è di livello < m), e per il lemma 1.8. abbiamo $(\rho)_1$, $\Gamma_i \vdash \beta_i$ per ogni i. Da ciò otteniamo una derivazione di α da $(\rho)_1$ e ρ, per applicazione di ρ. □

LEMMA 1.10. Se $\Delta \vdash \rho$ e Δ, $\rho \vdash \gamma$, allora $\Delta \vdash \gamma$.

Dimostrazione. Per induzione sul livello di ρ. Se $l(\rho) = 1$, dobbiamo dimostrare che se $\Delta \vdash \alpha$ e $\Delta, \alpha \vdash \gamma$ allora $\Delta \vdash \gamma$, che vale banalmente. Se $l(\rho) = 2$, deve valere che se $\Delta, \beta_1,...,\beta_n \vdash \alpha$ e Δ, $<\beta_1,...,\beta_n> \Rightarrow \alpha \vdash \gamma$, allora $\Delta \vdash \gamma$. Per mostrare ciò è sufficiente sostituire ad ogni applicazione di $<\beta_1,...,\beta_n> \Rightarrow \alpha$ nella derivazione di γ da Δ e $<\beta_1,...,\beta_n> \Rightarrow \alpha$ con la derivazione di α da Δ e $\beta_1,...,\beta_n$. Sia $l(\rho) = m > 2$: in questo caso ρ è della forma $<\Gamma_1 \Rightarrow \beta_1,...,\Gamma_n \Rightarrow \beta_n> \Rightarrow \alpha$, dove almeno un Γ_i non è vuoto. Abbiamo le seguenti ipotesi del lemma: (1) $\Delta, \Gamma_1 \Rightarrow \beta_1,...,\Gamma_n \Rightarrow \beta_n \vdash \alpha$; (2) Δ, $<\Gamma_1 \Rightarrow \beta_1,...,\Gamma_n \Rightarrow \beta_n> \Rightarrow \alpha \vdash \gamma$. La (2) è una derivazione $(\mathfrak{T}, f)$ di cui consideriamo una occorrenza iniziale di α tale che α sia la conclusione di una applicazione di ρ (ossia, $f(\alpha) = \gamma$ e $g(\alpha)$ è una sottoregola di ρ per un'assegnazione g a $(\mathfrak{T}, f)$). Allora ci sono derivazioni di β_i da Δ, Γ_i e Δ_i per ogni i, dove le Δ_i sono liste di assunzioni che vengono scaricate in $(\mathfrak{T}, f)$ per applicazione di regole sotto α. Ossia, abbiamo Δ, Γ_i, $\Delta_i \vdash \beta_i$, che equivale a (*) $\Delta, \Delta_i \vdash \Gamma_i \Rightarrow \beta_i$. Per ipotesi di induzione, abbiamo: per $l < m$, il lemma vale. Per ogni i, $\Gamma_i \Rightarrow \beta_i$ è una regola avente livello < m; applichiamo quindi n volte l'ipotesi di induzione a (*) e a (1), e otteniamo $\Delta, \Delta_i \vdash \alpha$. Sostituiamo ora questa derivazione di α all'applicazione in questione di ρ in $(\mathfrak{T}, f)$ (ossia in (2)): otteniamo una derivazione $(\mathfrak{T}', f')$ di γ da Δ e ρ che ha un'applicazione di ρ in meno rispetto a $(\mathfrak{T}, f)$. (Le Δ_i vengono scaricate in $(\mathfrak{T}', f)$ sotto la α considerata in $(\mathfrak{T}, f)$.) In tal modo, reiterando questa procedura, riduciamo il numero delle applicazioni di ρ e lo conduciamo a zero. □

LEMMA 1.11. $<\Gamma_1 \Rightarrow \beta_1,...,\Gamma_n \Rightarrow \beta_n> \Rightarrow \alpha$ è derivabile da Γ sse Γ, $\Gamma_1 \Rightarrow \beta_1,...,\Gamma_n \Rightarrow \beta_n \vdash \alpha$ (più brevemente: ρ è derivabile da Γ sse Γ, $(\rho)_1 \vdash (\rho)_2$).

Dimostrazione. [$\Rightarrow$] Supponiamo che $<\Gamma_1 \Rightarrow \beta_1,...,\Gamma_n \Rightarrow \beta> \Rightarrow \alpha$ sia derivabile da Γ. Per la definizione 1.7., ciò equivale a dire che per ogni Δ e i $(1 \leq i \leq n)$, se $\Gamma, \Delta, \Gamma_i \vdash \beta_i$, allora Γ, $\Delta \vdash \alpha$. Poiché ciò deve valere per ogni Δ, vale anche l'implicazione seguente: se (per ogni i) Γ, $\Gamma_1 \Rightarrow \beta_1,...,\Gamma_n \Rightarrow \beta_n \vdash \beta_i$, allora Γ, $\Gamma_1 \Rightarrow \beta_1,...,\Gamma_n \Rightarrow \beta_n \vdash \alpha$. Ora, per i lemmi 1.8. e 1.9., la premessa di quest'implicazione vale, per cui otteniamo Γ, $\Gamma_1 \Rightarrow \beta_1,...,\Gamma_n \Rightarrow \beta_n \vdash \alpha$. [$\Leftarrow$] Sia Γ, $\Gamma_1 \Rightarrow \beta_1,...,\Gamma_n \Rightarrow \beta_n \vdash \alpha$, e sia (per ogni $i \leq n$) Γ, $\Delta \vdash \Gamma_i \Rightarrow \beta_i$ (antecedente della definizione 1.7.). Per il lemma 1.8., abbiamo (*) Γ, $\Delta, \Gamma_1 \Rightarrow \beta_1,...,\Gamma_n \Rightarrow \beta_n \vdash \alpha$, e applicando ora n volte il lemma 1.10., eliminiamo $\Gamma_i \Rightarrow \beta_i$ (per ogni i) in

(*). In tal modo otteniamo $\Gamma, \Delta \vdash \alpha$, ossia, per la definizione 1.7., <$\Gamma_1 \Rightarrow \beta_1$,...,$\Gamma_n \Rightarrow \beta_n$> $\Rightarrow \alpha$ è derivabile da Γ. $\square$

4.1.2. Possiamo ora impiegare i concetti sopra definiti per descrivere un linguaggio per una logica proposizionale generalizzata in cui il significato degli operatori logici è fissato mediante una forma standard per le loro regole fondamentali. La giustificazione di questa forma standard è data proprio dal fatto che le regole che hanno questa forma danno il significato degli operatori coinvolti. Il merito dell'approccio di Schroeder-Heister consiste nel non aver lasciato quest'idea nel vago, e nell'avere invece proposto una controparte precisa della nozione di significato, consentendo così di provare il teorema fondamentale 2.3.

Assumiamo che siano dati infiniti *operatori enunciativi* e *lettere enunciative* per formule atomiche, con S e S' come variabili sintattiche per operatori. L'insieme delle *formule* è così definito:
(1) le lettere enunciative sono formule atomiche;
(2) le espressioni $S\alpha_1$,...,α_n sono formule se α_1,...,α_n sono formule e S è un operatore n-ario.
Assumiamo inoltre che siano date infinite *lettere schematiche* per formule, con A, B, C come variabili sintattiche per lettere schematiche. Le *formule schematiche* sono così definite:
(1) le lettere schematiche sono formule schematiche;
(2) le espressioni SF_1,..., F_n sono formule schematiche se F_1,..., F_n sono formule schematiche e S è un operatore n-ario.
Le *regole schematiche* sono alberi finiti di formule schematiche. Useremo F come variabile sintattica per formule schematiche, R per regole schematiche e Φ per liste di regole schematiche. Scriveremo $F(A_1$,...,$A_n)$, $R(A_1, ..., A_n)$, $\Phi(A_1$,..., $A_n)$ per indicare che gli schemi F, R, Φ contengono al massimo A_1,..., A_n lettere schematiche distinte.
Date le formule α_1,...,α_n, $F(\alpha_1$,...,$\alpha_n)$, $R(\alpha_1$,...,$\alpha_n)$, $\Phi(\alpha_1$,...,$\alpha_n)$ sono il risultato della sostituzione di A_i con α_i per ogni i $(1 \leq i \leq n)$ in F, R, Φ. $R(A_1$,...,$A_n)$ e $\Phi(A_1$,...,$A_n)$ sono derivabili sse per ogni n-upla di formule α_1,...,α_n, vale $\vdash R(\alpha_1$,...,$\alpha_n)$ e $\vdash \Phi(\alpha_1$,...,$\alpha_n)$.

DEFINIZIONE 2.1. Il *contenuto comune* di Γ_1,...,Γ_m è l'insieme di tutte le ρ tali che $\Gamma_i \vdash \rho$, per ogni i $(1 \leq i \leq m)$.
Come caso limite abbiamo $m = 0$. Il contenuto comune di 0 liste di regole consiste di *tutte* le regole ρ: questo caso conduce alla regola intuizionistica dell'assurdo. Il concetto di contenuto comune è una generalizzazione dell'idea che il contenuto (significato) di un enunciato sia dato dall'insieme delle sue conseguenze logiche.

Assumiamo ora che ad ogni operatore n-ario S siano associate m $(m \geq 0)$ liste di regole schematiche

$\Phi_1(A_1,...,A_n),...,\Phi_m(A_1,...,A_n)$
Il caso limite $m = 0$ significa che nessuna lista è associata ad S; in questo caso S è detto un $\perp$-operatore. Poiché il significato di S verrà determinato in riferimento alle Φ_i e quindi agli operatori che occorrono nelle Φ_i, il significato di questi ultimi deve essere già fissato. Pertanto ordiniamo gli operatori in una sequenza S_1, S_2, ... tale che per ogni operatore S, gli operatori che occorrono nelle liste associate $\Phi_1,...,\Phi_m$ precedono S in questa enumerazione (ossia, se S è S_j, allora non esiste un S_k con $k > j$ tale che S_k occorre in Φ_i). La condizione seguente stabilisce in cosa consista il significato di un operatore S.

CONDIZIONE 2.2. Per ogni n-upla $\alpha_1,...,\alpha_n$, $S\alpha_1,...,\alpha_n$ esprime il contenuto comune delle $\Phi_i(\alpha_1,...,\alpha_n)$ $(1 \leq i \leq n)$, ovvero per ogni n-upla $\alpha_1,...,\alpha_n$ e ρ abbiamo $S\alpha_1,...,\alpha_n \vdash \rho$ sse per ogni i $(1 \leq i \leq m)$ $\Phi_i(\alpha_1,...,\alpha_n) \vdash \rho$.

In altri termini, le liste $\Phi_1,...,\Phi_n$ associate ad S determinano il significato di S quando per ogni n-upla $\alpha_1,...,\alpha_n$, $S\alpha_1,...,\alpha_n$ ha lo stesso contenuto comune delle $\Phi_1,...,\Phi_m$. Questa determinazione è specificata dalla seguente forma standard delle regole schematiche fondamentali per S:

SCHEMI PER LA S-INTRODUZIONE (SI)

$<\Phi_1(A_1,...,A_n)> \Rightarrow SA_1,...,A_n \quad . . . \quad <\Phi_m(A_1,...,A_n)> \Rightarrow SA_1,...,A_n$

SCHEMA PER LA S-ELIMINAZIONE (SE)

$<SA_1,...,A_n, <\Phi_1(A_1,...,A_n)> \Rightarrow A, ... , \Phi_m(A_1,...,A_n)> \Rightarrow A> \Rightarrow A$
(dove A è una lettera schematica diversa da $A_1,...,A_n$)

Se S è un $\perp$-operatore, non esiste una SI-regola e lo schema per SE è

$<SA_1,...,A_n> \Rightarrow A$.

Che SI ed SE determinino il significato per S richiesto dalla condizione 2.2., e che questa condizione conduca alla formulazione delle regole SI ed SE, viene assicurato dal seguente

TEOREMA 2.3. La condizione 2.2. è soddisfatta sse SI ed SE sono derivabili.

Dimostrazione. [$\Rightarrow$] Assumiamo la condizione 2.2., e siano date $\alpha_1,...,\alpha_n$. Per $\rho \equiv S\alpha_1,...,\alpha_n$, vale che per ogni i $(1 \leq i \leq m)$ $\Phi_i(\alpha_1,...,\alpha_n) \vdash S\alpha_1,...,\alpha_n$, cioè la derivabilità di SI. Per $\rho \equiv \Gamma \Rightarrow \alpha$ (con Γ e α arbitrari), vale che se per ogni i $(1 \leq i \leq m)$ $\Phi_i(\alpha_1,...,\alpha_n)$, $\Gamma \vdash \alpha$, allora $S\alpha_1,...,\alpha_n$, $\Gamma \vdash \alpha$, ossia la derivabilità di SE. [$\Leftarrow$] Assumiamo il bicondizionale sinistro di 2.2.: $S\alpha_1,...,\alpha_n \vdash \rho$, e SI: $\Phi_i(\alpha_1,...,\alpha_n) \vdash S\alpha_1,...,\alpha_n$. Allora otteniamo immediatamente $\Phi_i(\alpha_1,...,\alpha_n) \vdash \rho$ per ogni i $(1 \leq i \leq m)$. Assumiamo inoltre il bicondizionale destro di 2.2. e la derivabilità di SE:
(1) $\Phi_i(\alpha_1,...,\alpha_n) \vdash \rho$ per ogni i $(1 \leq i \leq m)$

(2) <$S\alpha_1,...,\alpha_n$, $\Phi_1(\alpha_1,...,\alpha_n) \Rightarrow (\rho)_2,...,\Phi_m(\alpha_1,...,\alpha_n) \Rightarrow (\rho)_2$> $\Rightarrow (\rho)_2$
(3) $\Phi_i(\alpha_1,...,\alpha_n)$, $(\rho)_1 \vdash (\rho)_2$ per ogni i $(1 \leq i \leq m)$ (equivalente a (1))
(4) $S\alpha_1,...,\alpha_n$, $(\rho)_1 \vdash (\rho)_2$ (applicando la regola (2) a (3))
(5) $S\alpha_1,...,\alpha_n \vdash \rho$. □

Nella teoria qui presentata il significato di un operatore n-ario S è fissato associandogli $\Phi_1(A_1,...,A_n),...,\Phi_m(A_1,...,A_n)$ liste di regole schematiche tali che, per $\alpha_1,...,\alpha_n$ arbitrarie, $S\alpha_1,...,\alpha_n$ esprime lo stesso contenuto comune di $\Phi_1(\alpha_1,...,\alpha_n),...,\Phi_m(\alpha_1,...,\alpha_n)$. Una simile caratterizzazione è per certi versi assimilabile ad una definizione esplicita, in quanto si vuole che al nuovo segno S venga attribuito il significato già posseduto dai vecchi segni $\Phi_1,...,\Phi_m$; stabilire che ciò accade quando ogni formula $S\alpha_1,...,\alpha_n$ ha la stessa forza deduttiva di $\Phi_1(\alpha_1,...,\alpha_n),...,\Phi_m(\alpha_1,...,\alpha_n)$, ossia imporre la condizione 2.2., risulta quindi pienamente naturale. Tuttavia l'analogia con la definizione esplicita non è completa, perché si può mostrare che non vale l'eliminabilità dei termini S così definiti (cfr. Schroeder-Heister (1981)).

La condizione 2.2. costituisce in effetti una riformulazione del principio di armonia, perché per il teorema 2.3. equivale a richiedere che da un enunciato contenente un certo operatore S si debba poter ricavare esattamente quanto è derivabile dalle premesse. La prima parte del teorema 2.3. mostra che se stabiliamo nel modo indicato quale debba essere il significato di S, allora è con ciò già data la modalità di determinazione esplicita di questo significato, ossia la forma che le regole per S devono avere. Viceversa, con la seconda parte si mostra che date le regole, si riesce a catturare proprio il significato inteso. Il teorema può essere dunque visto come una dimostrazione di adeguatezza della teoria del significato per gli operatori logici, rispetto ad una nozione di significato pensata come equivalente a quella di contenuto comune. Il punto essenziale è qui che per dimostrare che il significato dato dalle regole è quello inteso, abbiamo utilizzato entrambe le regole: ciò suggerisce che nessuna di esse abbia un ruolo primario rispetto all'altra nella determinazione del significato di S; piuttosto, entrambe contribuiscono ad assegnargli un contenuto che è identico al contenuto comune delle liste $\Phi_1,...,\Phi_m$ precedentemente date. La conclusione che Schroeder-Heister trae è allora che il programma di Gentzen e Prawitz può essere abbandonato. Ciò mostra che è possibile una nozione di armonia svincolata non soltanto dall'idea che ci debba essere un nucleo di base dei significati, ma anche dalla dipendenza relazionale tra regole, vista nel capitolo precedente: nella presente teoria, l'assunzione di certe regole come primarie non gioca alcun ruolo, nemmeno in maniera relativizzata.

4.2 Il ruolo delle procedure di riduzione

4.2.1. LA TRATTAZIONE DELLA LOGICA NELLA TEORIA DEI TIPI DI MARTIN-LÖF

Abbiamo già avuto modo di considerare le idee portanti della teoria intuizionistica dei tipi dovuta a Martin-Löf (cfr. § 1.3); in questa sede appare rilevante esporre alcuni aspetti ulteriori da cui prendono le mosse importanti sviluppi riguardanti la nozione di armonia, i quali vanno in una direzione che mina alla radice il progetto prawitziano di fornire una spiegazione del nesso necessario che sussiste tra proposizioni Γ e α quando α è conseguenza logica di Γ.

Un'immediata generalizzazione del concetto di giudizio è data da quello di giudizio *ipotetico*, ossia di un giudizio dipendente da certe assunzioni. Corrispondentemente alle quattro forme di giudizio, abbiamo altrettante forme di giudizio ipotetico.

(1) $\beta(x)$ tp $[x \in \alpha]$

Esso asserisce che $\beta(x)$ è un tipo sotto l'ipotesi che x sia un elemento di tipo α, cioè che α sia una proposizione vera. Alternativamente, si può dire che $\beta(x)$ sia una famiglia di insiemi su α, o una proprietà di oggetti di tipo α. Se gli insiemi-tipi corrispondono a proposizioni, le famiglie di insiemi corrispondono invece a funzioni proposizionali, che una volta saturate danno tipi-proposizioni come valori. Il significato di un giudizio ipotetico della forma (1) è dato infatti (estensionalmente) come segue: $\beta(a)$ è un tipo ogniqualvolta a è un elemento di α, e inoltre $\beta(a)$ e $\beta(c)$ sono tipi uguali ogniqualvolta a e c sono elementi uguali di α.

(2) $\beta(x)$=$\gamma(x)$ $[x \in \alpha]$

La seconda forma di giudizio afferma che $\beta(x)$ e $\gamma(x)$ sono famiglie uguali sull'insieme α, e il suo significato si esprime dicendo che $\beta(a)$ e $\gamma(a)$ sono insiemi uguali per ogni elemento a di α.

(3) $b(x) \in \beta(x)$ $[x \in \alpha]$

(dove $b(x)$ è una funzione estensionale che ad ogni elemento $a \in \alpha$ assegna come valore un elemento di $\beta(a)$). Il significato di (3) è che $b(a)$ è un elemento di $\beta(a)$ quando a è un elemento di α, e che $b(a) = b(c) \in \beta(a)$ ogniqualvolta a e c sono elementi uguali di α.

(4) $b(x) = d(x) \in \beta(x)$ $[x \in \alpha]$

Il significato di quest'ultima forma di giudizio è che $b(a)$ e $d(a)$ sono elementi uguali dell'insieme $\beta(a)$ per ogni elemento a dell'insieme α.

Finora abbiamo considerato soltanto giudizi dipendenti da una assunzione; un'ulteriore naturale generalizzazione conduce a considerare giudizi che dipendono da n assunzioni. Ciò si ottiene mediante il seguente procedimento induttivo: supponiamo che

α_1 tp

$\alpha_2\ (x_1)$ tp $[x_1 \in \alpha_1]$

$\vdots$

$\alpha_n\ (x_1,...x_{n-1})$ tp $[x_1 \in \alpha_1,...,x_{n-1} \in \alpha_{n-1}\ (x_1,...,x_{n-1})]$.

Allora, un giudizio della forma

$\alpha\ (x_1,...,x_n)$ tp $[x_1 \in \alpha,...,x_n \in \alpha_n\ (x_1,...,x_{n-1})]$

significa che

$\alpha\ (a_1,...,a_n/x_1,...,x_n)$ tp

ogniqualvolta

$a_1 \in \alpha_1$

$\vdots$

$a_n \in \alpha_n\ (a_1,...,a_{n-1}/x_1,...,x_{n-1})$,

e inoltre, che

$\alpha\ (a_1,...,a_n/x_1,...,x_n) = \alpha\ (b_1,...,b_n/x_1,...,x_n)$

ogniqualvolta

$a_1 = b_1 \in \alpha_1$

$\vdots$

$a_n = b_n \in \alpha_n\ (a_1,...,a_n/x_1,...,x_n)$.

Mediante un procedimento analogo è ora possibile generalizzare anche le altre forme di giudizio.

Caratteristica essenziale della teoria di Martin-Löf è il modo in cui le nozioni logiche vengono indotte in corrispondenza di operazioni che consentono di costruire dei tipi a partire da tipi già dati. Per ogni operazione vengono date quattro regole:

(1) Formazione;
(2) Introduzione;
(3) Eliminazione;
(4) Uguaglianza.

Le regole di formazione permettono di costruire dei tipi a partire da certi altri tipi; le regole di introduzione e di eliminazione sono pensate in stretta analogia con le regola di Gentzen per la deduzione naturale, mentre le regole di uguaglianza corrispondono alle regole di riduzione di Prawitz. Più precisamente, “the introduction rules say what are the canonical elements (and equal canonical elements) of the set, thus giving its meaning. The elimination rule shows how we may define functions on the set defined by the introduction rules. The equality rules relate the introduction and elimination rules by showing how a function defined by means of the elimination rule operates on the canonical elements of the set which are generated by the introduction rules" (Martin-Löf (1984), 24). Per brevità, nel seguito tralasceremo le regole di sostituzione (che definiscono il carattere estensionale della teoria) associate a ciascuna delle suddette regole.

PRODOTTO CARTESIANO DI UNA FAMIGLIA DI INSIEMI

Dato un tipo α e una famiglia di tipi $\beta(x)$ su α, possiamo formare il prodotto:

Π-FORMAZIONE

$$\frac{\alpha \text{ tp} \qquad \begin{array}{c}[x \in \alpha] \\ \beta(x) \text{ tp}\end{array}}{(\Pi x \in \alpha)\beta(x) \text{ tp}}$$

Gli elementi canonici di $(\Pi x \in \alpha)\beta(x)$ sono funzioni della forma $\lambda x.b(x)$ che ad oggetti x di tipo α associano un oggetto di tipo $\beta(x)$:

Π-INTRODUZIONE

$$\frac{\begin{array}{c}[x \in \alpha] \\ b(x) \in \beta(x)\end{array}}{\lambda x.b(x) \in (\Pi x \in \alpha)\beta(x)}$$

Π-ELIMINAZIONE

$$\frac{c \in (\Pi x \in \alpha)\beta(x) \qquad a \in \alpha}{\text{Ap}(c,a) \in \beta(a)}$$

Ap è la costante non canonica associata a Π, ed è un metodo per ottenere un elemento canonico di $\beta(a)$. c è un metodo che, se eseguito, produce un elemento canonico di $(\Pi x \in \alpha)\beta(x)$; come Ap operi sugli elementi canonici è specificato dalla U-regola:

Π-UGUAGLIANZA

$$[x \in \alpha]$$

$$\frac{a \in \alpha \qquad b(x) \in \beta(x)}{\mathrm{Ap}(\lambda x.b(x), a) = b(a) \in \beta(a)}$$

Il prodotto cartesiano permette di definire le leggi del quantificatore universale e dell'implicazione. Poniamo per definizione:

$(\forall x \in \alpha)\beta(x) \coloneqq (\Pi x \in \alpha)\beta(x)$

Allora, sfruttando la corrispondenza proposizioni-tipi, abbiamo le regole usuali del quantificatore universale come casi speciali delle regole del prodotto cartesiano:

$\forall$-FORMAZIONE

$$[x \in \alpha]$$

$$\frac{\alpha \ \text{tp} \qquad \beta(x) \ \text{prop}}{(\forall x \in \alpha)\beta(x) \ \text{prop}}$$

$\forall$-INTRODUZIONE

$$[x \in \alpha]$$

$$\frac{\beta(x) \ \text{vera}}{(\forall x \in \alpha)\beta(x) \ \text{vera}}$$

$\forall$-ELIMINAZIONE

$$\frac{a \in \alpha \qquad (\forall x \in \alpha)\beta(x) \ \text{vera}}{\beta(a) \ \text{vera}}$$

La U-regola del prodotto cartesiano, in questa lettura proposizionale, assume le premesse della I-regola e la premessa minore della E-regola, e per mezzo della costante Ap fornisce un metodo per ottenere la conclusione della E-regola senza l'applicazione della stessa. In questa caratterizzazione funzionale, il significato del quantificatore universale risulta strettamente aderente al significato fissato dalla BHK: una proposizione universale $(\forall x \in \alpha)\beta(x)$ è vera (dimostrata) quando abbiamo una funzione $\lambda x.b(x)$ che per ogni elemento a del dominio α dà come valore una dimostrazione $b(a)$ di $\beta(a)$. Del tutto simile è la situazione nel caso dell'implicazione. Definiamo:

$\alpha \to \beta \coloneqq (\Pi x \in \alpha)\beta$

dove la variabile x non occorre libera in β, ossia β non dipende da α. Gli elementi canonici di

$(\Pi x \in \alpha)\beta$ sono funzioni che ad ogni dimostrazione di α associano una dimostrazione di β. Le regole per l'implicazione si ricavano in maniera analoga.

UNIONE DISGIUNTA DI UNA FAMIGLIA DI INSIEMI

Se α è un tipo e se $\beta(x)$ è una famiglia di tipi su α, possiamo formare l'unione disgiunta, come segue:

Σ-FORMAZIONE

$$[x \in \alpha]$$

$$\frac{\alpha \ \text{tp} \qquad \beta(x) \ \text{tp}}{(\Sigma x \in \alpha)\beta(x) \ \text{tp}}$$

Gli elementi canonici di questo tipo sono coppie $<a, b>$, dove $a \in \alpha$ e $b \in \beta(a)$:

Σ-INTRODUZIONE

$$\frac{a \in \alpha \qquad b \in \beta(a)}{<a,b> \in (\Sigma x \in \alpha)\beta(x)}$$

Σ-ELIMINAZIONE

$$[x \in \alpha, \ \ y \in \beta(x)]$$

$$\frac{c \in (\Sigma x \in \alpha)\beta(x) \qquad d(x,y) \in \gamma(<x,y>)}{E(c, \, (x,y)d(x,y)) \in \gamma(c)}$$

E è la costante non canonica associata a Σ, e opera nel seguente modo: assumendo date le premesse della regola, eseguiamo anzitutto c, ottenendo un elemento canonico di $(\Sigma x \in \alpha)\beta(x)$ della forma $<a, b>$; sostituiamo quindi a e b alle variabili della premessa minore. Eseguendo $d(a, b)$, otteniamo un elemento canonico e di $\gamma(<a, b>)$, che è anche elemento canonico di $\gamma(c)$ perché $c = <a, b> \in (\Sigma x \in \alpha)\beta(x)$ (infatti, due elementi arbitrari sono uguali quando, una volta eseguiti, danno lo stesso elemento canonico come risultato).

Σ-UGUAGLIANZA

$$[x \in \alpha, y \in \beta(x)]$$

$$\frac{a \in \alpha \qquad b \in \beta(a) \qquad d(x,y) \in \gamma(<x,y>)}{E(<a,b>, \, (x,y)d(x,y)) = d(a,b) \in \gamma(<a,b>)}$$

Assumendo le premesse, eseguiamo anzitutto $<a, b>$, che essendo canonico dà se stesso come risultato, e sostituiamo a e b alle variabili x e y, ottenendo $d(a, b)$ che, computato, fornisce un elemento canonico di $\gamma(<a, b>)$. Come nel caso del prodotto, la specificazione completa del modo in cui opera la costante non canonica è data soltanto dalla regola di uguaglianza.

Possiamo ora definire il quantificatore esistenziale, conformemente all'interpretazione BHK, nel seguente modo:

$(\exists x \in \alpha)\beta(x) := (\Sigma x \in \alpha)\beta(x)$

Le regole per $\exists$ sono così ricavabili come casi particolari delle Σ-regole:

$\exists$-FORMAZIONE

$$\frac{\alpha \ \text{tp} \qquad \begin{matrix}[x \in \alpha] \\ \beta(x) \ \text{prop}\end{matrix}}{(\exists x \in \alpha)\beta(x) \ \text{prop}}$$

$\exists$-INTRODUZIONE

$$\frac{a \in \alpha \qquad \beta(a) \ \text{vera}}{(\exists x \in \alpha)\beta(x) \ \text{vera}}$$

$\exists$-ELIMINAZIONE

$$\frac{(\exists x \in \alpha)\beta(x) \ \text{vera} \qquad \begin{matrix}[x \in \alpha, \ \beta(x) \ \text{vera}] \\ \gamma \ \text{vera}\end{matrix}}{\gamma \ \text{vera}}$$

Le regole della congiunzione sono ricavabili come casi speciali delle Σ-regole se poniamo:

$\alpha \wedge \beta := (\Sigma x \in \alpha)\beta$

dove β non dipende da α. In questo caso, l'unione disgiunta non è altro che il prodotto cartesiano tra i due insiemi.

UNIONE DISGIUNTA DI DUE INSIEMI

$\oplus$ -FORMAZIONE

$$\frac{\alpha \ \text{tp} \qquad \beta \ \text{tp}}{\alpha \oplus \beta \ \text{tp}}$$

Gli elementi canonici di $\alpha \oplus \beta$ sono così formati:

$\oplus$ -INTRODUZIONE

$$\frac{a \in \alpha}{i(a) \in \alpha \oplus \beta}$$

$$\frac{b \in \beta}{j(b) \in \alpha \oplus \beta}$$

dove i e j sono due costanti primitive che specificano da quale insieme provenga un elemento di $\alpha \oplus \beta$.

$\oplus$ -ELIMINAZIONE

$$\begin{array}{ccc} & [x \in \alpha] & [y \in \beta] \\ & & \end{array}$$

$$\frac{c \in \alpha \oplus \beta \qquad d(x) \in \gamma(i(x)) \qquad e(y) \in \gamma(j(y))}{D(c, (x)d(x), (y)e(y)) \in \gamma(c)}$$

Assumiamo $c \in \alpha \oplus \beta$: calcolando c, otteniamo un elemento canonico $i(a)$ con $a \in \alpha$, oppure $j(b)$ con $b \in \beta$. Nel primo caso, sostituiamo x con a in $d(x)$; abbiamo così un programma che, se eseguito, dà come valore (per la seconda premessa della regola) un elemento canonico di $\gamma(i(a))$. Nella seconda eventualità, otteniamo invece un elemento canonico di $\gamma(j(b))$. Ora, in entrambi i casi abbiamo un oggetto canonico di $\gamma(c)$, perché vale $c = i(a) \in \alpha \oplus \beta$, oppure $c = j(b) \in \alpha \oplus \beta$. Anche in questo caso, la regola di eliminazione non racchiude tutte le informazioni presenti in questa spiegazione, perché il modo in cui la costante D agisce sugli elementi canonici è specificato soltanto dalle regole di uguaglianza.

$\oplus$ -UGUAGLIANZA

$$\begin{array}{cc} [x \in \alpha] & [y \in \beta] \end{array}$$

$$\frac{a \in \alpha \qquad d(x) \in \gamma(i(x)) \qquad e(y) \in \gamma(j(y))}{D(i(a), (x)d(x), (y)e(y)) = d(a) \in \gamma(i(a))}$$

$$\begin{array}{cc} [x \in \alpha] & [y \in \beta] \end{array}$$

$$\frac{b \in \beta \qquad d(x) \in \gamma(i(x)) \qquad e(y) \in \gamma(j(y))}{D(j(b), (x)d(x), (y)e(y)) = e(b) \in \gamma(j(b))}$$

Definendo ora la disgiunzione come segue

$\alpha \vee \beta \coloneqq \alpha \oplus \beta$

otteniamo facilmente le usuali regole per $\vee$.

I TIPI FINITI

Finora abbiamo considerato soltanto operazioni che costruiscono dei tipi a partire da tipi già dati. Introduciamo ora i tipi finiti, che sono formati indipendentemente da premesse. Per ciascun n, abbiamo il solito gruppo di regole.

N_n-FORMAZIONE

$$N_n \ \text{tp}$$

N_n-INTRODUZIONE

$$m_n \in N_n \qquad (m = 0, 1, ..., n-1)$$

N_n-ELIMINAZIONE

$$\frac{c \in N_n \qquad c_m \in \gamma(m_n) \qquad (m=0,1,...,n-1)}{R_n(c, c_0, ..., c_{n-1}) \in \gamma(c)}$$

Assumendo le premesse, la costante non canonica R_n opera secondo le istruzioni seguenti: anzitutto calcoliamo c, e otteniamo un certo m_n (m = 0, 1, ..., $n-1$). Calcoliamo poi il corrispondente elemento $c_m \in \gamma(m_n)$: il risultato è un elemento canonico $d \in \gamma(c)$, perché $c = m_n \in N_n$. Come R_n operi sugli elementi canonici, è anche in questo caso specificato però soltanto dalla U-regola.

N_n-UGUAGLIANZA

$$\frac{c_m \in \gamma(m_n) \qquad (m=0,1,...,n-1)}{R_n(m_n, c_0, ..., c_{n-1}) = c_m \in \gamma(m_n)}$$

Il tipo N_0 non ha regole di introduzione, e dunque nessun elemento; possiamo pertanto definire

$\perp \ := N_0$.

La regola di eliminazione diventa allora semplicemente:

$$\frac{c \in N_0}{R_0(c) \in \gamma(c)}$$

Poiché N_0 non contiene alcun elemento c, sappiamo che non ci troveremo mai nella condizione di eseguire il programma $R_0(c)$. Da ciò possiamo ricavare la regola intuizionistica dell'assurdo.

In questo modo abbiamo una trattazione completa della logica intuizionistica condotta secondo i principi dummettiani sul significato e in conformità con la spiegazione costruttivistica delle costanti logiche.

4.2.2. LA TEORIA MTT

In relazione ai problemi di cui ci stiamo occupando, l'aspetto più interessante della teoria di Martin-Löf è dato dall'*internalizzazione* delle regole di riduzione di Prawitz, che cessano di essere un'esplicitazione metateorica del nesso tra I- ed E-regole, per divenire invece esse stesse delle regole facenti parte di un sistema formale. Come abbiamo visto, però, Martin-Löf non trae nessuna conseguenza da questo fatto, continuando a considerare, sulla scorta delle indicazioni gentzeniane, le regole di introduzione come esclusive depositarie del ruolo di conferitrici di significato agli operatori logici. Contro questa concezione si sono levate le critiche di De Queiroz ((1988); (1991)) e di De Queiroz & Maibaum (1990), i quali sostengono che le stesse regole di riduzione giocano un ruolo fondamentale nel *costituire* il significato delle costanti logiche, accanto alle I-regole. La forza di queste obiezioni sta nel fatto che esse da un lato poggiano su una concezione generale del significato, e dall'altro questa concezione è confortata da un preciso modello formale, che si traduce in una vera e propria riformulazione della teoria dei tipi alla Martin-Löf. La prospettiva filosofica è mutuata essenzialmente da Wittgenstein, e dall'idea del significato come uso: perché una certa espressione logica abbia un significato definito, è necessario che il suo uso venga reso completamente esplicito; in particolare, ciò vuol dire che non soltanto le regole *grammaticali* (le regole di introduzione), ma anche la specificazione delle *conseguenze* (definite dalle regole di riduzione) sono essenziali nella determinazione del significato. La teoria riformulata prende pertanto il nome di *Meaning-As-Use Type Theory* (MTT).

Dal punto di vista della MTT, Martin-Löf ha commesso un fondamentale errore. Come abbiamo visto, il comportamento delle costanti non canoniche associate a ciascun costruttore di tipo non risulta completamente definito finché non si specifica in che modo esso operi sugli elementi canonici, ossia fino a quando non si dispone della regola di uguaglianza: e poiché è la costante non canonica che costituisce il metodo per ottenere la conclusione della E-regola senza l'applicazione della stessa, ciò vuol dire che non è possibile ricavare (giustificare) le regole di eliminazione senza fare ricorso anche alle regole di uguaglianza, che quindi sono essenziali per la determinazione del significato. In altri termini, l'*uso* degli operatori logici non è reso del tutto esplicito se non si conoscono anche le regole di riduzione. E' immediato osservare che in questo modo si infligge un duro colpo al progetto Dummett-Prawitz di fornire un modello del significato in cui i metodi indiretti di prova siano giustificati da quelli diretti o canonici, e in cui il nesso necessario di conseguenza logica risulti chiaramente esplicitato: se anche le procedure di giustificazione diventano delle regole conferitrici del significato, la derivazione delle regole di eliminazione diventa un fatto del tutto banale e non esplicativo, come risulta essere nella MTT, in cui esse non sono più *giustificate* nel senso di Prawitz, ma sono *formalmente derivabili* nel sistema. Vediamo ora concretamente come ciò avvenga, considerando per esempio il caso del prodotto cartesiano: per i teorici della MTT questo costituisce infatti la prova più diretta della necessità di considerare le U-regole come costitutive del significato. Essi traggono spunto dalla nozione di *lambda- sistema* impiegata da Aczel (1980). Consideriamo una famiglia $\mathfrak{F}$ = $\mathfrak{F}_0$, $\mathfrak{F}_1$,... dove $\mathfrak{F}_0$ è una collezione di entità dette gli oggetti su $\mathfrak{F}$, e per ogni n, $\mathfrak{F}_n$ è una collezione di funzioni a n posti dette le $\mathfrak{F}$-funzioni n-arie. Oltre alle funzioni, consideriamo anche dei *funzionali*, ossia funzioni che agiscono su altre funzioni. Un lambda-sistema per una famiglia $\mathfrak{F}$ consiste di due $\mathfrak{F}$-funzionali λ: $\mathfrak{F}_1 \mapsto \mathfrak{F}_0$ e Ap: $\mathfrak{F}_0 \times \mathfrak{F}_0 \mapsto \mathfrak{F}_0$ tali che

$$\mathrm{Ap}(\lambda x.f(x),\ a) = f(a)$$

per ogni f in $\mathfrak{F}_1$ e a in $\mathfrak{F}_0$. Nella notazione alla Martin-Löf, ciò è esprimibile nelle due regole

$$[x \in \mathfrak{F}_0]$$

$$\frac{f \in \mathfrak{F}_1}{\lambda x.f \in \mathfrak{F}_1 \mapsto \mathfrak{F}_0}$$

$$[x \in \mathfrak{F}_0]$$

$$\frac{a \in \mathfrak{F}_0 \qquad f \in \mathfrak{F}_1}{\mathrm{Ap}(\lambda x.f,\, a) = f(a) \in \mathfrak{F}_0}$$

che sono ovviamente la Π-introduzione e la Π-uguaglianza. Il punto è allora che il comportamento degli elementi canonici del tipo $(\Pi x \in \mathfrak{F}_0)\mathfrak{F}_1$, ossia dei λ-oggetti, può essere compreso soltanto ricorrendo alla regola di riduzione (che altro non è che la β-conversione del λ-calcolo): è con essa, infatti, che si rende chiaro come il lambda-sistema funziona.

Nella MTT sono assunte come primitive le regole di formazione, di introduzione e di uguaglianza, analogamente alla teoria di Martin-Löf, e inoltre le seguenti regole supplementari:

(1) una regola di *induzione*, che nel caso di Π ha la seguente forma:

Π-INDUZIONE

$$\frac{c \in (\Pi x \in \alpha)\beta(x)}{\lambda x.\mathrm{Ap}(c,x) = c \in (\Pi x \in \alpha)\beta(x)}$$

Tale regola ha lo scopo di rendere esplicito il fatto che gli elementi del tipo in questione sono proprio quelli aventi la forma definita dalla I-regola (ossia, λ-oggetti), e che questi oggetti possono essere manipolati soltanto facendo uso della U-regola;

(2) due semplici regole sull'identità:

(=-S) $\frac{a=b\in\alpha}{a\in\alpha}$

(=-D) $\frac{a=b\in\alpha}{b\in\alpha}$

LEMMA. La Π-eliminazione è derivabile in MTT.

Dimostrazione. Assumiamo la premessa $c \in (\Pi x \in \alpha)\beta(x)$, e applichiamole la Π-induzione: otteniamo $\lambda x.\text{Ap}(c, x) = c \in (\Pi x \in \alpha)\beta(x)$, che per la (=-S) diventa $\lambda x.\text{Ap}(c, x) \in (\Pi x \in \alpha)\beta(x)$. Assumiamo ora la seconda premessa della E-regola, ossia $a \in \alpha$: applicando la Π-uguaglianza, si ottiene $\text{Ap}(\lambda x.\text{Ap}(c, x), a) = \text{Ap}(c, a) \in \beta(a)$, da cui, per la (=-D), $\text{Ap}(c, a) \in \beta(a)$. $\square$

E' da osservare che la tesi secondo cui il significato degli operatori logici è completamente determinato dalle I-regole più le U-regole è parzialmente contraddetta dal fatto che per derivare le E-regole è necessario ricorrere inoltre alle regole di induzione: e poiché queste servono a trasferire all'interno del sistema formale proprio la tesi metateorica in questione, sembra corretto dire piuttosto che le E-regole sono derivabili a partire dalle I- ed U-regole *più* la tesi che queste esauriscono il significato. Ciò vuol dire, in effetti, che anche in questo caso l'esaustività delle regole rispetto all'uso non è un fatto autoevidente che si possa desumere dalle regole stesse, ma abbisogna di una tesi ulteriore: l'individuazione di un nucleo di base dei significati rimane un'impresa ardua. In ogni caso, l'aspetto davvero rilevante della MTT è che le procedure di riduzione cessano di costituire una spiegazione del nesso consequenziale tra proposizioni, divenendo semplicemente delle regole che costituiscono il significato degli operatori logici e da cui si ricavano determinate conseguenze in un senso del tutto banale. Com'è ovvio, si tratta di un punto di importanza capitale: se questa prospettiva è corretta, l'intero edificio teorico di Dummett e Prawitz minaccia di crollare. Di là dalla sua precisazione formale, l'interesse della MTT risiede nel suo richiamo alla nozione wittgensteiniana di uso: in che senso si può affermare che delle procedure metateoriche definiscono l'uso di certe operazioni, se si prescinde dalla specifica caratterizzazione in termini di costruttori di insiemi, e quindi dalla prospettiva “proposizioni come tipi"? E dopotutto, era un principio cardine della teoria del significato di Dummett che il significato è l'uso: bisogna allora quantomeno chiarire in che senso lo si possa accusare di aver violato questo stesso principio. Una possibile via per rispondere a questi interrogativi sembra quella di ritornare alle fonti, compiendo un rapido excursus sulle concezioni che Wittgenstein era andato elaborando attorno alla nozione di conseguenza, a partire dal Tractatus. Il quadro teorico nel quale si inserisce questa problematica è dato dalla nozione di *relazione interna*; muovere dalla caratterizzazione che di essa viene data nel Tractatus consentirà una migliore comprensione delle critiche che condurranno Wittgenstein alla sua successiva concezione del significato come uso. La discussione delle idee di Wittgenstein permetterà di argomentare la nostra tesi (cfr. § 3.1.3.) secondo cui non si possa impiegare in un senso filosoficamente rilevante la nozione del significato come uso senza ricadere nell'olismo (cfr. § 4.2.4.).

4.2.3. LA NOZIONE DI RELAZIONE INTERNA IN WITTGENSTEIN

4.2.3.1. La teoria del Tractatus

Quella di proprietà (e relazione) interna (interne Eigenschaft) è forse la nozione centrale della teoria del simbolismo del Tractatus. Una proprietà è interna (o formale, o strutturale) quando è impensabile che il suo oggetto non la possieda (*Tractatus* (T) 4.123), ossia è un tratto costitutivo di tale oggetto. Va precisato anzitutto che qui la nozione di oggetto è del tutto generale, ossia non è da intendersi nel senso tecnico di significato di un nome (3.203), e in secondo luogo che la non pensabilità non è tanto un'impossibilità psicologica, quanto piuttosto una determinazione della grammatica logica del simbolismo. Che una tonalità d'azzurro sia più scura di un'altra tonalità esprime, per esempio, il sussistere di una relazione interna (4.123). Analogamente, sono proprietà interne di un oggetto le possibilità del suo occorrere in stati di cose (2.0231), perché se possiamo pensare un oggetto come *di fatto* non connesso ad alcun altro oggetto, non possiamo però pensarlo al di fuori della possibilità che esso si connetta con altri oggetti (2.021).

Il secondo carattere che individua le proprietà interne è dato dal fatto che esse non possono essere espresse attraverso delle proposizioni, ma solo *mostrate* dalle forme del simbolismo: solo le proprietà vere e proprie, quelle esterne, possono essere predicate di qualcosa mediante una proposizione. Anche le proprietà interne trovano corrispondenza nel simbolismo, ma, come si è detto, non in forma assertoria: “Das Bestehen einer internen Eigenschaft einer möglichen Sachlage wird nicht durch einen Satz ausgedrückt, sondern es drückt sich in dem sie darstellenden Satz durch eine interne Eigenschaft dieses Satzes aus" (4.124).

Parallela alla distinzione tra proprietà interne ed esterne, vi è quella tra concetti formali (formale Begriffe) e concetti veri e propri (eigentliche Begriffe): per analogia, potremmo dire che un concetto è formale se è impensabile che i suoi oggetti non cadano sotto di esso. Esempi di concetti formali sono: “oggetto", “complesso", “fatto", “funzione" e “numero" (4.1272). I concetti formali non possono essere rappresentati nel simbolismo mediante funzioni o classi (contro Frege e Russell), non essendo utilizzabili come mezzi di predicazione autentica; essi vengono rappresentati invece mediante variabili (4.126-4.1272). Secondo Wittgenstein, “jede Variable ist das Zeichen eines formalen Begriffes. Denn jede Variable stellt eine konstante Form dar, welche alle ihre Werte besitzen, und die als formale Eigenschaft dieser Werte aufgefaßt werden kann" (4.1271). Dunque: che un oggetto cada sotto un concetto formale si mostra dal suo essere il valore di una variabile, ossia di una forma costante univocamente determinata nella struttura del simbolismo; tale proprietà formale costante è ciò che accomuna tutti i valori della variabile stessa. “Essere il valore di una variabile", per una variabile fissata, è il carattere costante di tutti i valori di quella variabile. La conclusione è allora che qui non siamo di fronte ad un concetto autentico, ad un possibile predicato utilizzabile per descrivere dei fatti, ma ad una mera forma del simbolismo. I concetti formali sono dunque “concetti apparenti" (Scheinbegriffe). Qualora un concetto formale venisse impiegato come se fosse un concetto vero e proprio, si otterrebbero delle insensate proposizioni apparenti (unsinnige Scheinsätze), quali ad esempio “1 è un numero".

Tuttavia si potrebbe chiedere perché una simile proposizione debba essere insensata: il fatto di attribuire una proprietà puramente formale non sembra implicare che si stia compiendo un passo illecito; piuttosto, parrebbe che proposizioni siffatte abbiano lo scopo di esplicitare le strutture del simbolismo, che talvolta possono non essere perspicue, asserendo delle banalità, simili alle proposizioni della logica. Qual'è allora la ragione della non esprimibilità delle proprietà interne mediante proposizioni? Per comprendere ciò, è necessario vedere da vicino alcuni aspetti fondamentali della teoria del simbolismo del Tractatus. Secondo Wittgenstein, un simbolismo che obbedisca alla sintassi (o grammatica) logica *deve* essere perspicuo, non potendo presupporre che la descrizione delle espressioni (3.33): “Die Regeln der logischen Syntax müssen sich von selbst verstehen, wenn man nur weiß, wie ein jedes Zeichen bezeichnet" (3.334). Ci sono dunque due elementi nel simbolismo: uno arbitrario, cioè la fissazione dell'uso-designazione dei segni, ed uno non arbitrario, ossia “daß, *wenn* wir etwas willkürlich bestimmt haben, dann etwas anderes der Fall sein muß. (Dies hängt vom *Wesen* der Notation ab.)" (3.342). Ora, nella logica solo questo secondo elemento *esprime* qualcosa; il primo è del tutto inessenziale. Ciò significa che “in der Logik drücken nicht *wir* mit Hilfe der Zeichen aus, was wir wollen, sondern in der Logik sagt die Natur der naturnotwendigen Zeichen aus: Wenn wir die logische Syntax irgendeiner Zeichensprache kennen, dann sind bereits alle Sätze der Logik gegeben" (6.124). Da questo teso decisivo possiamo ricavare l'idea di fondo della teoria del simbolismo del Tractatus: il sussistere di una sintassi logica ideale e perfetta che fonda le regole d'uso, e non viceversa. Poiché le regole sono un mero riflesso della struttura logica, esse non sono determinate da noi; l'aspetto arbitrario del simbolismo è del tutto irrilevante (cfr. Mounce (1981)). In tal modo si realizza l'autonomia della logica da qualsiasi forma di contingenza (cfr. Pears (1979)): “Die Logik sorgt für sich selbst; wir müssen ihr nur zusehen, wie sie es macht" (*Tagebücher*, 99). Ciò si connette ad una seconda idea: data la sintassi logica di un linguaggio segnico qualsivoglia, è già dato in anticipo (von vornherein) tutto ciò che è rilevante in questa sintassi, ed è dato in una sola volta (auf einmal) (5.47): non c'è spazio per trarre ulteriori conseguenze, perciò non si danno sorprese (6.1251). E questa sintassi totalmente dispiegata risulta immediatamente intelligibile in virtù della perspicuità, della chiara dominabilità delle forme del simbolismo (3.334, cit.). Ciò significa, in particolare, che le proposizioni della logica devono potersi determinare mediante la semplice ispezione (Ansehen) delle proprietà formali delle proposizioni (6.122): la procedura calcolistica di dimostrazione delle tautologie è inessenziale, perché se una proposizione è una tautologia o meno si *mostra* dalle proprietà stesse del simbolismo; la procedura dimostrativa è un semplice mezzo meccanico che consente di riconoscere più facilmente le tautologie non direttamente dominabili perché complicate (6.126, 6.1262). Poiché la funzione delle tautologie è quella di mostrare le proprietà strutturali delle proposizioni — mostrare che esse posseggono quelle proprietà formali necessarie perché la loro connessione possa originare delle proposizioni assertoriamente vuote (6.12, 6.121) — , se il metodo calcolistico di decisione delle tautologie è dispensabile, ossia le proprietà formali si possono mostrare anche altrimenti, ne consegue che possiamo anche fare a meno delle proposizioni della logica (6.122).

Ora, questa conclusione sembra giustificare la nostra obiezione alla tesi della non asseribilità delle proposizioni contenenti concetti formali: così come nel caso delle tautologie, si tratterebbe di proposizioni che esplicitano le forme del simbolismo e che sono in linea di principio dispensabili, ma che tuttavia non sono insensate. Senonché nei termini del Tractatus gli Scheinsätze non possono essere assimilati alle tautologie (cfr. Shanker (1987), 274). Abbiamo visto infatti che essi sono "unsinnig" (4.1272), mentre le tautologie sono sì prive di senso (sinnlos) (4.461) — perché il senso di una proposizione è il possibile stato di cose che essa rappresenta (2.221), e le tautologie non rappresentano nulla (4.462) — ma non sono insensate (unsinnig), perché, essendo costruite secondo le regole di buona formazione del linguaggio, "sie gehören zum Symbolismus, und zwar ähnlich wie die "0" zum Symbolismus der Arithmetik" (4.4611). Questa distinzione appare però tutt'altro che chiara, e ci riporta al punto di partenza: perché gli Scheinsätze contravverrebbero ai requisiti di buona formazione, e quindi di sensatezza?

Cerchiamo di comprendere meglio la distinzione tra Scheinsätze e tautologie, notando anzitutto che un esempio fondamentale di Scheinsätze sono le proposizioni dell'aritmetica, cioè le equazioni (6.2): chiediamoci allora in cosa si differenzino le equazioni dalle tautologie. Wittgenstein non tratta esplicitamente la questione nel Tractatus, ma lo farà in seguito nelle discussioni con Waismann e Schlick. Qui Wittgenstein afferma anzitutto che la matematica e la logica hanno in comune il fatto che entrambe sono dei sistemi riconducibili alla nozione di operazione: "Die logischen Operationen werden an Sätzen ausgeführt, die arithmetischen an Zahlen. Das Ergebnis einer logischen Operation ist ein *Satz*, das Ergebnis einer arithmetischen eine *Zahl*" (*Wittgenstein und der Wiener Kreis* (WWK), 218). Poiché le tautologie sono un caso limite di proposizioni, si capisce allora che esse sono perfettamente legittime come elementi del simbolismo logico, e si capisce anche perché Wittgenstein avesse paragonato la loro appartenenza alla logica a quella dello "0" all'aritmetica (4.4611, cit.): numeri e proposizioni della logica sono accomunati dall'essere costruiti secondo un principio di generazione dato dall'applicazione reiterata di un'operazione formale ad una base fissata. Ciò rimanda alla nozione di *serie formale* (Formenreihe), ossia di una serie i cui elementi sono ordinati secondo relazioni interne (4.1252). La serie dei numeri è un esempio di Formenreihe; poiché, inoltre, le strutture delle proposizioni stanno in reciproche relazioni interne (5.2), un ordinamento in serie delle proposizioni secondo la loro struttura non può che dar luogo ad una serie formale. Il membro generale di una Formenreihe può essere espresso soltanto mediante una variabile, perché il concetto: "membro di questa serie formale" è un concetto formale (4.1273); il metodo appropriato di determinazione del membro generale di una serie formale è quello di indicare il primo membro della serie, e la forma generale dell'operazione che produce l'elemento successivo. Il membro generale di una serie formale "a, O'a, O'O'a,..." verrà allora espresso dalla variabile "[a, x, O'x]". Su questa base, Wittgenstein può considerare le proposizioni come risultati dell'applicazione di un'operazione a proposizioni-base (le proposizioni elementari), rappresentando in tal modo le relazioni interne tra le strutture delle proposizioni (5.2, 5.21). Le operazioni che si applicano alle proposizioni elementari per costruire proposizioni complesse sono dette operazioni di verità (le costanti logiche) (5.234, 5.2341); poiché nessuna di esse è fondamentale (5.42), Wittgenstein assume come unica costante logica, nei cui termini sono definibili tutte le altre (5.47), l'operazione di negazione congiunta N (l'operatore di Sheffer). Il numero sarà invece definito come l'esponente di un'operazione (6.02, 6.021). **1**

Ciò che il ricorso alla nozione di operazione formale ha chiarito è che le tautologie sono

(1)
Non sembra di poter considerare corretta l'interpretazione di Piana (1973), secondo cui "un concetto formale, a differenza dei concetti effettivi, rinvia ad un'operazione, esso è cioè la forma comune degli elementi di una serie di risultati operazionali. Questa forma è rappresentata dal segno del termine generale della serie — segno che è, appunto, una variabile" (p. 98). Il motivo di ciò è che la specificazione di una legge o operazione di generazione di una serie formale è solo un modo di determinazione dei valori di una variabile (degli oggetti che cadono sotto un concetto formale) — gli altri modi essendo l'enumerazione diretta e l'indicazione di una funzione — (5.501), e inoltre che il modo di determinazione è un fatto inessenziale (3.317, 5.501). Dunque il ricorrere alla nozione di operazione per rappresentare le relazioni interne non è in generale una strada obbligata (come appare già dai §§ 4.1273 e 5.21): essa è solo più o meno opportuna a seconda dei casi. Quella di operazione è pertanto una nozione tecnica che non tocca l'essenza del simbolismo.

1

assimilabili ai numeri, e non alle equazioni. Ora, qual'è il carattere fondamentale di un'operazione formale? Evidentemente, la possibilità che il suo risultato costituisca a sua volta la base di una nuova applicazione. Pertanto, l'operazione si distingue essenzialmente dalla funzione, che invece non può essere argomento di se stessa (5.25, 5.251). Da ciò segue che l'operazione non contribuisce, diversamente dalla funzione, alla determinazione del senso, della portata rappresentativo-assertoria delle proposizioni in cui occorre: “Das Vorkommen der Operation charakterisiert den Sinn des Satzes nicht. Die Operation sagt ja nichts aus, nur ihr Resultat, und dies hängt von den Basen der Operation ab" (5.25). Ciò getta luce in maniera conclusiva sul carattere della tautologia. Essa è “sinnlos" non solo nel senso che non dice nulla sul mondo, ma anche nel senso che non asserisce nulla sulle proprietà del simbolismo: essa piuttosto mostra queste proprietà. E questo in virtù della teoria delle costanti logiche, intese come operazioni che producono i membri di una serie formale, e prive di portata assertoria perché non assimilabili a funzioni (5.251) o relazioni (5.42). Di qui anche la loro dispensabilità, in una notazione adeguata (6.122): “Nicht die Tautologie ist das Wesentliche, sondern das, was *sich an der Tautologie zeigt*" (WWK, 219). E con ciò si mostra anche il punto decisivo di differenziazione dalle equazioni, perché “*Die Gleichheit ist keine Operation*" (ibid., 218). L'identità è pensabile piuttosto come una relazione, ed è dotata quindi di capacità assertoria (cfr. *Philosophische Bemerkungen*, 120); il problema con essa nasce dal fatto che l'asserzione di identità deve riferirsi non ad uno stato di cose ma ad una proprietà del simbolismo, e ciò è impossibile: “Die Identität zweier Ausdrücke läßt sich nicht *behaupten*. Denn, um etwas von ihrer Bedeutung behaupten zu können, muß ich ihre Bedeutung kennen: und indem ich ihre Bedeutung kenne, weiß ich, ob sie dasselbe oder verschiedenes bedeuten" (6.2322). Da ciò si capisce subito perché le equazioni siano Scheinsätze: esse impiegano il segno di identità come se fosse il segno di un concetto vero e proprio, mentre l'identità tra due oggetti deve potersi esprimere semplicemente mediante l'identità dei segni (5.53). Ciò che nella logica dovrebbe corrispondere all'equazione di due numeri non è una proposizione, ma l'asserzione dell'equivalenza logica (uguaglianza di significato) di due proposizioni. Ma nella logica non si dà nulla del genere, perché, come si è visto, le tautologie non hanno valore assertorio (WWK, 218). Le equazioni, e in generale gli Scheinsätze, sono dunque essenzialmente differenti dalle tautologie.

Avendo compreso questa differenza, e quindi rimosso la nostra obiezione, possiamo ora rispondere alla domanda centrale: perché gli Scheinsätze sono insensati? Il punto è che una predicazione è sensata solo quando è possibile predicare dello stesso oggetto qualcosa di diverso, o quando è possibile negare la predicazione in questione. Ma questo non si dà nel caso in cui gli oggetti della predicazione siano le forme del simbolismo, perché i concetti predicati sono qui concetti formali, e dunque una predicazione alternativa è esclusa dal simbolismo stesso. Dice Wittgenstein: “Formen kann man nicht dadurch voneinander unterscheiden, daß man sagt, die eine habe diese, die andere aber jene

Eigenschaft; denn dies setzt voraus, daß es einen Sinn habe, beide Eigenschaften von beiden Formen auszusagen" (4.1241). La distinzione delle forme può essere condotta ad espressione non mediante asserzioni, ma mediante operazioni (5.24, 5.241).

Ciò getta luce, d'altra parte, sul significato della stessa distinzione dire/mostrare. Essa si fonda sulla teoria delle relazioni interne e dell'insensatezza degli Scheinsätze, sul fatto che assumere questi come proposizioni autentiche significherebbe porsi al di fuori della logica del nostro linguaggio, e quindi del mondo (4.12): "Was gezeigt werden *kann*, *kann* nicht gesagt werden" (4.1212).

Riassumiamo quanto detto finora. L'idea di fondo della teoria del simbolismo del Tractatus è quella del sussistere di un "meccanismo logico-semantico" sottostante alle regole del linguaggio logico, indipendente, cioè, dalla pratica umana. La seconda idea cruciale è che questo meccanismo non sia esplicitabile mediante le modalità ordinarie di predicazione, ma possa solo essere mostrato attraverso l'impiego di operazioni formali: non ci sono tesi metateoriche sul linguaggio, e nemmeno tesi internalizzabili come le regole di induzione della MTT.

4.2.3.2. I Bedeutungskörper e le regole

Negli scritti risalenti ai primi anni '30, uno degli obiettivi principali delle critiche di Wittgenstein diviene quella che si può chiamare la concezione "Bedeutungskörper" del significato. Essa consiste nel pensare che *dietro* ad ogni simbolo del linguaggio vi sia un significato indipendente, concepito secondo il modello oggetto-designazione: un "corpo di significato", appunto (cfr. *Philosophische Grammatik* (PG), 54). La radice di quest'immagine del linguaggio è per Wittgenstein da rintracciare nell'idea secondo cui le parole sono nomi, idea che sottende, come è noto, la descrizione dell'apprendimento del linguaggio data da Sant'Agostino (ibid., 57). Si tratta pertanto di un'immagine pervasiva, pre-teorica, e compatibile con diverse teorie filosofiche. Il suo tratto caratterizzante consiste in ciò che abbiamo visto pienamente operante nel Tractatus, ossia la priorità del significato rispetto alle regole: ogni parola ha dietro di sé un Bedeutungskörper, da cui si ricavano le regole combinatorie tra esso e gli altri corpi di significato. Consideriamo per esempio il caso della negazione: "'Daß zwei Verneinungen eine Bejahung ergeben, muß doch schon in der Verneinung, die ich jetzt gebrauche, liegen'. Hier bin ich in Begriffe, eine Mythologie des Symbolismus zu erfinden. Es hat den Anschein, als könnte man aus der Bedeutung der Negation *schließen*, daß '$\neg\neg p$' p bedeutet. Als würden aus der Natur der Negation die Regeln über das Negationszeichen *folgen*. So daß, in gewissem Sinne, die Negation zuerst vorhanden ist, und dann die Regeln der Grammatik. Es ist also, als hätte das Wesen der Negation einen zweifachen Ausdruck in der Sprache: denjenigen, dessen Bedeutung ich erfasse, wenn ich den Ausdruck der Negation in einem Satz verstehe, und die Folgen dieser Bedeutung in der Grammatik" (ibid., 53). Il rapporto tra il significato di un certo simbolo e le sue conseguenze è così concepito secondo la metafora del contenimento, ossia le conseguenze sono ottenute estraendo ciò che è contenuto implicitamente nel significato del simbolo: “Es scheint hier leicht, als ob das Zeichen die ganze Grammatik zusammenfaßte; daß sie in ihm enthalten wäre wie die Perlenschnur in einer Schachtel und wir sie nur herausziehen müßten. [...] Als wäre das Verständnis ein momentanes Erfassen von etwas, wovon später nur die Konsequenzen gezogen werden, und zwar so, daß diese Konsequenzen bereits in einem ideellen Sinn existieren, ehe sie gezogen werden" (ibid., 55).

Un modo ulteriore per definire questa concezione è quello di ricorrere all'idea di un “meccanismo logico" che sta dietro ai nostri simboli — così come i congegni e gli ingranaggi di un orologio stanno dietro al quadrante — , e che determina tutte le conseguenze e interrelazioni semantiche dei simboli stessi. Per esempio, che $\alpha(t)$ segua da $\forall x\alpha(x)$ è dato dall'esistenza di un simile meccanismo: come il meccanismo di un orologio viene assunto come spiegazione del movimento delle lancette, così il meccanismo logico deve spiegare il rapporto di conseguenza che intercorre tra $\forall x\alpha(x)$ e $\alpha(t)$ (cfr. *Lectures on the Foundations of Mathematics*, XX).

Ora, Wittgenstein era giunto a pensare che una simile concezione “mitologica" del simbolismo fosse profondamente confusa, e che in particolare contenesse un fraintendimento radicale della natura delle relazioni concettuali o interne. Queste non possono essere spiegate mediante la postulazione di entità intermedie, quali ad esempio di un meccanismo logico, o un processo mentale, o un'interpretazione, perché ciò distorcerebbe la loro natura di relazione interna (cfr. Baker & Hacker (1984), cap. 3): “Wir kommen hier überhaupt auf einen sonderbaren Irrtum, der darin besteht, daß man meint, daß man in der Logik zwei Dinge durch ein drittes Ding miteinander verknüpfen kann, (daß etwas vermittelt wird). Man stellt sich zwei Dinge vor, die durch ein Seil miteinander verbunden sind. Aber das ist ein irreführendes Bild. Denn wie verbindet sich nun das Seil mit dem Ding? (Die Dinge müssen sich direkt verbinden, ohne Seil, d. h., sie müssen schon in Verbindung miteinander stehen, so wie die Glieder einer Kette.)" (WWK, 155). Dunque: una relazione interna non può essere spiegata facendo riferimento ad una terza entità che sta fra gli oggetti relati, perché ciò comporterebbe un regresso all'infinito: si dovrebbe cioè spiegare in cosa consista la connessione tra gli oggetti relati e l'entità intermedia, fra questa e le nuove entità intermedie postulate, e così via. Questo modo di argomentare è parallelo alle osservazioni sul seguire una regola: se si pensa da un lato l'espressione della regola e dall'altro la sua applicazione, e si ricerca qualcosa che connetta questi due termini, si avranno altre regole per interpretare la regola originaria, così da non poter mai giungere all'applicazione corretta. E' essenziale comprendere il preciso significato di questo regresso: non si sta affermando che ogni formulazione della regola presuppone la comprensione del significato dei termini impiegati, per cui si hanno regole per interpretare quei termini, e così via all'infinito. Questa interpretazione del regresso è un punto cruciale dell'argomento scettico di Kripke (1982), ma vale la pena osservare che è stata esplicitamente esclusa da Wittgenstein. Supponiamo che qualcuno obietti che non si possa mai comprendere una spiegazione, perché questa presuppone altre spiegazioni che la sorreggano, all'infinito. La risposta di Wittgenstein è che una spiegazione serve a sorreggerne un'altra solo quando essa è necessaria: “Eine Erklärung dient dazu, ein Mißverständnis zu beseitigen, oder zu verhüten — also eines, das ohne die Erklärung eintreten würde; aber nicht: jedes, welches ich mir vorstellen kann. Es kann leicht so scheinen, als *zeigte* jeder Zweifel nur eine vorhandene Lücke im Fundament; so daß ein sicheres Verständnis nur dann möglich ist, wenn wir zuerst an allem zweifeln, woran gezweifelt werden *kann*, und dann alle diese Zweifel beheben" (*Philosophische Untersuchungen* (PU), 87). Inoltre, la possibilità di un fraintendimento costituisce sempre un problema empirico, e non filosofico (cfr. PU, 85). Ciò che il regresso vuole mostrare, allora, è che la corretta applicazione di una regola non può essere specificata mediante un'altra regola, ma si deve comprendere direttamente (hineinsehen) nell'espressione stessa della regola (cfr. WWK, 154): “*Die Regel ist nicht so wie der Mörtel zwischen zwei Ziegeln*" (ibid., 155). La domanda è allora: se eliminiamo ogni spiegazione della connessione tra espressione e applicazione, e in generale tra i termini di una relazione interna, non si ripropone il problema della dissoluzione delle relazioni interne? Ossia: non rimaniamo con dei meri simboli, incapaci di determinare la corretta applicazione delle regole, e in generale concettualmente irrelati rispetto agli altri simboli?

Osserviamo innanzitutto che con l'eliminazione dei Bedeutungskörper e con la sua nuova concezione delle relazioni interne, Wittgenstein ha compiuto il passo decisivo verso una concezione olistica del significato. Perché se le singole parole non portano con sé ciascuna uno specifico “corpo di significato", appare necessario concludere che una parola, o una frase, ha significato solo in quanto è parte di un sistema di regole. Wittgenstein può così sostenere che il significato di una parola è la posizione che questa occupa nella grammatica, ossia il ruolo che essa ha in un dato calcolo (PG, 59, 63). Ciò significa, in particolare, che non si dà alcun significato al di fuori di un sistema, ossia laddove non sia stata fissata alcuna regola d'uso: una parola, o una frase, è tale solo all'interno di un linguaggio (ibid., 131). In questa prospettiva Wittgenstein può rispondere alla domanda posta precedentemente che ciò che abbiamo non sono segni inerti, perché essi traggono la loro “vita" dall'appartenenza a un sistema; ciò che dobbiamo fare, egli sostiene, è liberarci dall'erronea convinzione secondo cui un segno non è un *mero* segno solo perché è vivificato da un processo mentale occulto (cfr. in particolare PG, I, cap. 7). Come è noto, abbandonando la concezione del linguaggio come sistema di calcolo, Wittgenstein darà in seguito una risposta più sostanziale: un segno ha significato perché viene impiegato nel contesto di una prassi stabile in cui sono coinvolte norme e istituzioni, ossia, in breve, nel contesto di una *forma di vita* (PU, 19, 23, 241). Tuttavia, anche questa prospettiva rimane essenzialmente olistica.

Una diretta conseguenza di questa concezione è data dall'arbitrarietà, e quindi non giustificabilità, delle regole della grammatica. Se, infatti, le regole sono ciò che determina, ossia costituisce, il significato, appare evidente che esse non sono responsabili rispetto a dei significati già dati, e che quindi sono arbitrarie (PG, 184): “Es kann keine Diskussion darüber geben, ob diese Regeln oder andere die richtigen für das Wort 'nicht' sind (d. h. ob sie seiner Bedeutung gemäss sind). Denn das Wort hat ohne diese Regeln noch keine Bedeutung, und wenn wir die Regeln ändern, so hat es nun eine andere Bedeutung (oder keine) und wir können dann ebensogut auch das Wort ändern" (ibid.). In generale, una regola non è arbitraria se viene stabilita in vista del raggiungimento di uno scopo, ma nel caso del linguaggio non vi è uno scopo di qualche tipo (ibid.). Wittgenstein può così affermare l'*autonomia* della grammatica o del linguaggio rispetto alla realtà (cfr. PG, 40, 63, 97). Misuriamo qui tutta la distanza dalla concezione del Tractatus: in esso l'aspetto arbitrario del simbolismo era del tutto irrilevante, essendo limitato alla descrizione delle espressioni; ora invece diviene l'essenziale, perché la grammatica è costituita interamente da regole arbitrarie.

Possiamo a questo punto valutare la portata della nuova concezione delle relazioni interne, riferendoci, in particolare, alla nozione di conseguenza. Nella prospettiva del Tractatus, che p segua da q consiste nel fatto che il senso di p è contenuto nel senso di q (T, 5.122); che p segua da q è quindi la condizione perché possiamo correttamente inferire p da q (T, 5.132). Ciò significa che la relazione interna tra premessa e conseguenza non è stabilita da noi: “Folgt die Wahrheit eines Satzes aus der Wahrheit anderer, so drückt sich dies durch Beziehungen aus, in welchen die Formen jener Sätze zu einander stehen; und zwar brauchen wir sie nicht erst in jene Beziehungen zu setzen, indem wir sie in einem Satz miteinander verbinden, sondern diese Beziehungen sind intern und bestehen sobald, und dadurch daß, jene Sätze bestehen" (T, 5.131). Dunque: poiché queste relazioni sono interne, sussistono *prima* della regola. La successiva concezione delle relazioni interne consiste proprio nel rifiuto di quest'idea: la dipendenza fra premessa e conseguenza viene stabilita o istituita dalla regola che assegna all'una il ruolo di premessa e all'altra quello di conseguenza; una dipendenza o connessione occulta fra le due non si dà: “Hinter die Regeln kann man nicht dringen, weil es kein Dahinter gibt. [...] Daß p aus q folgt, ist eine Bestimmung, die den Sinn von p und q bestimmt; nicht etwas, das, von dem Sinn dieser beiden ausgesagt, wahr ist" (PG, 244-246). Una relazione interna sussiste solo in virtù di una regola grammaticale arbitraria; siamo pertanto autorizzati a trarre certe conseguenze da certe premesse per il semplice fatto che questoè il nostro modo di calcolare. Una concezione olistica incentrata sulla nozione di regola chiaramente banalizza le connessioni concettuali: che p segua da q consiste nel fatto che le nostre regole sono tali che noi *diciamo* che p è una conseguenza di q. Per Wittgenstein, ciò si inquadra nell'intento generale di ricondurre i “super-concetti" filosofici al loro impiego quotidiano (PU, 97, 116). Nella sua prospettiva, l'aspetto sostanziale delle connessioni concettuali è dato dal loro essere parte di una pratica, di una forma di vita: “Zur Verständigung durch die Sprache gehört nicht nur eine Übereinstimmung in den Definitionen, sondern (so seltsam dies klingen mag) eine Übereinstimmung in den Urteilen. Dies scheint die Logik aufzuheben; hebt sie aber nicht auf. — Eines ist, die Meßmethode zu beschreiben, ein Anderes, Messungsergebnisse zu finden und auszusprechen. Aber was wir 'messen' nennen, ist auch durch eine gewisse Konstanz der Messungsergebnisse bestimmt" (PU, 242).

4.2.4. CONCLUSIONE

La prima osservazione che possiamo trarre dalla discussione precedente è che il percorso teorico che condusse Wittgenstein ad abbracciare la concezione del significato come uso muove proprio dall'esigenza di rifiutare l'idea dei Bedeutungskörper, ossia quell'idea che invece Dummett, e con lui Prawitz, pensa di poter *connettere* alla tesi dell'equivalenza di uso e significato. Abbiamo visto infatti nel capitolo precedente che per Dummett i significati vengono *prima* delle regole, ma che d'altra parte essi sono fissati *mediante* regole. Il modo in cui queste due tesi vengono combinate assieme è ormai noto: esistono regole costitutive del significato, e procedure che giustificano le altre regole, per cui le regole sono sì secondarie rispetto al significato, ma questo, non potendo trascendere l'uso manifesto, deve essere a sua volta esplicitabile mediante regole (canoniche). Questa particolare versione della concezione del significato come uso fa sì che la filosofia della logica di Dummett e Prawitz sfoci in una teoria della validità analitica (nel senso di Prior) sui generis: le verità logiche dipendono dal significato delle costanti logiche, e questo significato viene fissato mediante regole, ma la determinazione delle regole non può essere arbitraria, perché deve soddisfare certi requisiti di armonia. Inoltre, la possibilità di esibire l'armonia garantisce che le regole non canoniche risultino giustificate.

Si tratta di una costruzione, dunque, che poggia sulla possibilità di rendere esplicito il rapporto di dipendenza tra le regole, e che si propone come un importante tentativo di trasformare in una *teoria* la *concezione* Bedeutungskörper criticata da Wittgenstein. L'importanza della MTT sta allora nell'avere messo in discussione questa possibilità, fornendo un modello concreto in cui le procedure di giustificazione assumono il ruolo di regole fra le altre, e in cui la giustificazione delle E-regole assume il carattere di una banale derivazione in un sistema formale. La MTT è dunque incompatibile con la teoria Dummett-Prawitz, ed è invece perfettamente in sintonia con la concezione olistica sostenuta da Wittgenstein: non vi è da un lato la comprensione del significato di una certa espressione, e dall'altro le conseguenze di questo significato nella grammatica, perché le stesse conseguenze (rese esplicite, nel nostro caso specifico, dalle regole di riduzione) devono essere determinate mediante regole costitutive del significato. L'argomento di Wittgenstein in questo senso è molto forte, ma in realtà si basa su una premessa che è tutta da dimostrare: vale a dire, che ogni spiegazione-specificazione di un nesso di conseguenza sia ancora una regola, per cui ci troviamo sempre di fronte al seguente dilemma: o la regola è essenziale per il significato, e quindi non costituisce alcuna spiegazione ma è una regola come tutte le altre; oppure la regola è una nuova interpretazione, e allora cadiamo in un regresso all'infinito, perché la nuova regola non ha in realtà nulla a che fare con il funzionamento del gioco linguistico, essendo soltanto una “ruota che gira a vuoto" (leerlaufendes Rad), frutto di un fraintendimento filosofico. Nel nostro caso, comunque, non abbiamo bisogno di ricorrere ad una simile premessa generale, perché si può ammettere tranquillamente che le procedure di giustificazione siano di fatto delle regole di trasformazione. L'argomento della MTT suona dunque in questi termini: dato che le regole di uguaglianza non sono leerlaufende Räder, ma procedimenti essenziali per comprendere il funzionamento dei sistemi logici, e dato che il significato coincide con l'uso, si deve concludere che anch'esse sono costitutive del significato.

Si potrebbe obiettare che l'insufficienza delle regole di introduzione a determinare il significato si manifesta soltanto nell'ambito di una teoria dei tipi alla Martin-Löf che si basa sulla corrispondenza proposizioni-tipi, ed essendo questa una corrispondenza matematica astratta, il cui significato filosofico non è del tutto chiaro, non si può fondare le proprie critiche su simili difficoltà contingenti. Tuttavia è importante comprendere che il problema si pone ad un livello del tutto generale, come si può vedere riconsiderando la nozione prawitziana di argomento valido: Prawitz ritiene di aver mostrato come la relazione di conseguenza logica dipenda unicamente dal significato delle costanti logiche determinato dalle regole di introduzione (cfr. (1985), 168, cit.), ma ciò può essere messo in dubbio sulla base del fatto che per mostrare che le regole di eliminazione dipendono da quelle di introduzione bisogna ricorrere alle procedure di giustificazione, che sono a loro volta delle regole. Ora, se avessimo un argomento conclusivo per mostrare che le regole di introduzione esauriscono il significato degli operatori logici, ciò non costituirebbe alcun problema, perché le procedure di giustificazione potrebbero essere considerate semplicemente come il veicolo di constatazioni metateoriche. Ma abbiamo già osservato che in realtà non esiste nessun argomento in questo senso, e quindi rimane sempre aperta la possibilità di far valere l'equivalenza di uso e significato per rivendicare il ruolo costitutivo di tutte le regole che rivestono un ruolo essenziale in una qualche procedura argomentativo-dimostrativa. La forza della MTT sta nell'avere sfruttato in maniera decisiva questa possibilità; la sua debolezza sta invece nel pretendere di avere individuato in maniera conclusiva le regole costitutive: abbiamo visto infatti che per poter derivare le regole che ci interessano, ossia le E-regole, dobbiamo fare ricorso anche alla tesi (“internalizzata") che certe regole esauriscono il significato.

La nostra discussione sembra dunque condurre ad una conclusione di portata generale: *è cosa molto dubbia che si possa costruire coerentemente una teoria dei Bedeutungskörper e una spiegazione del nesso di conseguenza logica facendo riferimento ad un quadro teorico dominato dalla concezione del significato come uso. Se si sfrutta questa concezione in maniera conseguente, si ritorna inesorabilmente ad una teoria olistica del significato.*

5. CONCLUSIONE

L'indagine che abbiamo seguito nei capitoli precedenti ci ha condotto più volte ad avanzare riserve circa il programma dummettiano e prawitziano di chiarificazione della natura della logica. Cerchiamo ora di riconsiderare le nostre critiche in maniera unitaria e di dare una valutazione complessiva del programma stesso. Trattandosi di un progetto di fondazione della logica basato su una teoria del significato, la questione centrale è se i principi della TM siano adeguati a trattare le questioni sollevate, in particolare i punti (1) e (2) visti nell'Introduzione, ossia la determinazione della logica corretta e la chiarificazione delle condizioni di possibilità della deduzione. I principi della TM che in questa sede appare rilevante riconsiderare sono i seguenti.
(A) Anzitutto, la nozione di significato non è trattabile se non in considerazione del suo correlato epistemico, per cui la padronanza di un linguaggio non è descrivibile come una mera capacità pratica, ma è sempre intessuta di elementi intenzionali e razionali. In altri termini, la comprensione del significato coinvolge una forma di *conoscenza* in senso stretto: non possiamo parlare di significati prescindendo dalle capacità cognitive del soggetto che li comprende.
(B) I significati vengono *prima* delle regole: esiste un *nucleo di base* dei significati, tale che gli altri significati risultano giustificati da esso secondo un qualche principio di armonia. Poiché però il significato coincide con l'uso, non vi sono significati che non siano manifestabili, ossia esplicitabili mediante regole: la tesi della priorità dei significati rispetto alle regole si traduce dunque, di fatto, nella tesi della priorità di certe regole rispetto ad altre regole.

Chiaramente, l'adeguatezza di una MT si misura anzitutto dalla sua capacità di dare sostanza a questi principi, ossia di spiegare in cosa consista la conoscenza del significato, in primo luogo, e in che modo vada intesa la priorità dei significati sulle regole, in secondo luogo. Cerchiamo ora di mostrare che i principi teorici e metodologici che guidano l'edificazione di una MT non permettono di raggiungere questi obiettivi. Consideriamo anzitutto il principio (A). Per l'assunzione dell'antipsicologismo, il correlato epistemico del significato non è da considerarsi di pertinenza di una teoria della mente. Affermare che il padroneggiamento di un linguaggio non è una mera capacità pratica vuol dire per Dummett che il linguaggio serve da veicolo per i nostri pensieri (cfr. (1991), 103, cit.), non nel senso che i pensieri sussistano in maniera autonoma e indipendente dal linguaggio, ma che possedere un linguaggio comporta sempre un'attività noetico-razionale cosciente, che deve considerarsi una forma autentica di conoscenza. Ora, se i pensieri non vanno identificati con i processi psicologici del pensare, appare necessario concludere che nemmeno la conoscenza del linguaggio che in essi si esplica possa essere di competenza di una teoria della mente. Conoscere un linguaggio equivale ad avere pensieri; i pensieri non sono processi mentali; dunque nemmeno la conoscenza del linguaggio ha a che fare con la mente. L'ovvia questione è allora come debbano essere intesi i pensieri. Frege e Husserl, che com'è noto mossero aspre critiche allo psicologismo, trovarono naturale concludere che i pensieri sono da intendersi come *Sinne an sich*, ossia come unità ideali autonome, che in particolare dovrebbero garantire la legalità e la certezza della logica dalle obiezioni scettiche: se le leggi logiche fossero una mera generalizzazione di necessità psicologiche, per cui la loro correttezza deriverebbe dal fatto che noi pensiamo in un certo modo e non altrimenti, rimarrebbe sempre il dubbio che ci sbagliamo sempre, perché un ragionamento scorretto procede secondo necessità psicologiche non meno di uno corretto. Husserl distingueva allora (nei Prolegomeni alle *Logische Untersuchungen*) fra *evidenza assertoria* e *evidenza apodittica*: abbiamo evidenza assertoria quando rileviamo in noi un certo stato psicologico, ma poiché questo non costituisce alcuna garanzia di correttezza, la certezza della logica può solo essere apodittica, ossia evidenza non di stati psicologici ma della *verità* stessa delle leggi logiche: e poiché si può avere evidenza di qualcosa solo se questo è già dato, Husserl concludeva che le leggi logiche debbano essere degli oggetti ideali in sé. Sfortunatamente, Husserl dimenticò di dirci come facciamo a distinguere le evidenze apodittiche da quelle assertorie, per cui il nostro scettico non dovrebbe essere molto turbato da questo argomento.

In ogni caso, per Dummett parlare di oggetti ideali non è altro che una forma di mitologia (cfr. p. es. (1993)), pertanto questa soluzione è esclusa. Secondo Dummett, in effetti, per mantenere l'idea di oggettività del pensiero che Frege e Husserl ritenevano di dover salvaguardare introducendo gli oggetti ideali, è sufficiente molto meno: l'oggettività del pensiero è da individuare semplicemente nel carattere pubblico del linguaggio, nel fatto che esso non consiste di contenuti mentali privati, ma di usi manifestabili e quindi intersoggettivamente controllabili. Né, d'altra parte, vi è qualcosa che sia rilevante (e possibile) conoscere sui pensieri oltre all'uso linguistico. Sembra pertanto che la prospettiva dummettiana venga descritta più adeguatamente parlando non di isomorfismo e coestensività di pensiero e linguaggio, ma di *identità* dei due termini: usare l'uno o l'altro termine diventa semplicemente una questione di enfasi. In questo modo ci troviamo di fronte alla seguente situazione: la conoscenza del linguaggio (dei significati) si esplica (consiste) nell'avere pensieri, e i pensieri a loro volta sono i significati. Ma allora il fatto che vi siano dei soggetti aventi tale conoscenza scompare completamente dalla nostra considerazione, per diventare una questione marginale di carattere empirico-psicologico, e l'insistenza sull'importanza del correlato epistemico del significato appare del tutto vacua, perché tutto quanto riusciamo a dire è che *ci sono dei pensieri-significati*. Ciò sembra semplicemente dissolvere l'idea stessa che sia indispensabile parlare di conoscenza: se la teoria del linguaggio ha da essere una teoria della *conoscenza* e della *comprensione* del linguaggio, allora non si vede, infatti, come si possa prescindere dalla considerazione del *soggetto* che conosce e comprende. Nella MT c'è dunque uno sfasamento tra il livello delle capacità cognitive, che vengono relegate all'esterno della teoria come irrilevanti appendici empirico-psicologiche, e il livello della manifestazione di tali capacità, che comprende l'intera portata descrittiva della teoria stessa: di fatto, essa non incorpora quindi alcuna analisi della cognizione. Dal punto di vista della MT, i parlanti sono delle entità eteree che hanno rilievo solo nella misura in cui la teoria deve assumere che *qualcuno* segua le regole di un dato linguaggio. Come abbiamo sostenuto nel primo capitolo, una teoria così concepita non può dire molto sulla conoscenza, anzitutto perché non è in grado di distinguere tra un individuo dotato di conoscenza ed una macchina che esegue delle operazioni sulla base di istruzioni algoritmiche, e in secondo luogo perché ad essa sfugge *l'essenziale* di ciò che una teoria del significato dovrebbe fare: se il linguaggio è la sede della razionalità, e se in esso ha luogo nella sua forma più complessa il fenomeno dell'intenzionalità, allora il valore di una teoria del significato deve misurarsi anzitutto dalla sua ricchezza esplicativa rispetto a queste nozioni, e sicuramente una MT alla Dummett non dice nulla su di esse, limitandosi ad assumerle blandamente a livello metateorico. Ciò che possiamo concludere è allora che il principio (A) della TM viene dissolto dal modo stesso in cui è pensata la forma di una MT: nei termini della teoria, il correlato epistemico del significato sfugge ad ogni possibilità di trattazione, e dunque il principio in questione assume il carattere di un riconoscimento puramente formale. Ora, se è vero che l'aspetto epistemico è essenziale al costruttivismo, abbiamo un primo argomento per affermare che le tesi considerate — antipsicologismo, identità di pensiero e linguaggio, significato come uso — non sono compatibili con il costruttivismo.

Veniamo ora al principio (B). La discussione precedente ci ha condotto a spostare l'attenzione dalla conoscenza dei significati ai significati stessi, in vista del fatto che la MT sulla conoscenza non ha nulla da dire. Come abbiamo sottolineato più volte, l'idea cruciale attorno ai significati è che essi vengono prima delle regole, e che sono specificabili delle regole rispetto alle quali altre risultino giustificate, esibendo in tal modo una situazione di armonia tra le regole. Nella concezione di Dummett, che un linguaggio sia in armonia significa che esso debba essere un'estensione conservativa rispetto ad ogni suo sottolinguaggio: in questo modo, estendendo un frammento di linguaggio mediante l'aggiunta di nuovi elementi linguistico-deduttivi, non si viene a modificare la relazione di conseguenza presente nel linguaggio di base, e ci si assicura che la comprensione di un enunciato appartenente ad esso non coinvolga l'intero linguaggio: dunque richiedere l'armonia dovrebbe implicare la falsità dell'olismo. La difficoltà cui questa posizione va incontro è che essa conduce a collassare due piani nettamente distinti: da un lato il piano delle constatazioni empiriche, e dall'altro quello delle assunzioni di principio. Il punto centrale è che l'olismo non è una tesi di cui si possa constatare la verità in maniera empirica, e questo vale sia nella prospettiva dell'olista che in quella dell'antiolista. Come è emerso dalla discussione del pensiero di Wittgenstein, essere olisti significa pensare che la concezione Bedeutungskörper sia una fallacia concettuale, perché postula l'esistenza di entità laddove non siamo giustificati a fare assunzioni in questo senso. Abbiamo già osservato che in realtà quest'argomento è circolare, perché presuppone che ogni specificazione del rapporto di conseguenza sia ancora una regola, ossia presuppone, in effetti, che vi siano *solo regole*: non sorprende, dunque, che sulla base di quest'assunzione l'idea dei Bedeutungskörper diventi inaccettabile. In ogni caso, l'argomento è qui meno importante della conclusione: resta il fatto che l'olista *assume* che non ci siano corpi di significato, e che dunque (1) i significati scaturiscono dal complesso dei rapporti interni al linguaggio, e (2) cambiando alcune regole si ottiene un *nuovo* linguaggio. Possiamo allora caratterizzare l'antiolismo come la tesi che l'idea dei Bedeutungskörper — *in una sua qualche accezione di cui sia possibile dare una precisazione adeguata* — sia imprescindibile. In effetti, la forza dell'olismo sta tutta qui: siccome non ci è mai stata offerta una precisazione soddisfacente dell'idea dei Bedeutungskörper, rimane il sospetto che quest'idea sia soltanto una costruzione mitologica. Ora, per un antiolista il fatto che si debba constatare una trasformazione nel significato di un certo termine, per esempio in seguito ad una scoperta scientifica, non costituisce affatto una prova della verità dell'olismo: semplicemente, abbiamo accresciuto la nostra conoscenza, o abbiamo rimosso una credenza erronea (sembra ragionevole assumere che conoscenze e credenze attorno ad un certo termine abbiano a che fare con il suo significato). E' solo se si assume che non ci siano dei corpi di significato, e che dunque i significati non siano in alcun modo *stabili*, che si deve concludere che l'intera rete dei significati è mutata, e che quindi ci troviamo di fronte ad un nuovo linguaggio.

Ma una prova empirica non è un argomento a favore dell'olismo *nemmeno per l'olista*. Uno dei tratti caratteristici dell'olismo è che non ci sono punti di vista *esterni* al linguaggio, dato che i pensieri che possiamo esprimere hanno ragion d'essere soltanto all'interno della pratica linguistica: per così dire, siamo ingabbiati all'interno del linguaggio, e possiamo solo fare delle mosse che ci sono concesse dalle regole del gioco, non essendovi null'altro oltre alle regole. Ma allora, che in seguito ad una scoperta scientifica risulti modificato il significato di una certo termine teorico, costituisce pur sempre un fatto che viene constatato all'interno della pratica linguistica, e che non ha alcun ulteriore rilievo concettuale. Si potrebbe osservare che, stando così le cose, la stessa tesi dell'olismo debba essere una tesi empirica, non filosofica — perché altrimenti avrebbe uno status non spiegato all'interno della prospettiva olistica —, e che quindi essa si pone in realtà allo stesso livello di ogni altra tesi. Tuttavia, se l'olismo fosse una tesi empirica, sarebbe evidentemente *falsa*: per un olista, quando estendiamo, per esempio, il sistema dei numeri naturali a costituire quello dei numeri interi, non abbiamo semplicemente esteso il vecchio sistema, ma ne abbiamo creato uno nuovo; ma è chiaramente falso che in questo caso abbiamo mutato radicalmente il nostro concetto dei numeri naturali: per poterlo affermare, dobbiamo chiamare in causa la tesi della falsità della concezione Bedeutungskörper, e questa *non* è una tesi empirica. La tesi dell'olismo non è un'asserzione verificabile. Lasceremo all'olista il problema di armonizzare lo status della sua tesi con il suo contenuto; Wittgenstein, per esempio, riteneva che fosse possibile affermare delle proposizioni non empiriche sulla *grammatica* dei giochi linguistici.

Nella caratterizzazione dummettiana, al contrario, risulta che in una situazione di nonconservatività si ha una dimostrazione della verità dell'olismo, e poiché l'olismo ha conseguenze inaccettabili (per esempio: dato un qualsiasi insieme di regole deve essere possibile desumere i significati in maniera chiara e intelligibile; un linguaggio è sempre “in ordine" comunque sia fatto (cfr. § 3.1.1.)), bisogna richiedere la conservatività a garantire il venir meno dell'olismo. In altri termini, Dummett identifica la tesi dell'olismo per un dato linguaggio con un'asserzione fattuale su tale linguaggio. Ora, la nostra critica era che in tal modo si mettono assieme delle tesi inconciliabili: da un lato l'ammissione che l'olismo può esser vero, e dall'altro la rivendicazione della controllabilità dei linguaggi dall'esterno. Supponiamo che per il linguaggio totale non valga la conservatività: per i principi dummettiani, dovremmo dunque dire che l'olismo è vero. Ma allora diventa impossibile ogni riforma del linguaggio che voglia essere filosoficamente rilevante, perché ogni ristrutturazione del linguaggio costituisce ancora un elemento interno alla pratica linguistica, e l'intero progetto revisionistico viene meno. La conclusione sembra pertanto dover essere che la conservatività non può servire ad esplicitare la nozione di armonia, perché le motivazioni che sottendono questa proposta non sono plausibili.

Prawitz, da parte sua, ritiene che la conservatività non possa essere richiesta perché nessun linguaggio può determinare completamente la relazione di conseguenza logica fra gli enunciati in esso esprimibili: le connessioni semantiche tra enunciati trascendono dunque i confini di ogni particolare sistema di regole. Si tratta indubbiamente di una mossa spregiudicata, per uno che sostiene la coestensività di uso e significato: la relazione di conseguenza è ancora data dall'esistenza di regole d'uso, ma queste regole non sono specificabili una volta per tutte a costituire un linguaggio particolare. Le connessioni semantiche sono dunque *translinguistiche*. Laddove vengono meno le regole di un dato linguaggio, per Prawitz l'esistenza di connessioni semantiche tra enunciati viene accertata dalla *comprensione informale* degli enunciati stessi. Il primato dell'intuizione sulle regole è indubbiamente un aspetto che lo allontana sensibilmente dal pensiero di Dummett. La nozione di armonia deve allora essere esplicitata mediante una nozione di conseguenza logica che tenga conto di questo fatto e che spieghi le dipendenze dei significati mediante le procedure di giustificazione. La discussione condotta nel capitolo precedente sulle critiche di Wittgenstein alla concezione Bedeutungskörper getta dei forti dubbi sull'adeguatezza di questa proposta: dato il fatto che non possediamo alcun metodo per determinare quali regole siano costitutive del significato, dato che le procedure di riduzione sono a loro volta delle regole, e data l'equivalenza di uso e significato, sembra di dover concludere che le procedure di riduzione siano anch'esse delle regole costitutive del significato: ma allora non si vede in che modo ci si possa distinguere da una spiegazione olistica della relazione di conseguenza. In effetti, ciò conforta la nostra tesi secondo cui se si assume che le regole linguistiche siano tutto ciò che conta per l'analisi del pensiero, o quantomeno se non si dà alcun *riconoscimento teorico* al primato della comprensione informale, si ritorna fatalmente all'olismo. Inoltre, ciò costituisce un secondo argomento per affermare che le assunzioni teoriche sul pensiero e sul significato che stiamo considerando non sono compatibili con il costruttivismo, se è vero che questo è per sua natura antiolistico.

L'analisi del principio (A) ci aveva condotto a concludere che nella trattazione dummettiana del significato la componente cognitiva si dissolve per l'impossibilità di dare sostanza al riconoscimento puramente formale della sua esistenza. L'analisi del principio (B) ha mostrato come entrambi i tentativi di chiarificazione della dipendenza delle regole dai significati (cioè, delle regole non costitutive dalle regole canoniche) vadano incontro a delle grosse difficoltà, per cui non possiamo dire di possedere una spiegazione adeguata della dipendenza in questione. Di fatto, ciò vuol dire che non solo la conoscenza dei significati, ma anche *i significati stessi (intesi come prioritari rispetto alle regole) si dissolvono*: tutto ciò che rimane sono le regole. Se infatti non abbiamo trovato alcun modo per individuare un nucleo di base rispetto a cui le regole non canoniche vengano giustificate, non abbiamo detto nulla su cosa voglia dire che i significati vengano prima delle regole. Come abbiamo visto, il Wittgenstein del Tractatus presentava una raffinata costruzione in cui la dipendenza delle regole rispetto ai significati doveva “trasparire" attraverso le forme del simbolismo, e giungere ad espressione mediante operazioni formali: in tal modo, le connessioni di significato dovevano *mostrarsi* mediante una “teoria dell'ineffabile". Sotto questo aspetto, la prospettiva dummettiana e prawitziana rappresenta un passo indietro rispetto al Tractatus, perché in essa le connessioni semantiche — intese in un senso non banale — scompaiono del tutto. La conclusione da trarre è allora che *le assunzioni teoriche che sorreggono questa prospettiva — specificamente: antipsicologismo, identità di pensiero e linguaggio, significato come uso — non consentono di dare sostanza all'idea dei Bedeutungskörper, e conducono in realtà ad una concezione olistico-formalistica.* Ciò vuol dire anche che si ritorna alla teoria della validità analitica nel senso di Prior: le verità logiche dipendono dalle regole che fissano il significato delle costanti logiche, e da nient'altro. Dunque l'obiezione di Prior si ripropone: quando fissiamo delle regole logiche, dobbiamo già sapere in cosa consista la loro validità, che perciò non è desumibile dalle regole. Sembra allora che se vogliamo dare una fondazione della logica che tenga conto di questa obiezione, dobbiamo ricorrere ad ipotesi radicalmente diverse sulla natura della mente e del significato.