

Übungen zur Vorlesung Einführung in die Logik WS07/08

Prof. Dr. P. Schroeder-Heister

Blatt 10

Aufgabe 1

Führen Sie folgende Substitutionen aus bzw. geben Sie an, warum die Substitution nicht erlaubt ist.

- (a) $\exists x \forall z Pxyz [y/z]$
- (b) $\exists x \forall z Pxyz [y/z_1]$
- (c) $\exists x \forall z Pxyz [x/z]$
- (d) $\exists x \forall z Pxyz [y/y]$
- (e) $\forall x \forall z (Pxy \rightarrow \exists z_1 Qz_1yz) [y/z]$
- (f) $\forall x \forall z (Pxy \rightarrow \exists z_1 Qz_1yz) [y/z_1]$
- (g) $\forall x \forall z (Pxy \rightarrow \exists z_1 Qz_1yz) [y/x]$
- (h) $\forall x \forall z (Pxy \rightarrow \exists z_1 Qz_1yz) [y/z_2]$
- (i) $\forall y (Px \vee Qy) \rightarrow Py [y/x]$
- (j) $\forall y (Px \vee Qy) \rightarrow Py [y/x] [x/z]$
- (k) $\forall y (Px \vee Qy) \rightarrow Py [y/z]$

Aufgabe 2

Geben Sie Gegenbeispiele an zu folgenden Formeln:

- (a) $\exists x \forall y Pxy \rightarrow \forall x Pxx$
- (b) $\forall y (Py \rightarrow \forall x Px)$
- (c) $\exists x \forall y Pxy \vee \forall x \exists y \neg Pxy$
- (d) $\exists x \forall y Pxy \vee \exists y \forall x \neg Pxy$
- (e) $\neg \exists x (Px \wedge \forall y (Qxy \rightarrow \neg Qyy))$
- (f) $\neg \exists x (Px \wedge \forall y (\neg Qyy \rightarrow Qxy))$
- (g) $\neg \exists x \forall y Pxy$
- (h) $\neg \exists x \exists y (Px \wedge \neg Py)$
- (i) $\neg \forall x \exists y \exists z (Pxy \wedge Pxz \wedge Pzy)$

Aufgabe 3

Geben Sie Modelle an zu folgenden Formeln:

(a) $\exists x \forall y Pxy \rightarrow \forall x Pxx$

(b) $\forall y (Py \rightarrow \forall x Px)$

(c) $\exists x \forall y Pxy \vee \forall x \exists y \neg Pxy$

(d) $\exists x \forall y Pxy \vee \exists y \forall x \neg Pxy$

(e) $\exists x (Px \wedge \forall y (Qxy \rightarrow \neg Qyy))$

(f) $\neg \exists x (Px \wedge \forall y (Qxy \rightarrow \neg Qyy))$

(g) $\exists x \forall y Pxy$

(h) $\neg \exists x \forall y Pxy$

(i) $\exists x \exists y (Px \wedge \neg Py)$

(j) $\neg \exists x \exists y (Px \wedge \neg Py)$

(k) $\forall x \exists y \exists z (Pxy \wedge Pxz \wedge Pzy)$