Mathematische Logik I — WS 2016/17

Übungsblatt 1 — Abgabe am 28.10. — T. Piecha

Aufgabe 1 (3 Punkte)
Welche der folgenden Zeichenreihen sind AL-Aussagen, welche nicht? Sie dürfen keine Regeln zur Klammerersparnis verwenden. Geben Sie jeweils eine Begründung an.

(a) $(p_2 \vee (\neg p_2))$ (1 Punkt)

(b) $((p_1 \rightarrow p_5) \vee (\neg p_2)))$ (1 Punkt)

(c) $(p_4 \vee (\neg \bot \leftrightarrow p_2))$ (1 Punkt)

Aufgabe 2 (6 Punkte)
Geben Sie für die folgenden Formeln jeweils den Strukturbaum (samt den Teilformeln) und den Rang an. Beachten Sie dabei die Regeln zur Klammerersparnis.

(a) $(p_1 \leftrightarrow p_2 \wedge p_3) \vee \bot$ (2 Punkte)

(b) $\neg p_3 \vee \neg\neg p_8 \rightarrow p_8$ (2 Punkte)

(c) $(p_5 \wedge \neg p_1) \leftrightarrow (\neg p_4 \vee p_2 \leftrightarrow p_5)$ (2 Punkte)

Aufgabe 3 (8 Punkte)
Es sei rg die Rangfunktion, und $J(\varphi)$ sei die Anzahl der Vorkommen von Junktoren in φ. Beweisen Sie folgende Behauptungen:

(a) Für jede AL-Aussage φ ist $\mathrm{rg}(\varphi) \leq J(\varphi)$. (4 Punkte)

(b) Wenn φ eine echte Teilformel von ψ ist, dann ist $\mathrm{rg}(\varphi) < \mathrm{rg}(\psi)$. (4 Punkte)

Aufgabe 4 (3 Punkte)
Beweisen Sie: Zu jeder nicht-atomaren Formel σ gibt es entweder eindeutige Formeln φ und ψ mit $\sigma \doteq (\varphi \circ \psi)$ oder eine eindeutige Formel φ mit $\sigma \doteq \neg\varphi$.