

Aufgabe 1 (1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Zeichenreihen sind AL-Aussagen, welche nicht? Sie dürfen keine Regeln zur Klammerersparnis verwenden. Geben Sie jeweils eine Begründung!

- a) $((\rightarrow$
- b) $((p_1 \rightarrow p_{15}) \vee (\neg p_2))$
- c) $((\neg \perp \vee p_2) \leftrightarrow p_{21})$

Aufgabe 2 (1+1+1 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Formeln jeweils den Strukturbaum (samt den Teilformeln) und den Rang an.

- a) $\neg\neg(\neg\neg p_1 \rightarrow p_{15})$
- b) $\neg p_7 \wedge \neg p_3 \rightarrow p_3$
- c) $(p_7 \rightarrow \neg \perp) \leftrightarrow (p_4 \wedge \neg p_2 \rightarrow p_5)$

Aufgabe 3 (2+2 Punkte)

Es sei r die Rangfunktion, und $J(\varphi)$ sei die Anzahl der Vorkommen von Junktoren in φ . Beweisen Sie folgende Behauptungen.

- a) Für jede AL-Aussage φ ist $r(\varphi) \leq J(\varphi)$.
- b) Wenn φ eine echte Teilformel von ψ ist, dann ist $r(\varphi) < r(\psi)$.

Aufgabe 4 (3+1+1 Punkte)

Beweisen Sie folgende Behauptungen.

- a) Wenn φ eine Teilformel von ψ ist, dann kommt φ in jeder Bildungsfolge von ψ vor.
- b) Sei $\varphi_1, \dots, \varphi_i, \dots, \varphi_n$ eine Bildungsfolge von φ , so dass $\varphi_{i+1}, \dots, \varphi_n$ Teilformeln von φ sind. Wenn nun φ_i keine Teilformel von φ ist, dann ist auch $\varphi_1, \dots, \varphi_{i-1}, \varphi_{i+1}, \dots, \varphi_n$ eine Bildungsfolge von φ .
- c) Wenn φ in einer kürzesten Bildungsfolge von ψ vorkommt, dann ist φ eine Teilformel von ψ .

Abgabe der Aufgaben am Do. 28.10.2010 nach der Vorlesung.