

**Aufgabe 1** (4 Punkte)

Zeigen Sie durch Angabe eines Modells, daß die Formel

$$\exists x \forall y P(x, y) \rightarrow \forall x P(x, x)$$

erfüllbar ist. Geben Sie außerdem eine Struktur an, in der die Formel nicht gilt.

**Aufgabe 2** (8 Punkte)

Seien  $S, S'$  beliebige Klauseln und  $\Gamma$  eine beliebige Menge von Klauseln. Zeigen Sie:

- (a)  $S \models S\sigma$  für alle Substitutionen  $\sigma$ . (2 Punkte)
- (b)  $S\sigma \models \exists S$  für alle Substitutionen  $\sigma$ . (2 Punkte)
- (c)  $\Gamma \cup \{S\} \models S$ . (2 Punkte)
- (d) Wenn  $S$  und  $S'$  Varianten voneinander sind, dann gilt  $S \models S'$  und  $S' \models S$ . (2 Punkte)

**Aufgabe 3** (8 Punkte)

$A$  und  $B$  seien beliebige Formeln, wobei  $x \notin FV(B)$ . Zeigen Sie die folgenden logischen Äquivalenzen, die wir zur Bildung pränexer Normalformen verwendet haben:

- (a)  $\forall x A \wedge B \models \forall x (A \wedge B)$  (2 Punkte)
- (b)  $\forall x A \rightarrow B \models \exists x (A \rightarrow B)$  (3 Punkte)
- (c)  $\exists x A \rightarrow B \models \forall x (A \rightarrow B)$  (3 Punkte)