Vorlesung
– Automatisches Beweisen –

Kap. 4.2.3: Semantische Tableaus

Prof. Dr. Wolfgang Küchlin

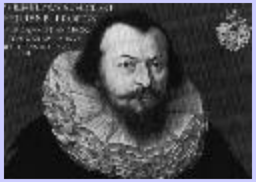
Dipl.-Inform., Dr. sc. techn. (ETH)

Arbeitsbereich Symbolisches Rechnen
Wilhelm-Schickard-Institut für Informatik
Fakultät für Informations- und Kognitionswissenschaften

Universität Tübingen

Steinbeis Transferzentrum
Objekt- und Internet-Technologien (OIT)

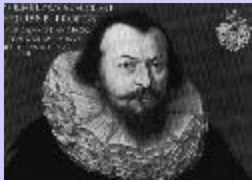
Wolfgang.Kuechlin@uni-tuebingen.de
http://www-sr.informatik.uni-tuebingen.de



Semantische Tableaus

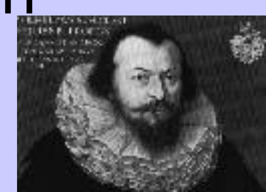
- Analytisches Verfahren (im Gegensatz zu Deduktion)
- Formel wird systematisch in Mengen von Literalen zerlegt.
- Formel genau dann erfüllbar, wenn eine der Literalmengen erfüllbar ist, d.h. wenn eine Literalmenge keine komplementären Literale enthält.

- Hier nur Spezialfall: AL-Formeln in NNF mit $\vee$, $\wedge$, $\neg$.



Begriffe

- Ein Semantisches Tableau ST ist ein Baum
- Jeder Knoten K ist mit Formelmenge U(K) markiert
  - die Eingangsformel markiert die Wurzel
- Zustand eines Blattes im ST:
  - Zustand offen, falls mit erfüllbarer Literalmenge markiert,
  - Zustand geschlossen, falls mit unerfüllbarer Literalmenge markiert
  - andernfalls Zustand unbekannt
- Ein ST ist vollständig: für jedes Blatt ist Zustand bekannt
  - Vollständiges ST ist geschlossen, falls alle Blätter geschlossen
  - Vollständiges ST ist offen, falls mindestens ein Blatt offen



Algorithmus für Semantische Tableaus

Eingabe: Formel A

Ausgabe: vollständig konstruiertes semantisches Tableau ST(A)

(1) Baue Wurzelknoten T und markiere ihn mit U(T) = {A}

(2) Solange ein Blatt b unbekannten Zustand hat

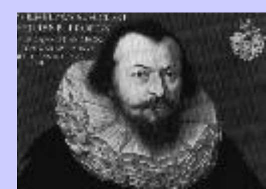
{Falls U(b) eine Literal-Menge, setze Zustand von b auf

- **geschlossen, falls U(b) zwei komplementäre Literale enthält**
- **offen sonst**

Falls U(b) eine Formel F enthält, die kein Literal ist

- **F = f1 $\wedge$ f2: neuer Knoten t als Kind von b mit U(t)=(U(b)-{F}) $\cup$ {f1, f2}**
- **F=f1 $\vee$ f2: neue Knoten t1 und t2 als Kinder von b mit U(t1)=(U(b)-{F}) $\cup$ {f1} und U(t2)=(U(b)-{F}) $\cup$ {f2}**

}



Semantische Tableaus (Bspiele)

$\{(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)\}$

$\{(p \vee q), (\neg p \wedge \neg q)\}$

$\{p, \neg p \wedge \neg q\}$ $\{q, \neg p \wedge \neg q\}$

$\{p, \neg p, \neg q\}$ x $\{q, \neg p, \neg q\}$ x

$\{p \wedge (\neg q \vee \neg p)\}$

$\{p, (\neg q \vee \neg p)\}$

$\{p, \neg q\}$ $\{p, \neg p\}$ x

erfüllende Belegung:

$\beta_0(p)=1$, $\beta_0(q)=0$