



# Mathematik II für Informatiker

(Informatiker, Bioinformatiker,  
Medieninformatiker, Medizininformatiker,  
Kognitionswissenschaftler)

INFM1020

Sommersemester 2017

Thomas Walter

[thomas.walter@uni-tuebingen.de](mailto:thomas.walter@uni-tuebingen.de)

18. Juli 2017

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Etwas Wiederholung und die komplexen Zahlen</b>	<b>5</b>
1.1	Mengen, Gruppen, Körper . . . . .	5
1.2	Die Natürlichen Zahlen . . . . .	5
1.3	Die ganzen Zahlen . . . . .	6
1.4	Die rationalen Zahlen . . . . .	6
1.5	Die reellen Zahlen . . . . .	6
1.6	Die komplexen Zahlen . . . . .	7
1.7	Geht es noch komplexer? . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Reelle Funktionen</b>	<b>9</b>
2.1	Definitionen . . . . .	9
2.2	injektiv, surjektiv, bijektiv . . . . .	9
2.3	Symmetrie und Funktionen . . . . .	10
2.4	Monotonie . . . . .	10
2.5	Umkehrfunktion . . . . .	10
2.5.1	Umkehrfunktion grafisch . . . . .	11
2.6	Elementare Funktionen . . . . .	11
2.6.1	Konstante Funktion . . . . .	11
2.6.2	Identische Funktion . . . . .	11
2.6.3	Absolutbetrag . . . . .	11
2.6.4	Potenzen – Monome . . . . .	11
2.6.5	Wurzelfunktion . . . . .	12
2.6.6	Polynome . . . . .	12
2.6.7	Rationale Funktionen . . . . .	13
2.6.8	Exponentialfunktionen . . . . .	13
2.6.9	Logarithmen . . . . .	14
2.6.10	Trigonometrische Funktionen . . . . .	16
2.6.11	Tangens und Cotangens . . . . .	17
2.6.12	Hyperbolische Funktionen . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Folgen</b>	<b>19</b>
3.1	Folgen: Definition & Beispiele . . . . .	19
3.2	Teilfolge . . . . .	20
3.3	Konvergenz . . . . .	21
3.4	Monotone Konvergenz . . . . .	23
3.5	Schwache Konvergenz . . . . .	24
3.6	Häufungspunkte . . . . .	25
3.7	Landau-Symbole, Notation $\mathcal{O}$ . . . . .	26
3.8	Konvergenz nach Cauchy . . . . .	27
3.9	Banachscher Fixpunktsatz . . . . .	28
3.10	Komplexe Folgen . . . . .	29

<b>4</b>	<b>Reihen</b>	<b>30</b>
4.1	Definitionen & Beispiele . . . . .	30
4.2	Geometrische Reihe . . . . .	31
4.3	Umgang mit Reihen . . . . .	31
4.4	Einschub: $\lim \sup$ und $\lim \inf$ . . . . .	33
4.5	Absolute Konvergenz von Reihen . . . . .	34
4.6	Potenzreihen . . . . .	36
4.7	Gängige Potenzreihen . . . . .	38
4.8	Komplexe Potenzreihen . . . . .	38
<b>5</b>	<b>Reelle Analysis in einer Dimension: Funktionsgrenzwerte und Stetigkeit</b>	<b>40</b>
5.1	Funktionsgrenzwerte . . . . .	40
5.2	Stetigkeit . . . . .	42
5.3	Zwischenwerteigenschaften von stetigen Funktionen . . . . .	45
5.4	Minimax-Eigenschaften von stetigen Funktionen . . . . .	46
<b>6</b>	<b>Differentialrechnung</b>	<b>48</b>
6.1	Intuition . . . . .	48
6.2	Differenzierbarkeit: Definition & Beispiele . . . . .	48
6.3	Umgang mit differenzierbaren Funktionen . . . . .	50
6.4	Ableitung der Exponentialfunktion . . . . .	52
6.5	Kettenregel . . . . .	53
6.6	Ableitung der Umkehrfunktion . . . . .	54
6.7	Übersicht wichtige Ableitungen . . . . .	55
6.8	Kurvendiskussion . . . . .	55
6.9	Höhere Ableitungen . . . . .	56
6.10	Mittelwertsätze, Satz von Rolle . . . . .	56
6.11	Monotoniekriterium . . . . .	57
6.12	Mehr Kurvendiskussion . . . . .	58
6.13	Regeln von d'Hospital . . . . .	59
6.14	Höhere Ableitungen: Die Klassen $C^k$ . . . . .	60
6.15	Taylor-Reihen . . . . .	60
6.16	Ganz wenig Funktionentheorie . . . . .	62
	6.16.1 Definition und Holomorphie . . . . .	62
	6.16.2 Zwei Eigenschaften holomorpher Funktionen . . . . .	63
	6.16.3 Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen . . . . .	63
<b>7</b>	<b>Integralrechnung</b>	<b>65</b>
7.1	Motivation und Anschauung . . . . .	65
7.2	Definition und Beispiele . . . . .	66
7.3	Rechenregeln der Integralrechnung . . . . .	67
7.4	Stammfunktion . . . . .	68
7.5	Übersicht wichtige Stammfunktionen . . . . .	70

7.6	Partielle Integration . . . . .	71
7.7	Substitution . . . . .	71
7.8	Uneigentliche Integrale . . . . .	72
7.9	Reihen und uneigentliche Integrale . . . . .	72
7.10	Integrale im Komplexen . . . . .	73
<b>8</b>	<b>Vektorräume</b>	<b>74</b>
8.1	Definition . . . . .	74
8.2	Der Vektorraum $\mathbb{R}^n$ . . . . .	74
8.3	Untervektorraum . . . . .	74
<b>9</b>	<b>Lineare Algebra: Matrizen und Drehungen</b>	<b>75</b>
9.1	Matrizen in $\mathbb{R}^n$ . . . . .	75
9.2	Determinante . . . . .	75
9.3	Inverse Matrix . . . . .	75
9.4	Lineare Gleichungssysteme, Gauß-Algorithmus . . . . .	75
9.5	Drehmatrix in $\mathbb{R}^2$ und in $\mathbb{R}^3$ . . . . .	75