

Mathematik in der Beratung

Möglichkeiten in einem Berufsfeld

Universität Tübingen

5. Juli 2019



**Dr. Bernhard
Hein**



Laura Leun



Matthias Knecht

„Das Tolle an der Unternehmensberatung ist: Es ist eine Lifelong-Learning-Experience. Ich lerne heute noch. Das wollte ich machen.“

Roland Berger



**Dr. Bernhard
Hein**

Partner



Während meiner Studienzeit

...Tübingen, Mathe, Kath. Theol, Engl. Arizona.
Frau getroffen. Diss. Pizza. Studententheater.



Mein erster Job

...Klavier unterrichten, Hiwi Informatik & Tutor Ana
1, ½ Stelle während Diss, Basser, Postdoc



Ich arbeite bei EY, weil

...alles auf einmal. Das Team, die Mandanten, die
Abwechslung, die Inhalte (financial risk, v.a. Kredit)



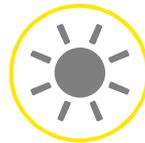
Das motiviert mich langfristig

...mental nicht faul werden. Anderen helfen, ihre
Probleme zu lösen (und das immer noch etwas
intelligenter)



Mein Arbeitstag bei EY beginnt damit, dass

...Kaffee. Mails.



In meiner Freizeit

...3 Kids, Frau, Sport, viel Musik. Kochen. Wein.
Die ganze andere Welt eben.



Laura Leun

Consultant



Während meiner Studienzeit

...war ich in anderen Fachgebiet unterwegs.



Mein erster Job

...war Schwimmtrainerin mit 14 Jahren.



Ich arbeite bei EY, weil

...mir Abwechslung, interessante Themen und gute Entwicklungsmöglichkeiten wichtig sind.



Das motiviert mich langfristig

...mich kontinuierlich herauszufordern und Neues zu lernen.



Mein Arbeitstag bei EY beginnt damit, dass

...ich eine Runde Smalltalk mit Kollegen halte und mir einen Kaffee hole.



In meiner Freizeit

...reise ich am liebsten und koche gerne.



Matthias Knecht

**Senior
Consultant**



Während meiner Studienzeit

...habe ich meine Traumfrau gefunden.



Mein erster Job

...war die Leitung einer Wohngruppe als Zivi in einem Internat in Jordanien.



Ich arbeite bei EY, weil

...ich das Helfersyndrom habe und gerne Rätsel löse.



Das motiviert mich langfristig

...Finanzkrise never ever again. „Das möchte ich auch noch verstehen“... Neue Herausforderungen...



Mein Arbeitstag bei EY beginnt damit, dass...

... ich in der S-Bahn das Notebook aufklappe und neuerdings über WLAN die neuesten E-Mails abrufe.



In meiner Freizeit

...spiele ich gerne Karten- und Brettspiele und mache Musik.



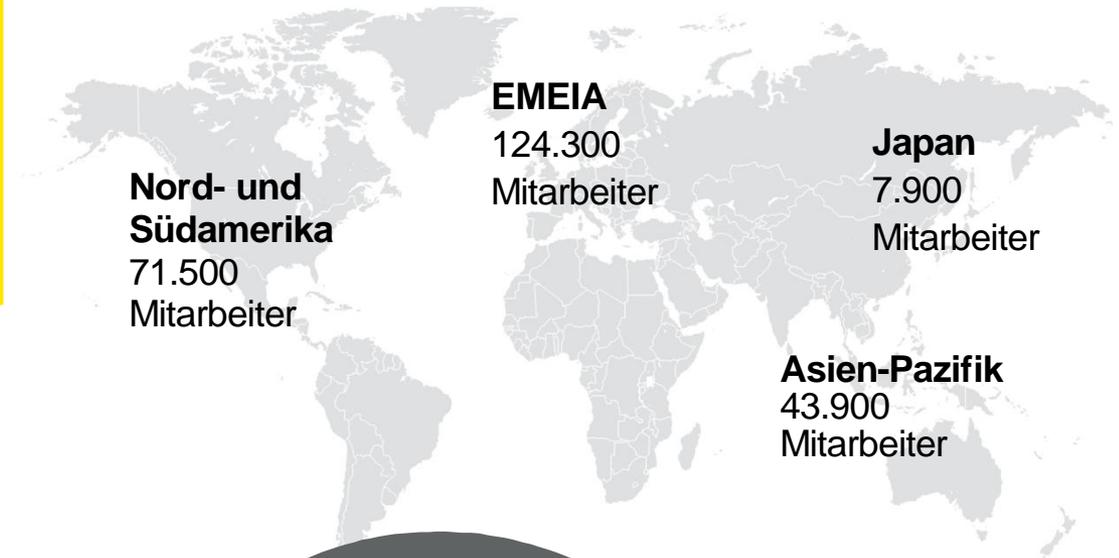
Agenda

- ▶ **Wer wir sind und was Euch bei uns erwartet**
- ▶ **Quants erzählen von ihrem Beruf**
- ▶ **... und jetzt bisschen Mathe!**
Vorbereitung und Durchführung der Case Study



Wer wir sind und was Sie bei uns erwartet

Unser internationales Netzwerk unterstützt globales Denken



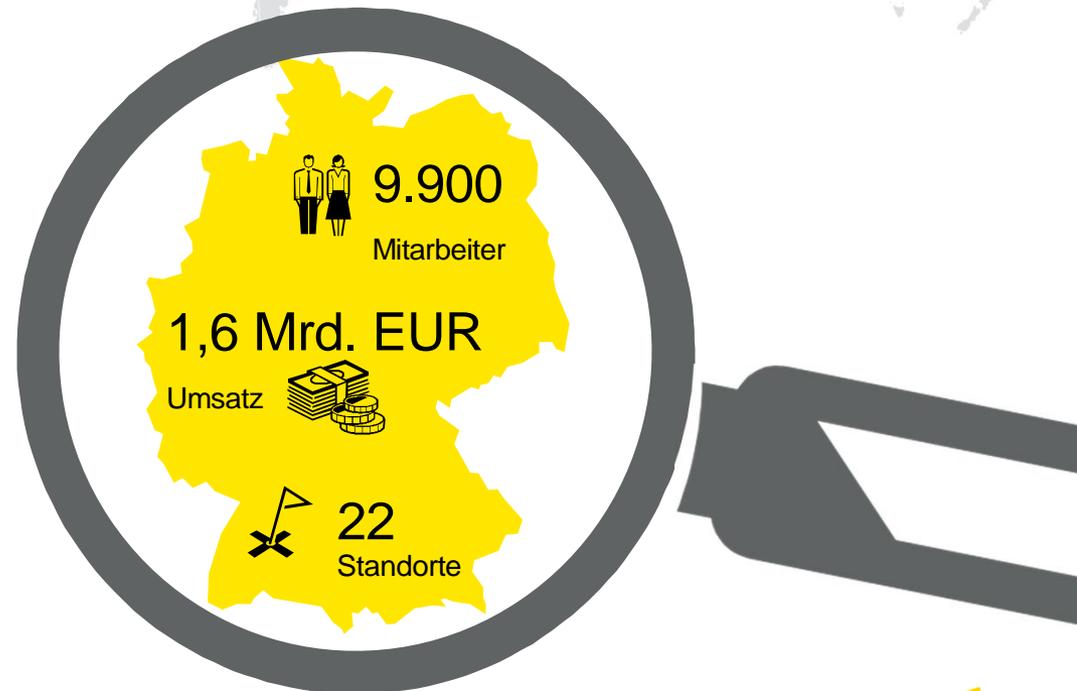
150
Länder



261.000
Mitarbeiter



31,4 Mrd. USD
Umsatz



Quantitative Advisory Services - Beratung in einer Wirtschaftsprüfungsgesellschaft

Steckbrief

Firma: EY

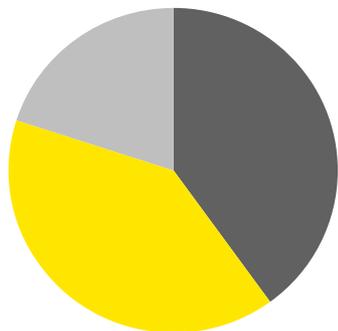
Industrie: FSO

Service line: Advisory

Sub service line: Risk

Team: Quantitative
Advisory Services

Etwa 40 Mitarbeiter mit
folgendem akademischen
Hintergrund:



- Mathe
- Physik
- Sonst.

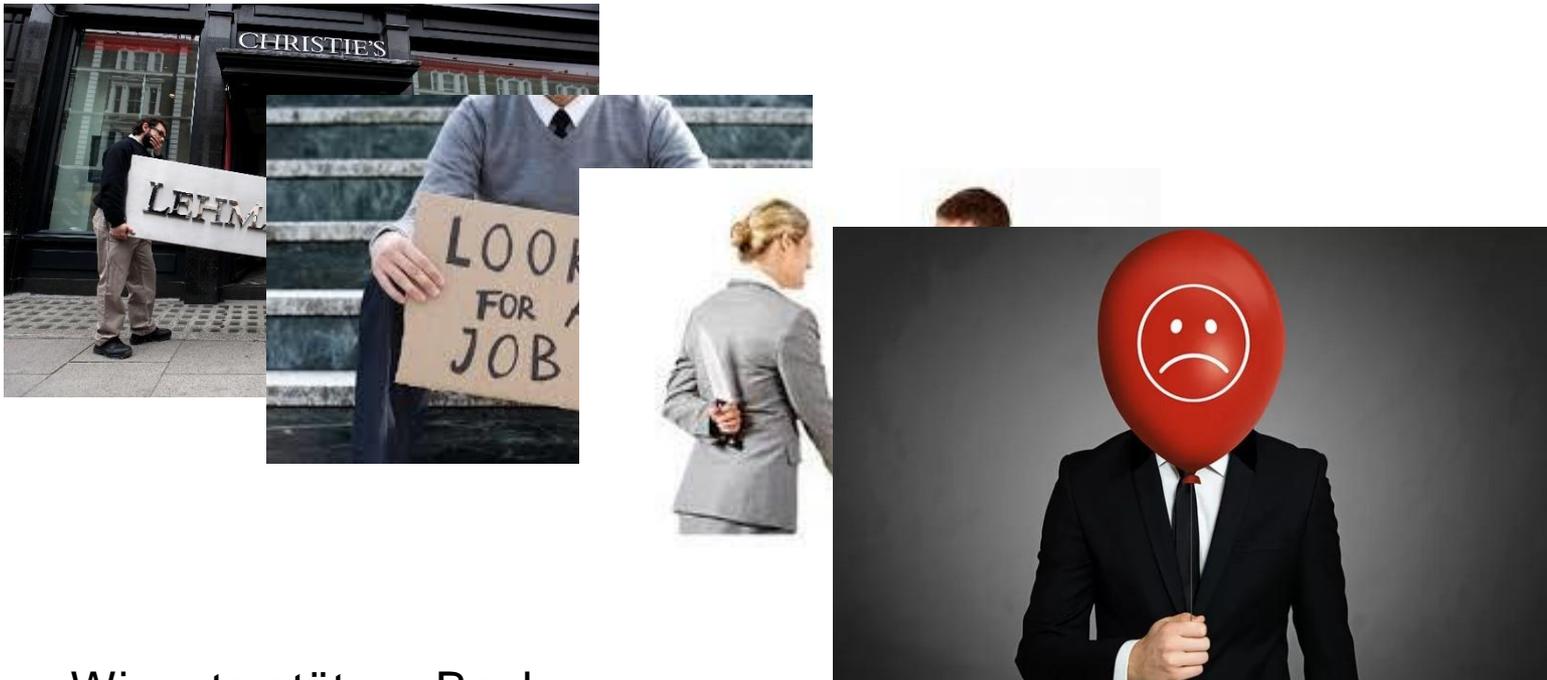
Unser unmittelbares Umfeld (Auswahl)



Building a better working world

Banken beim richtigen Umgang mit Risiken helfen

- ▶ Risiken können das **ganze Finanzsystem gefährden**



- ▶ Wir unterstützen Banken
 - ▶ Risiken im Finanzsektor zu identifizieren, zu verstehen und zu managen
 - ▶ bei den anspruchsvollen Messungs- und Modellierungsaufgaben



Quants erzählen von ihrem Beruf

Die Kombination von Mathematik und Menschen macht den Reiz aus



- ▶ **Es fühlt sich gut an, der Quant zu sein...** der feine Hauch des „Genies“.



- ▶ **Es macht uns Spaß, zu denken...** Neue Lösungen für neue Herausforderungen...



- ▶ Es macht uns Spaß, **Kontakte aufzubauen** und **zu erklären**. Versteht der Nutzer sein Modell wirklich? Daten/ Einsatz/ Verwendung der Ergebnisse?



- ▶ **Abwechslung** gehört zum Alltag... Arbeit beim Mandant, im Büro, mal bei kleinen Banken, mal bei großen Banken.

Bernhards Arbeitstag (Mo., 07. Januar)

Early Bird

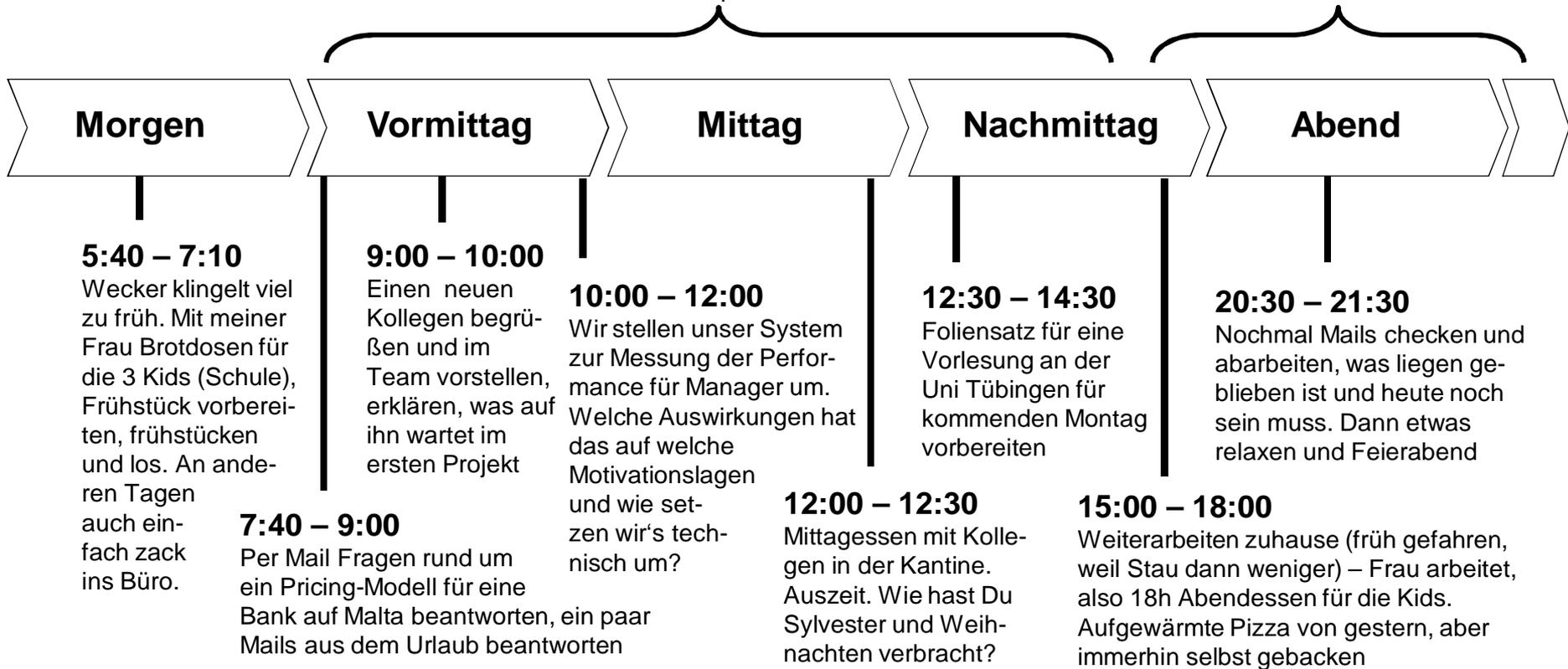
Start mit dem, was am Vortag liegen geblieben ist oder bei dem man Ruhe braucht.

„Tagesgeschäft“

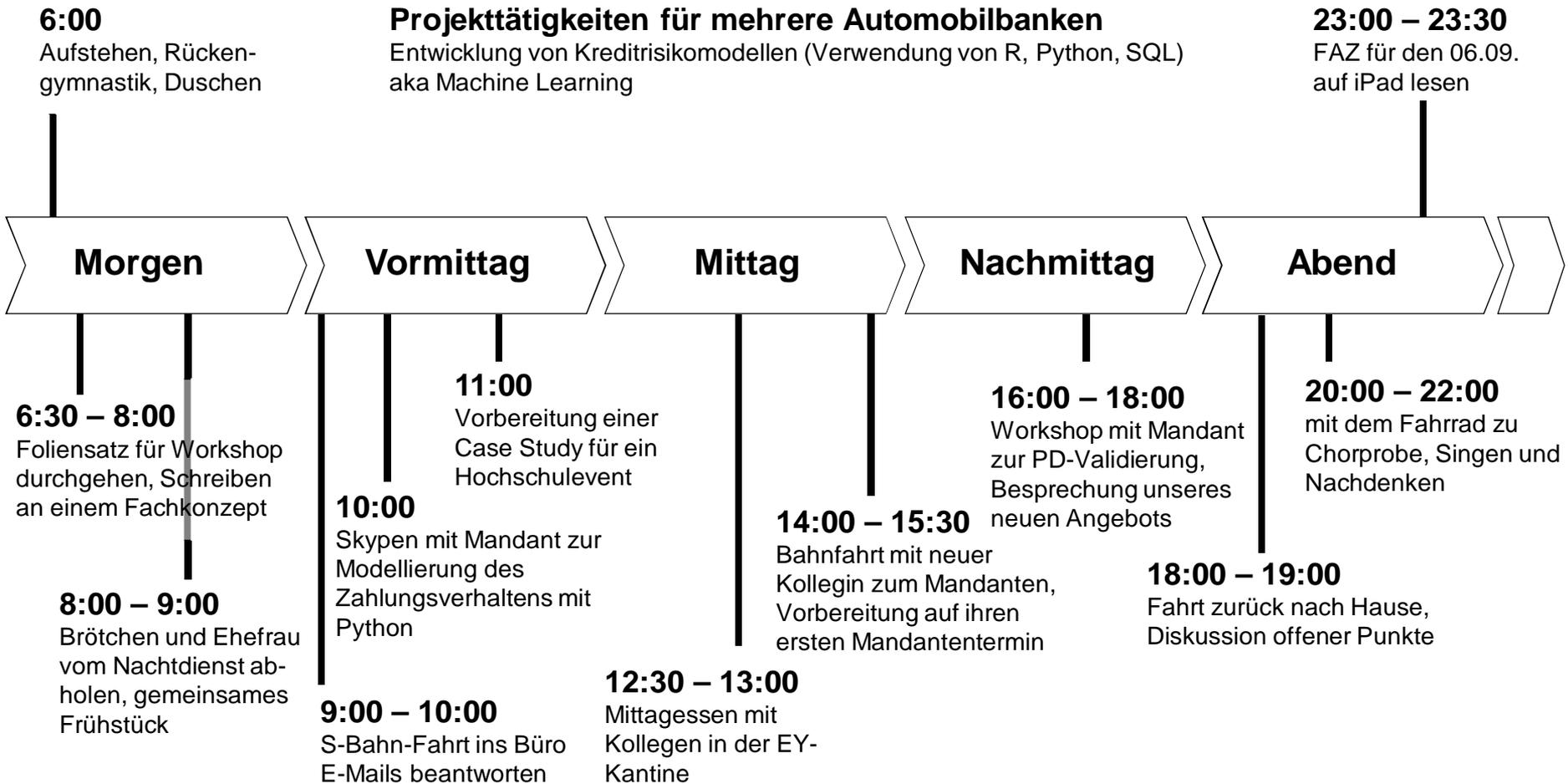
Als Partner Sorge ich dafür, dass alle Leute im Team bedeutungsvolle Arbeit haben, in der sie lernen und sich zeigen und Erfolge feiern können. Alles (alles), was dazu gehört – das können Diskussionen mit Bankvorständen sein oder das Reparieren einer Kaffeemaschine.

Abend

Familie, zuende bringen, was heute noch vom Tisch soll, dann Entspannen (Sport, Musik)



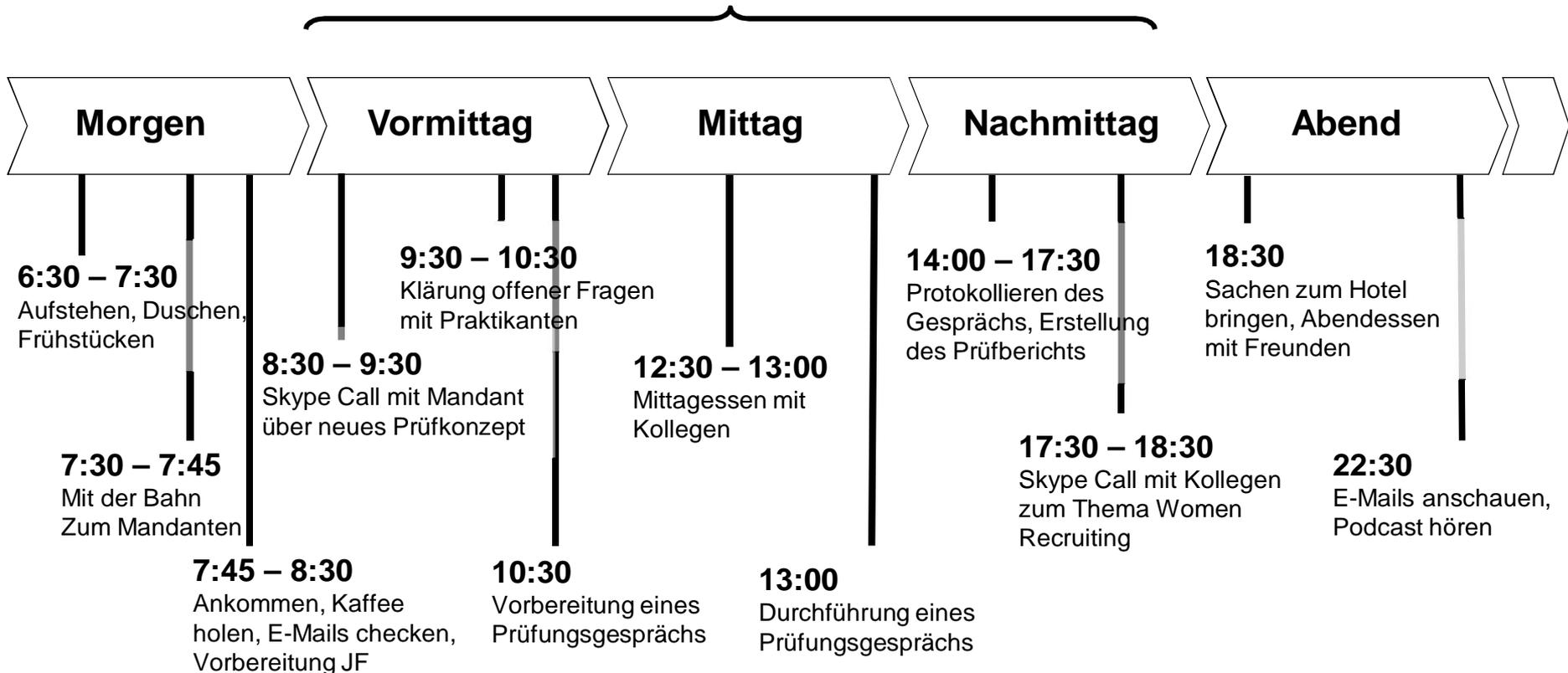
Matthias Arbeitstag (Mi., 05. September)



Lauras Arbeitstag (Di., 14. August)

Projektstätigkeit bei einem Anbieter von Ratingverfahren

Fachlich-methodische Prüfung von PD- und LGD Modellen verschiedener Anwendungsbereiche





... und jetzt ein bisschen Mathe!

Warum genau kann keine Bank sich ein „nur mäßig gutes“ Modell leisten?

- ▶ Eine Bank will Risiken: Sie verdient durch den Handel mit Risiko ihr Geld
Beispielsweise Kreditrisiko. Bringt leider Kreditausfälle
 - ▶ Gegen Schwankungen drohender Verluste: **Eigenkapital** (à kostet!)
 - ▶ Transparenz durch Bilanzierung und **Wertberichtigung** (à kostet!)
 - ▶ Wer zahlt die Zeche? Wie?
-
- ▶ Kunde soll mehr Zins zahlen?
à Kunde geht weg, falls ...
(Adverse Selektion!)
à **ungünstig**
 - ▶ Bank soll mehr Eigenkapital beiseite legen? à Bank hat mehr Kosten à Bank weniger profitabel als andere Banken
à **ungünstig**

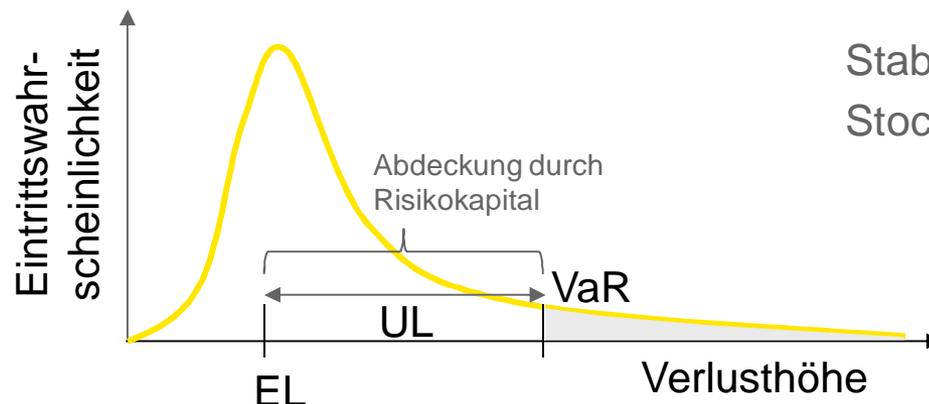


Grundbegriffe für den Hausgebrauch

- ▶ „**Risiko**“: Gefahr einer negativen Abweichung von einem Planzustand (definiere: „negativ“, „Abweichung“, „Planzustand“)
- ▶ Wesentliche Risiken in der Finanzwelt:
 - ▶ **Kreditrisiko** (Verluste, die eine Bank erleidet, wenn ein Kreditnehmer nicht mehr zahlen kann)
 - ▶ **Marktpreisrisiko** (Verluste durch ungünstige Entwicklung von Aktienkursen, Optionspreisen, „Derivaten“, Zinsen)
 - ▶ **Operationelles Risiko** (Verluste durch Mitarbeiterfehlverhalten)
 - ▶ **Liquiditätsrisiko** („Weiß ich, dass ich meine Zahlungsverpflichtungen einhalten kann?“)
- ▶ Die letzte Finanzkrise begann als Krise des Kreditrisikos, sorgte für allgemeines Misstrauen unter den Banken und wurde so auch zu einer Krise des Liquiditätsrisikos.
- ▶ Neue Risiken und neue Spezialformen bekannter Risiken? Täglich ...

Zugrunde liegende Parameter der Kreditrisiko-Modellierung: PD, LGD, EAD

- ▶ Ratingverfahren sind Modelle, die für einzelne Kredite/Kreditkunden eine Verlusterwartung prognostizieren. Parameter (immer, wegen Aufsichtsrecht):
 - ▶ Einjährige Ausfallwahrscheinlichkeit (1Y **Probability of Default, PD**)
 - ▶ Verlustquote bei Ausfall (**Loss Given Default, LGD**)
 - ▶ Forderungshöhe bei Ausfall (**Exposure at Default, EAD**)
- ▶ Erwartungswert damit „im Griff“, Expected Loss **EL = PD x LGD x EAD**
 - ▶ Aber was macht man mit dem Zufall / Unexpected Loss / VaR?



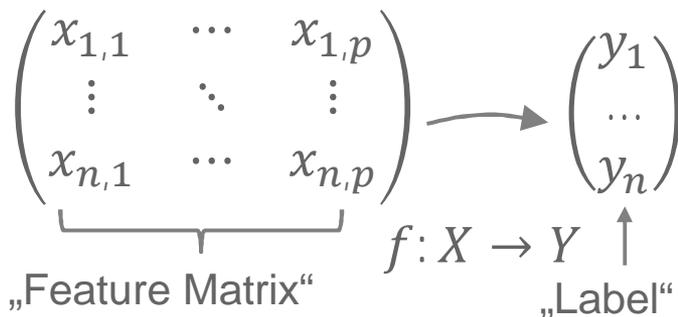
Stabil prognostizierbar
Stochastische Schwankung

So PD, LGD, EAD are the trick, ... right?

- ▶ LGD – Besicherung verstehen
- ▶ EAD – eigentlich einfach ... aber was ist mit Kreditkarten?
- ▶ PD – hier als Beispiel:
 - ▶ Traditionell mit logistischen Regressionsmodellen anhand von erklärenden Variablen der Kreditkunden und ihrer Verträge
 - ▶ Die Kunst steckt nicht im Modell, sondern im Fit auf die Daten und auf die Bank-Strategie ... Moment Daten?

From a learning sample $\{(x_i, y_i) | i = 1, \dots, n\}$ with $x_i \in X$ and $y_i \in Y$, find a function $f: X \rightarrow Y$ that minimizes the expectation of some loss function $l: Y \times Y \rightarrow R$ over the joint distribution of input/output pairs: $E_{x,y}\{l(f(x), y)\}$

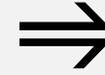
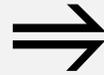
- ▶ n Instances (Sample, Observation)
- ▶ p Variables (Attributes, Features)



Client	Rating date	Birthday	Net income	...	Label
1	29/02/2017	26/04/1966	43.000	...	1
2	23/08/2018	29/02/1984	68.000	...	0
...
n	23/08/2018	29/02/1984	68.000	...	0

Das PD-Modell klassifiziert Risiken im Portfolio

1010110
1001001
1101010



%

Datenaufbereitung

- ▶ Meist unübersichtliche Datenlieferung
- ▶ Intensive Auseinandersetzung zum Verstehen der Daten
- ▶ Ergebnis: Qualitätsgesicherter Datensatz mit Risikotreibern je Kreditnehmer

Risikoklassifizierung

- ▶ Anwendung eines Regressionsmodells
- ▶ Trennung „Spreu von Weizen“ durch Scoring
- ▶ Verträge in Teilportfolien mit hohem Ausfallrisiko werden von Teilportfolien mit geringem Ausfallrisiko getrennt

Kalibrierung

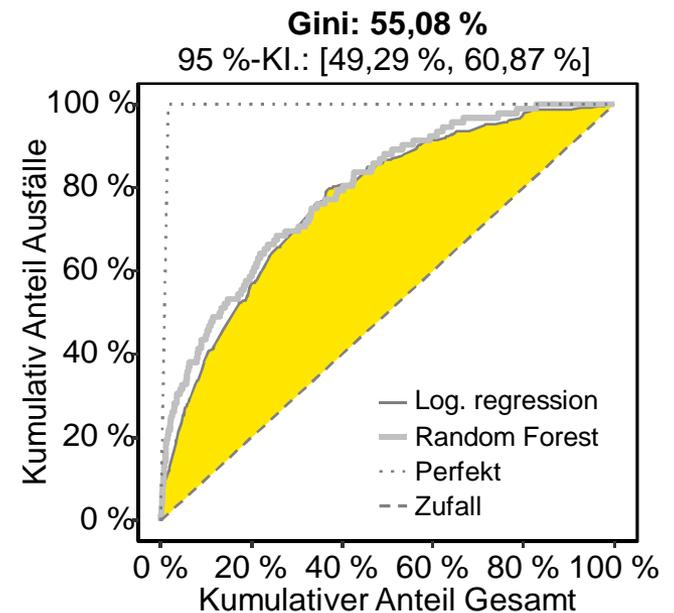
- ▶ Messung historischer Ausfallquoten für Ratingklassen
- ▶ Ableitung einer Ausfallwahrscheinlichkeit pro Ratingklasse (PD)



Kern der Validierung des PD-Modells ist die Prüfung, ob Klassifizierung und Prognose weiterhin angemessen sind.

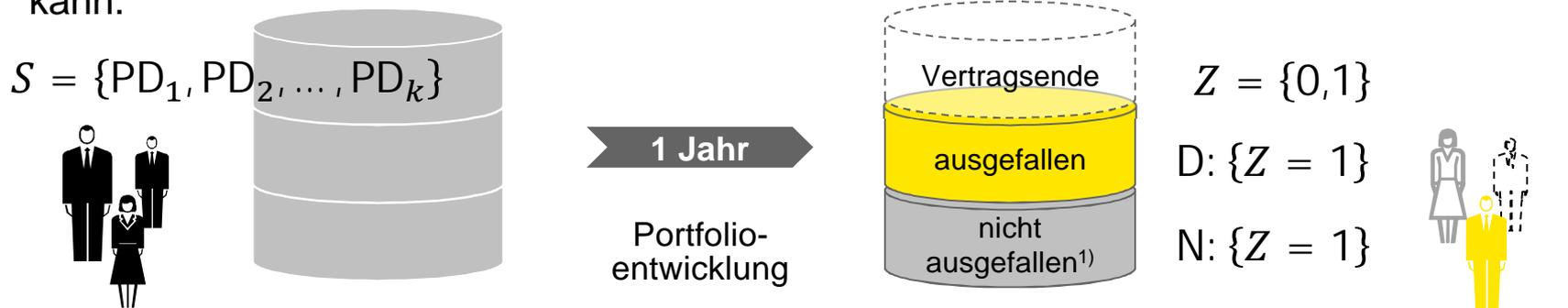
Modell fertig, und was dann?

- ▶ Erklären
 - ▶ Wie sind die Ergebnisse zu interpretieren?
 - ▶ Was sind Auffälligkeiten?
- ▶ Den Kunden durch die nächste(n) Prüfung(en) begleiten
- ▶ Validieren (wie versteht man, ob ein Modell gut ist?)
 - ▶ Gütemaße und Fehlermaße festlegen und messen
 - ▶ Ursachenforschung bei kritischen Zuständen und Modellverbesserung
- ▶ Modellverbesserung ...
- ▶ Vergleichen mit Machine Learning-Methoden



Die Validierung überprüft die Risikoklassifizierung und die Kalibrierung des Modells auf neuen Daten

- ▶ Rein fachlich betrachten sollten Validierungsanalysen auf einer unabhängigen Stichprobe durchgeführt werden.
- ▶ In der Validierung wird stets die Entität betrachtet, deren Ausfallwahrscheinlichkeit prognostiziert wird und deren realisiertes Risiko, d.h. (Nicht)-Ausfall, beobachtet werden kann.



- ▶ Kundenportfolio bei Vertragsbeginn
- ▶ Ohne momentane Ausfälle

- ▶ Kundenportfolio nach einem Jahr
- ▶ Oftmals Komplexität durch Sondereffekte

$$p = P[D] = P[Z = 1] \in [0,1]$$

$$P[S \leq s | D] = \frac{P[\{S \leq s\} \cap D]}{p}$$

Kunden-ID	Ratingdatum	Ratingeingangsdaten	Rating	PD	Ausfall
86	29.02.2017	z.B. 40 Jahre, 30 k EUR	AA	0,1 %	1

1) ggf. wiedergesundet

Der Gini-Koeffizient ist ein Gütemaß für die Risikoklassifizierung des Modells

- ▶ We define
 - ▶ by F_N the distribution function $F_N(s) = P[S_N \leq s]$ of the scores conditional on the event "survival",
 - ▶ by F_D the distribution function $F_D(s) = P[S_D \leq s]$ of the scores conditional on the event "default",
 - ▶ and by F the unconditional distribution function $F(s) = P[S \leq s]$ of the scores.
- ▶ The Cumulative Accuracy Profile (CAP) or Power Curve of the score function is defined as the graph of the following set gCAP of points in the unit square:

$$\text{gCAP} = \left\{ (F(s), F_D(s)) : s \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\} \right\}$$

- ▶ In case of a powerless classification system (i.e. $F_N = F_D$), we have $\text{CAP}(u) = F_D(F^{-1}(u)) = u$, $u \in [0, 1]$.
- ▶ In case of a perfect classification system, i.e. there is a score value s_0 such that $F_D(s_0) = 1$, $F_N(s_0) = 0$, we obtain

$$\text{CAP} = \begin{cases} u/p, & 0 \leq u \leq p \\ 1, & p \leq u \leq 1 \end{cases}$$

- ▶ For the function $\text{CAP}(u)$, we define the accuracy ratio or Gini coefficient by

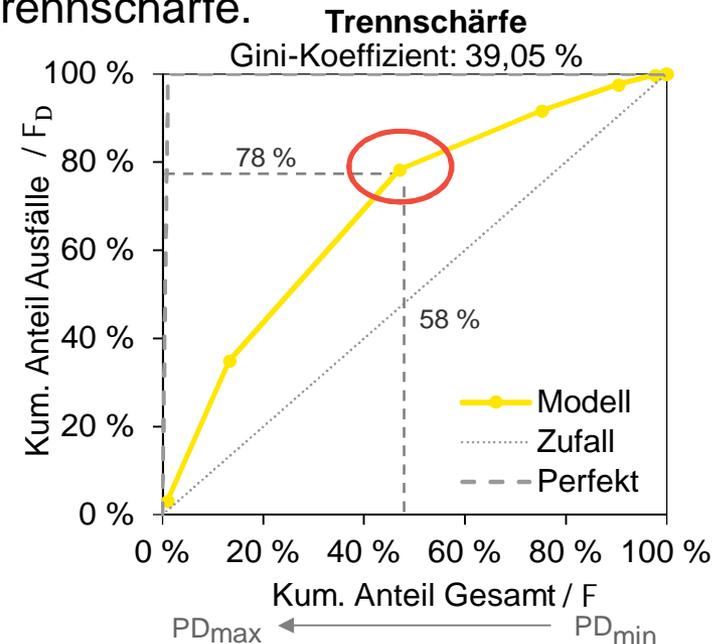
$$\text{AR} = \frac{\int_0^1 \text{CAP}(u) - u \, du}{1 - p/2 - 1/2} = \frac{2 \int_0^1 \text{CAP}(u) \, du - 1}{1 - p}$$

where p is the unconditional probability of default

- ▶ In case of a powerless classification system, we have $\text{AR} = 0$,
- ▶ In case of a perfect classification system, we obtain $\text{AR} = 1$.

Die Power Curve betrachtet die PD-sortierten Häufigkeiten in Abhängigkeit des Ausfallstatus

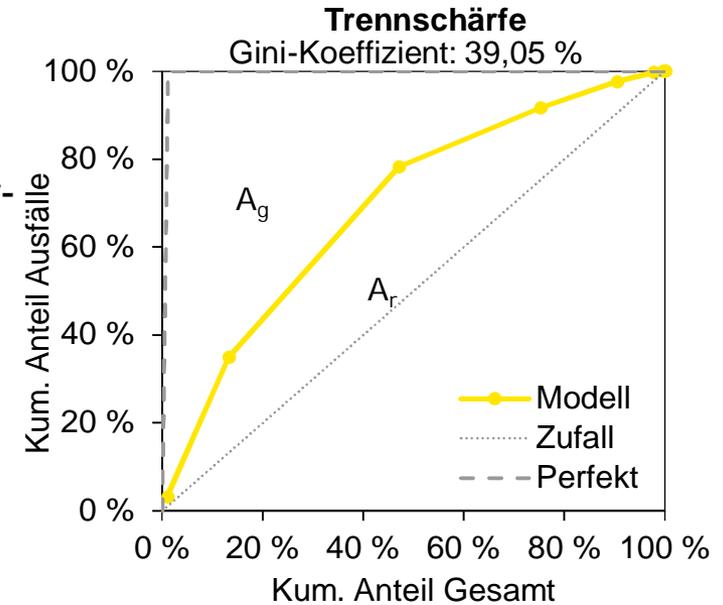
- ▶ Die Power Curve zeigt, welcher Anteil der Ausfälle sich auf die vom PD-Modell als schlecht prognostizierten Kreditnehmer konzentriert.
- ▶ Die Power Curve ist vor allem wegen ihrer unmittelbaren, intuitiven Zugänglichkeit ein geeignetes Instrument zur Beurteilung der Trennschärfe.
- ▶ Interpretation des Anstiegs der Power Curve:
 - ▶ Ein steiler Anstieg der Power Curve in der Nähe des Achsenkreuzes weist auf eine hohe Konzentration von Ausfallereignissen in den schlechten Risikoklassen hin und ist deswegen wünschenswert.
 - ▶ Ein nur flacher Anstieg der Kurve würde auf eine geringere mittlere Ausfallquote in den schlechtesten Risikoklassen hindeuten und wäre weniger wünschenswert.



Eine hohe Trennschärfe bedeutet, dass durch das PD-Modell eine stärkere Trennung in gute und schlechte Schuldner durchgeführt wird.

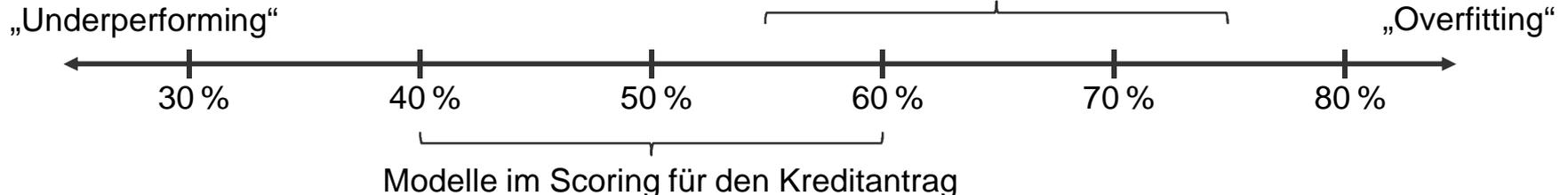
Der Gini-Koeffizient ist am häufigsten verwendete Trennschärfemaß neben der Power Curve

- ▶ Hierzu wird die Fläche zwischen der Powerkurve und der Diagonalen (Fläche A_r) ins Verhältnis gesetzt zur Fläche zwischen der sogenannten „maximalen“ Powerkurve (alle Ausfälle werden perfekt vorhergesagt) und der Diagonalen (Fläche A_r + Fläche A_g).
- ▶ Trennschärfemaße werden auf unterschiedlichen Ebene angewendet:
 - ▶ Einzelne Risikotreiber (Univariate Analyse)
 - ▶ Scores („Funktionswerte des Regressionsmodells“)
 - ▶ Risikoklassen („Klassen von Funktionswerten“)
 - ▶ PD-Schätzungen (z.B. Rating-Klasse auf Masterskala)

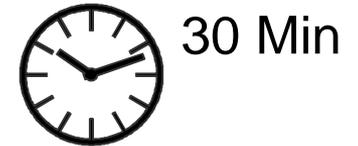


$$\text{Gini} = \frac{A_r}{A_r + A_g}$$

Modelle zur Bewertung des Bestand
mit Verhaltensinformationen



Aufgabe 1: Berechne den Gini-Koeffizienten für das folgende Portfolio



Kunden ID	PD / Score	Ausfall
1	10 %	Ja
2	20 %	Nein
3	30 %	Ja
4	10 %	Nein
5	20 %	Ja
6	20 %	Ja
7	30 %	Ja
8	10 %	Nein
9	20 %	Nein
10	30 %	Nein

Lösung zur Berechnung der Punkte der Power Curve und des Gini-Koeffizienten

1. Berechnung Power Curve

3 untersch. PDs, 5 Ausfälle

ID	PD	Ausfall
1	10 %	1
2	20 %	0
3	30 %	1
4	10 %	0
5	20 %	1
6	20 %	1
7	30 %	1
8	10 %	0
9	20 %	0
10	30 %	0

Sortiere die Einträge nach absteigender PD

PD	Anteil Gesamt	Anteil Ausfälle
30 %	3 / 10	2 / 5
20 %	4 / 10	2 / 5
10 %	3 / 10	1 / 5

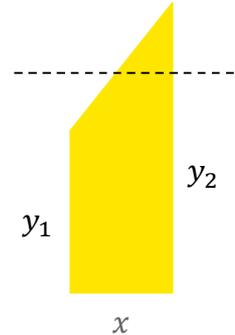
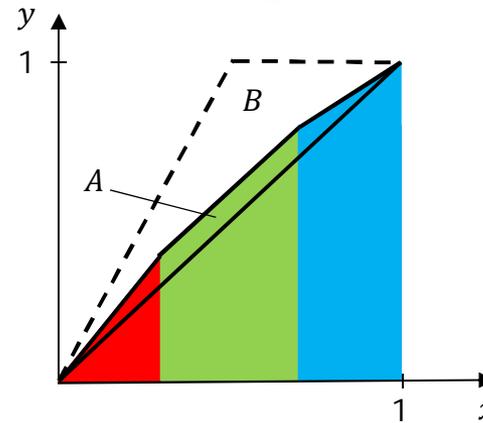
PD	Kum. Anteil Gesamt	Kum. Anteil Ausfälle
30 %	3 / 10	4 / 10
20 %	7 / 10	8 / 10
10 %	10 / 10	10 / 10

Kumulieren, d.h. alle Anteile, die kleiner als PD sind, aufsummieren

x - Achse y - Achse

2. Gini berechnen

Trapezregel



$$S = x \cdot \frac{1}{2} \cdot (y_1 + y_2)$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{10} - 0 \right) \cdot \left(0 + \frac{4}{10} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{7}{10} - \frac{3}{10} \right) \cdot \left(\frac{8}{10} + \frac{4}{10} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{10}{10} - \frac{7}{10} \right) \cdot \left(\frac{10}{10} + \frac{8}{10} \right) - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{7}{100}$$

$$B = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{10} - 0 \right) \cdot \left(0 + \frac{10}{10} \right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

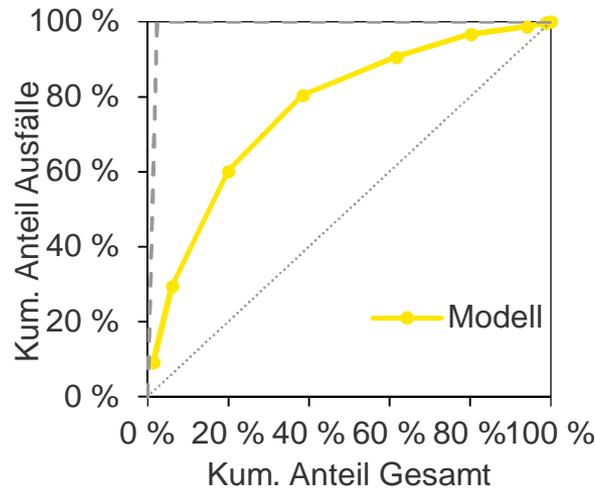
$$= \frac{1}{4}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{7}{25} = 0,28 \quad \longrightarrow \quad \text{Gini} = 28 \%$$

Die Form der Power Curve zeigt die Trennschärfe in einzelnen Bereichen des PD-Spektrum

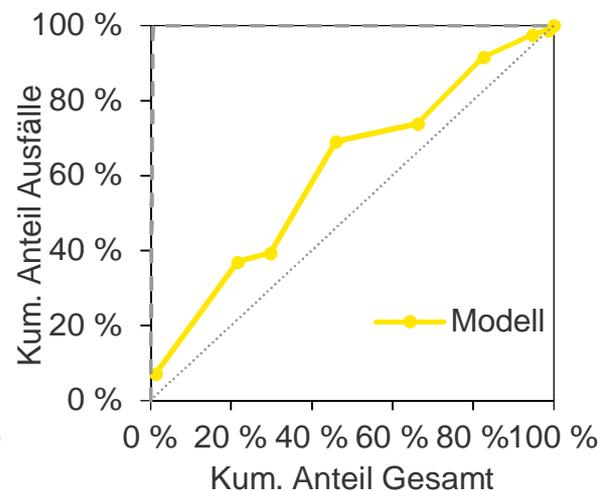
▶ Gut

(Konkav, bestätigt die Monotonie der Ausfallraten unter dem Ratingkriterium)



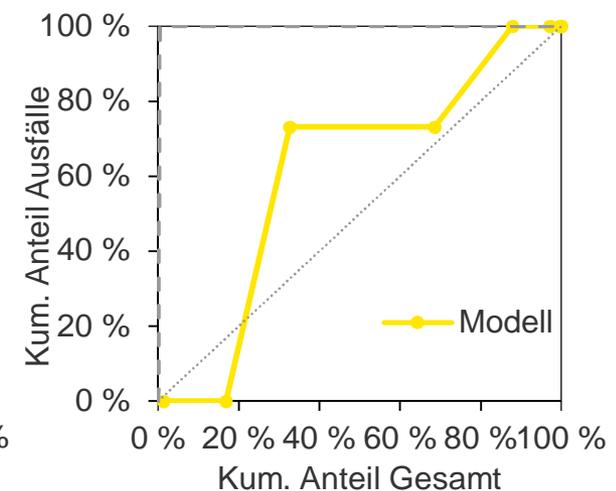
▶ Weniger optimal

(recht schlank, mit Beulen, in gewissen Situationen aber noch angemessen)



▶ Nicht aussagekräftig

(Verteilung der Ausfallereignisse auf nur zwei Klassen des Ratingkriteriums)



- ▶ Ein maximal trennscharfes, „perfektes“ Ratingverfahren würde unter stabilen und idealen Bedingungen alle später ausfallenden Kreditnehmer schon im Voraus identifizieren.

Die Validierung der Kalibrierung überprüft die Angemessenheit der aktuellen PD-Schätzung

- ▶ Besonders kritisch sind PD-Verfahren einzustufen, die das Risiko unterschätzen.
- ▶ **Zentrale Frage:** Liegt eine empirische Evidenz vor, dass die geschätzte Ausfallwahrscheinlichkeit des Ratingsystems systematisch zu niedrig ist?
- ▶ Der Binomialtest ist ein statistischer Test. Er ist im Umfeld von Zufallsgeschehen einsetzbar, bei denen es nur zwei verschiedene Möglichkeiten für das Ergebnis gibt:



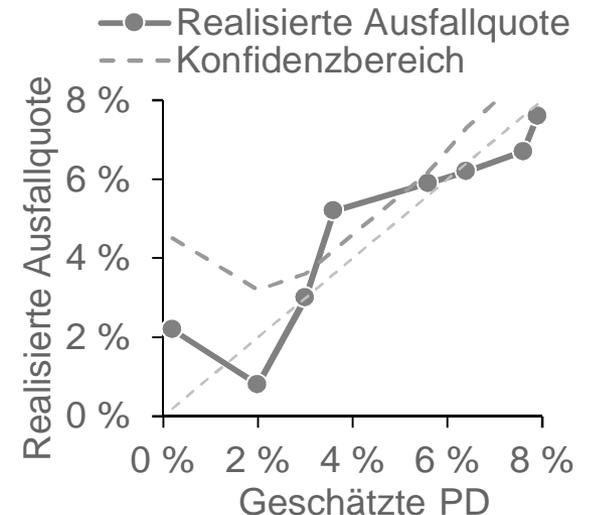
Münzwurf:
Kopf / Zahl



Würfelspiel:
6er / kein 6er



Kredit:
Ausfall / kein Ausfall

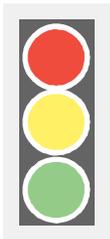


- ▶ Zusätzlich müssen die Zufallsexperimente voneinander unabhängig sein: Ein Kreditnehmer muss vom Ausfall eines anderen Kreditnehmers unbeeindruckt sein.
- ▶ Falls tatsächlich keine Unabhängigkeit vorliegt, spricht man von positiver Ausfallkorrelation bzw. unvollständiger Diversifizierung. In diesem Fall beurteilt ein Binomialtest die Situation tendenziell zu konservativ, d. h. er reagiert empfindlicher als nötig.

Der Binomialtest liefert einen Konfidenzbereich, in dem Ausfallquote zufällig von der PD abweicht

Das Signifikanzniveau...

- ▶ gibt die Wahrscheinlichkeit vor, mit der man eine Fehlentscheidung akzeptieren will. 5 % Signifikanzniveau bedeuten: Schlägt der Test an und man reagiert darauf mit einer Anpassung der PD-Schätzung, so ist diese Anpassung mit höchstens 5 %iger Wahrscheinlichkeit unnötig gewesen.
- ▶ ... bestimmt direkt die "Strenge" des Verfahrens. Ein höheres Signifikanzniveau bedeutet, dass man schon geringere Abweichungen zwischen Ausfallquote und PD-Schätzung für signifikant hält und darauf mit einer Anpassung der PD-Schätzung reagieren möchte.
- ▶ ... leitet einen intuitiven Vorschlag für ein Ampelschema ab:



- ▶ Nicht-Bestehen des Binomialtests zum kleineren Signifikanzniveau
- ▶ Nicht-Bestehen des Binomialtests zum größeren Signifikanzniveau
- ▶ Bestehen des Binomialtests zum größeren Signifikanzniveau

Binomialtest werden auch zweiseitig und auf verschiedenen Ebenen angewendet

► **Fragestellung:**

Was passiert, wenn die beobachtete Ausfallquote niedriger als die PD-Schätzung ist (der einseitige Binomialtest schlägt in einem solchen Fall nicht an)?

► **Antwort:**

Die aktuell beobachtete Ausfallquote ist besser als der langjährige Durchschnitt. Damit ist die PD-Schätzung konservativ und muss aus regulatorischer Sicht nicht angepasst werden.



Betriebswirtschaftliches Risiko

Zu konservativ bepreiste Kredite treffen den Markt nicht.

► **Fragestellung:**

Was passiert, wenn die PD-Schätzung in jeder Ratingklasse geringfügig niedriger als die letzte beobachtete Ausfallquote ist (so dass keiner der Binomialtests anschlägt)?

► **Antwort:**

Eine prozentual gleich starke Abweichung der durchschnittlichen Ausfallquote des Portfolios kann aber ein Hinweis auf signifikant zu niedrige PD-Schätzungen sein.



Regulatorisches Risiko

Die Bank legt zu wenig Eigenkapital für unerwartete Verluste zurück.

Die Art der Kalibrierung bedingt die mögliche erziel-bare Trennschärfe des PD-Modells

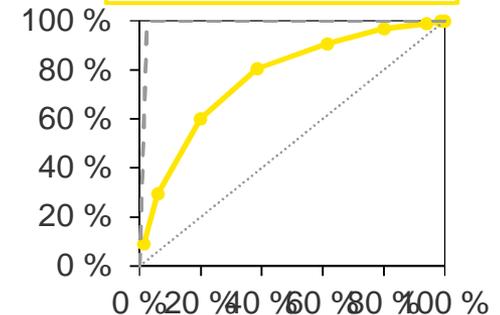
Kalibrierung und Trennschärfe stehen in einem funktionalem Zusammenhang: Die Power Curve (und damit Gini-Koeffizient) ist bei gegebener Ratingverteilung auf Masterskala und gegebener Zentraltendenz i. W. festgelegt.

- ▶ Daher kann man ein möglicher Ansatz für die Kalibrierung eines Modells aus den Ergebnissen der Trennschärfe ableiten.
- ▶ Dazu werden die diskreten Punkte (y_i, x_i) der Power Curve über die Funktion $y_k(x)$ durch ein Optimierungsverfahren „modelliert“.
- ▶ Die kalibrierte PD steigt exponentiell über die Ratingklassen R an und hat die mittlere Ausfallrate $\langle AR \rangle$ als „Ankerwert“.

$$PD(R) = \langle AR \rangle \frac{dy}{dx} = \langle AR \rangle \frac{k}{1 - \exp(-k)} \exp(-kx_R)$$

Ein möglicher Ansatz:

$$y_k(x) = \frac{1 - \exp(-kx)}{1 - \exp(-k)}$$



Grenzfall 1

- ▶ Modell mit 100 % Gini als Trennschärfe
- ▶ Dies tritt bei einer Kalibrierung auf, in der zuerst ausschließlich Klassen mit Schlechtmustern besetzt sind, ehe nur noch Klassen mit Gutmustern folgen.

Grenzfall 2

- ▶ Modell ohne Trennschärfe (0 % Gini)
- ▶ Dies bedeutet eine Kalibrierung, in der jede Klasse die mittlere PD zugeordnet wird.

Aufgabe 2: Bestimmung der Ausfallquoten und Durchführung eines Binomialtests



15 Min

- ▶ Bestimmt die Ausfallquoten für jede Ratingklasse und führt einen Binomialtest auf Ratingklassenebene durch. Für welche Ratingklassen wird der Binomialtest bestanden? (95 % Signifikanzniveau)

- ▶ **Zusatz:** Führt die Berechnungen auf dem gesamten Portfolio durch.

Ratingklasse	Anzahl Verträge	Anzahl Ausfälle	AQ	PD	KI	Test OK?
A	236.159	63	0,03 %	0,07 %	[0.06 %, 0.08 %]	Ja
...

Lösung zum einseitigen Binomialtest

Bezeichnungen (je Ratingklasse)

n = Anzahl Realisierungen

p_0 = PD im Modell (wollen wir testen!)

p = tatsächliche PD

X = Teststatistik

(beim Binomialtest:
Anzahl an Ausfällen)

ID	PD	Ausfall
1	10 %	Ja
2	20 %	Nein
3	30 %	Ja
4	10 %	Nein
5	20 %	Ja
6	20 %	Ja
7	30 %	Ja
8	10 %	Nein
9	20 %	Nein
10	30 %	Nein

Wir wollen die Hypothese $p = p_0$ mittels einseitigem Binomialtest gegen die Alternative $p > p_0$ zu einem Signifikanzniveau von 5 % testen.

➔ Lehne Hypothese ab, falls $X \geq c$ gilt, wobei c der kleinste Wert ist, für den $P(X \geq c) \leq 5\%$ gilt.

▶ Ratingklasse 1: PD = 10 % $n = 3; p_0 = 0,1$; beobachtetes $X = 1$

$$B(n, p_0, n) = \binom{n}{n} (p_0)^n = 0,1^3 = 0,001$$

$$B(n, p_0, n-1) = \binom{n}{n-1} (p_0)^{n-1} (1-p_0)^1 = 3 \cdot 0,1^2 \cdot 0,9 = 0,027$$

$$B(n, p_0, n-2) = \binom{n}{n-2} (p_0)^{n-2} (1-p_0)^2 = 3 \cdot 0,1 \cdot 0,9^2 = 0,243$$

➔ Wähle $c = 2$

Wegen $X < c$ ist der Test bestanden!

▶ Ratingklasse 2: PD = 20 % $n = 4; p_0 = 0,2$; beobachtetes $X = 2$

$$B(n, p_0, n) = \binom{n}{n} (p_0)^n = 0,2^4 = 0,0016$$

$$B(n, p_0, n-1) = \binom{n}{n-1} (p_0)^{n-1} (1-p_0)^1 = 4 \cdot 0,2^3 \cdot 0,8 = 0,243 = 0,0256$$

$$B(n, p_0, n-2) = \binom{n}{n-2} (p_0)^{n-2} (1-p_0)^2 = 6 \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^2 = 0,243 = 0,1536$$

➔ Wähle $c = 3$

Wegen $X < c$ ist der Test bestanden!

▶ Ratingklasse 3: PD = 30 % $n = 3; p_0 = 0,3$; beobachtetes $X = 2$

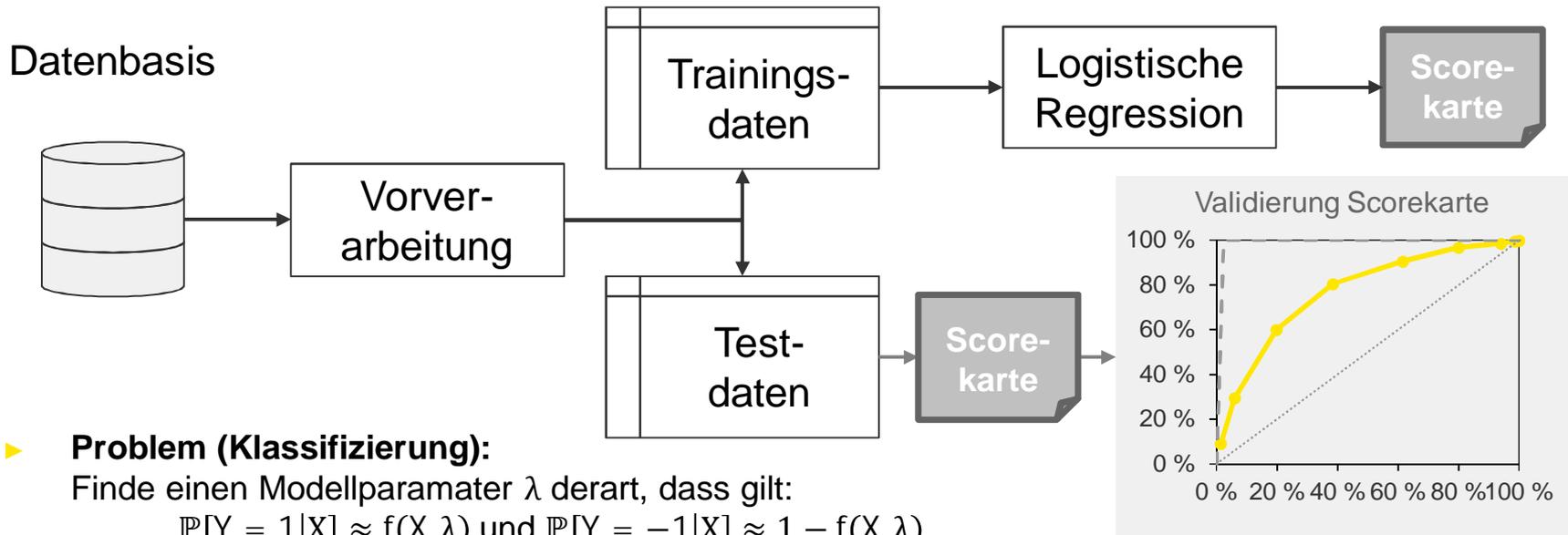
$$B(n, p_0, n) = \binom{n}{n} (p_0)^n = 0,3^3 = 0,027$$

$$B(n, p_0, n-1) = \binom{n}{n-1} (p_0)^{n-1} (1-p_0)^1 = 3 \cdot 0,3^2 \cdot 0,7 = 0,243 = 0,189$$

➔ Wähle $c = 3$

Wegen $X < c$ ist der Test bestanden!

Die Vorgehensweise in der PD-Modellierung greift auf etablierte Standards zurück



► **Problem (Klassifizierung):**

Finde einen Modellparameter λ derart, dass gilt:

$$\mathbb{P}[Y = 1 | X] \approx f(X, \lambda) \text{ und } \mathbb{P}[Y = -1 | X] \approx 1 - f(X, \lambda)$$

► **Optimierung:**

Maximierung der Likelihood-Funktion

$$L = \left(\prod_{y_i=1} f(x_i, \lambda) \right) \left(\prod_{y_i=0} (1 - f(x_i, \lambda)) \right) \rightarrow \max.$$

► **Betrachteter Spezialfall**

Nicht-lineare multivariate Regression:

$$f(X, \lambda) = g(\lambda_0 + \lambda_1 X^1 + \dots + \lambda_p X^p)$$

mit logistischer Verteilung $g(z) = \frac{\exp(z)}{1 + \exp(z)}$

Für n beobachtete Realisationen y_j von Y und x_j als Vektor der zugehörigen unabhängigen Variablen $x_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jp})$, wobei $j = 1, 2, \dots, n$, erhält man $p+1$ Gleichungen aus dem Extremwertproblem.

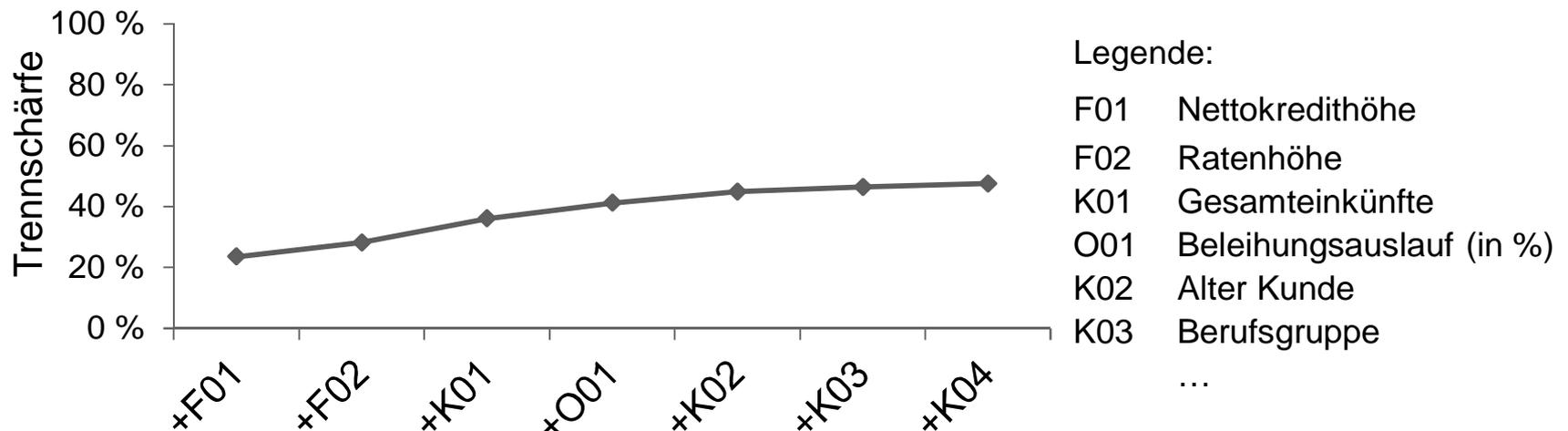
Zusätzliche Annahme:

Die Varianzen bzw. die Standardfehler des Schätzers $\hat{\lambda}$ sind grundsätzlich positiv.

Die Multivariate Analyse wählt aus der Shortlist ein geeignetes Modell aus

- ▶ Aus der Short List werden mit einem statistisch-mathematischen Selektionsverfahren Merkmale ausgewählt
- ▶ Auf den selektierten Merkmalen wird das (logistische) Regressionsmodell geschätzt
- ▶ Die Regressionskoeffizienten werden zu Teilscores transformiert

Darstellung des Selektionsverfahrens



Der Score ermittelt sich aus der Summe von Konstante und Teilscores

Konstante: 628							
	F01	F02	K01	O01	K02	K03	O02
FS	0	0	0	0	0	0	0
NK	-5	-	-	-	-10	-	-
Kat0	-	-3	-	-9	-	-	-
Kat1	-15	0	14	1	-55	88	34
Kat2	5	7	12	-11	-29	112	-50
Kat3	0	18	2	-5	-11	140	-
Kat4	0	22	0	-10	1	142	-
Kat5	-	-	-	-	0	-	-
Kat6	-	-	-	-	-	-	-

Legende:

AN99	Kreditrating	K02	Alter Kunde
O01	Beleihungsauslauf (in %)	O02	Anzahl Baudarlehen
K01	Gesamteinkünfte	F02	Ratenhöhe
F01	Nettokredithöhe	K03	Berufsgruppe

Kriterien zur statistischen Merkmalsauswahl helfen bei der Suche nach dem „optimalen“ Modell

- ▶ Das „Akaike Information Criterion“ (AIC-Kriterium) stellt einen Standard in der Regressionsmodellierung dar.
 - ▶ Es nimmt einen besseren Wert an, sofern die „Modellgüte“ $L(\theta)$ größer ist.
 - ▶ Zusätzlich wird ein „Overfitting“ durch eine zu große Anzahl von Merkmalen, N , im Modell bestraft.
- ▶ Das „Bayesian Information Criterion“ (BIC-Kriterium) nimmt nicht nur Rücksicht auf die Modellkomplexität (Anzahl der Merkmale N), sondern auch auf die Größe der Modellierungsdatenbasis (Anzahl der Datensätze in der Entwicklungsstichprobe M).
 - ▶ Je kleiner die Stichprobe, desto weniger Merkmale werden akzeptiert.
- ▶ Ein „optimales“ Modell **minimiert** das **Informationskriterium**.
- ▶ Das AIC erlaubt mehr Merkmale und führt zu höheren Trennschärfen.

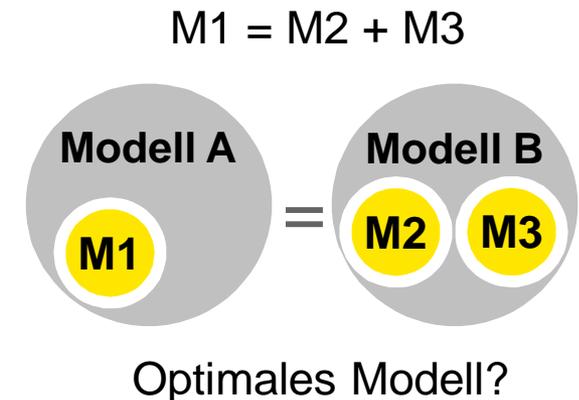
$$\begin{aligned} \text{AIC} &= -L(\theta) + 2N \\ \text{BIC} &= -L(\theta) + 2N \log M \end{aligned}$$

Drei Wege führen gleichzeitig zum statistisch „optimalen“ Modell

- ▶ In den multivariaten Analysen werden anhand dreier Selektionsverfahren die statistisch-mathematisch „optimalen“ Regressionsmodelle bzw. Scorekarten auf Basis der Short List ermittelt
- ▶ Vorwärts gerichtete schrittweise Regression
 - ▶ Das Startmodell schätzt lediglich die Konstante. Dann werden dem Modell so lange Merkmale hinzugefügt, bis das Informationskriterium minimal ist.
 - ▶ Dabei wird dasjenige Merkmal unter den noch verfügbaren Merkmalen auf der Short List hinzugefügt, welches das Kriterium verbessert.
- ▶ Rückwärts gerichtete schrittweise Regression
 - ▶ Ausgehend von einem Modell mit allen Merkmalen der Short List werden so lange Merkmale aus dem Modell entfernt, bis das Kriterium minimal ist.
 - ▶ Dabei wird dasjenige Merkmal aus dem Modell entfernt, welches das Informationskriterium optimal verbessert.
- ▶ Beidseitig gerichtete schrittweise Regression

Kollinearität verwirrt das Regressionsmodell und erfordert Nebenbedingungen an die Short List

- ▶ Kollinearität von Merkmalen der Short List ist zu vermeiden, da es sonst keine statistisch „eindeutige beste“ Scorekarte gibt und Punktwerte ggf. unplausibel sind.
- ▶ Nebenbedingungen an die Short List erfolgen erfolgt auf Basis heuristischer Überlegungen und quantitativer Untersuchungen:
 - ▶ Paarweise Korrelationsanalyse der Merkmale
 - ▶ Betrachtung der Regressionsgewichte bzw. Standardfehler im Modell
 - ▶ Vergleich der Bepunktung nach der multivariate Analysen mit der Verteilung der Ausfallraten in den univariaten Analysen über die Kategorien
 - ▶ Regression der Merkmale untereinander und Abschätzung der Kollinearität über die Güte der Regression und den Variance Inflation Factor (VIF)





Wrap-Up

Finanzmarktkrise – lessons learned

▶ **Was ist da eigentlich passiert:**

- ▶ Hohe Verluste bei industriellen Investoren, Ländern, Kommunen und Privatanlegern.
- ▶ Destabilisierung des Bankensektors durch Abschreibungen und Verluste, ohne ausreichend hohe Risikovorsorge/Eigenkapital.

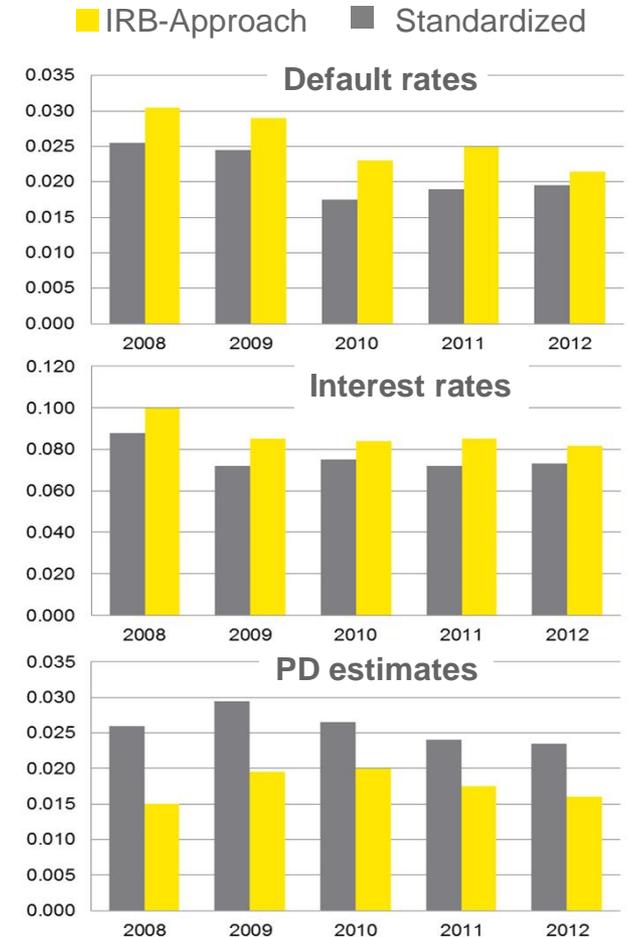


- ▶ **Schwachstellen:** „Too little too late“ – Risikovorsorge erst, wenn die Kuh schon auf dem Eis ist... zu wenig Prognose.
- ▶ Quantifizierung bisher nur auf Basis schon eingetretener Verluste („Incurred Loss Model“).
- ▶ **Weiterentwicklung:** „Expected Loss Model“ welches verstärkt zukunftsorientierte Informationen verwenden soll.

Die Überarbeitung der Risikomanagement-Welt ist in vollem Gange

Banking supervision is influenced by academic research

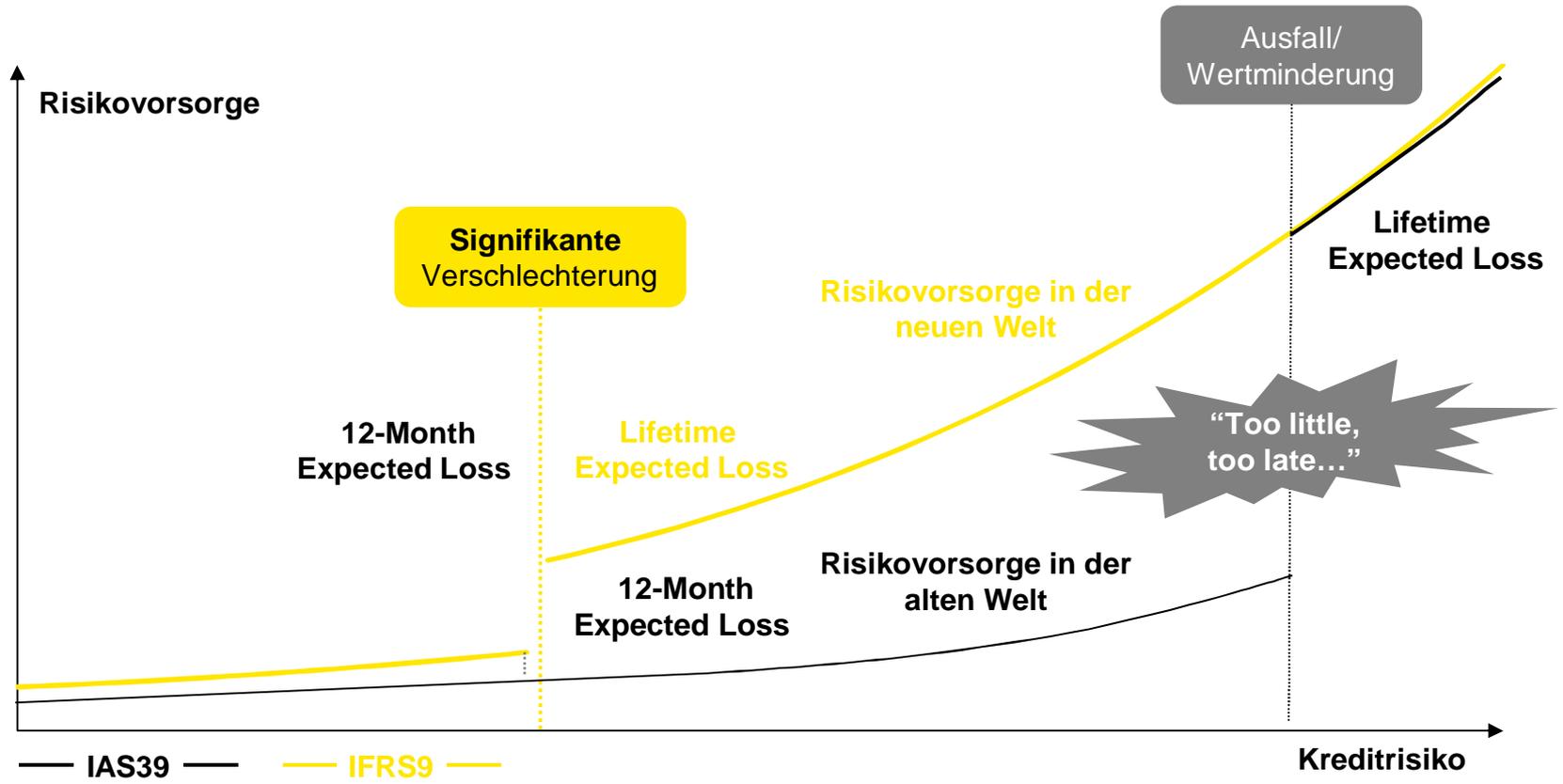
- ▶ Results show significant differences between banks who calculate capital requirements according to the simple standardized approach (not risk sensitive) as opposed to banks who use statistical models (IRBA, where own modelling techniques can influence predicted risk levels and hence, capital demand).
- ▶ The IRB institutions (on average) observe higher realized default rates. Consistent with that, they ask higher interest rates of their debtors to cover for the level of risk in their portfolios and remain profitable. However, average predicted PD (relevant for the calculation of capital requirements) is lower than for Standardized Approach Banks.
- ▶ Banking Regulators (EBA and National Regulators) are constantly publishing new requirements to oppose this, and to understand and limit the unwarranted variability of risk used for prudential capital requirements calculation



The Limits of Model-Based Regulation,
M. Behn, R. Haselmann, V. Vig, August 2014

Die Zeit danach – eine neue Welt

Vom **Incurred Loss Model** nach IAS 39 zum **Expected Loss Model** nach IFRS 9



Kontakte für Ihre Zukunft knüpfen mit Menschen, ...

die Charakter zeigen durch

- ▶ Integrität
- ▶ Respekt für andere
- ▶ Teamgeist

die etwas bewegen mit

- ▶ Energie
- ▶ Enthusiasmus
- ▶ Führungsstärke

und die schließlich

- ▶ nachhaltige Beziehungen aufbauen
- ▶ das Richtige tun

Fragen?

- ▶ Promotion ja oder nein?
- ▶ Wie viel Reisetätigkeit?
- ▶ Wie international?
- ▶ Muss ich Banken toll finden?
- ▶ Wie lange bleiben Angestellte im Durchschnitt bei EY?
- ▶ Wird viel im Ausland gearbeitet?
- ▶ Kann man im Ausland arbeiten, wenn man das möchte?
- ▶ Wird bei der Arbeit in Ausnahmefällen gelacht?
- ▶ Muss ich vorher im Ausland gewesen sein?
- ▶ Schwankt die Arbeitsbelastung stark oder ist sie eher konstant?
- ▶ Wie sehr ist EY an meiner Weiterbildung (BA / MA oder MA / Diss) interessiert?
- ▶ Muss ich wirklich Englisch können?
- ▶ Ist der Kaffee gut?
- ▶ Was ist eine typische Wochenarbeitszeit?
- ▶ Was sind normale und typische Einstiegsgehälter?
- ▶ Wo kann ich sofort 60.000 EUR Jahresbrutto bekommen?
- ▶ Wann genau steige ich bei EY auf?
- ▶ Wie ist eine typische Gehalts-Entwicklung bisher gewesen?
- ▶ Wie gut und in welchem Rahmen kann ich mitbestimmen, was genau ich arbeite?
- ▶ Kann man sich auf bestimmte Bereiche spezialisieren?
- ▶ Was passiert mit meinem Marktwert auf dem Arbeitsmarkt, während ich bei EY arbeite?
- ▶ Wohin könnte ich abspringen, wenn ich etwas anderes machen möchte?
- ▶ Wie mathematisch ist eigentlich die Tätigkeit tatsächlich?
- ▶ Wie spießig ist das Umfeld?

Bleiben Sie mit uns in Verbindung

www.ey.com/careers

www.karriereblog.ey.com



Bernhard

Hein

(in Berufskleidung)

Bernhard.Hein@de.ey.com
Tel.: 0160 939 14338



Laura

Leun

(in Berufskleidung)

Laura.Leun@de.ey.com
Tel.: 0160 939 18667



Matthias

Knecht

(in Berufskleidung)

Matthias.Knecht@de.ey.com
Tel.: 0160 939 26501

u www.de.ey.com/careers

u +49 6196 996 10005

u karriere@de.ey.com

u Bewerbt euch unter: www.jobportal.de.ey.com

u Oder einfach Email an Vorname.Nachname ...
@de.ey.com

Die globale EY-Organisation im Überblick

Die globale EY-Organisation ist einer der Marktführer in der Wirtschaftsprüfung, Steuerberatung, Transaktionsberatung und Managementberatung.

Mit unserer Erfahrung, unserem Wissen und unseren Leistungen stärken wir weltweit das Vertrauen in die Wirtschaft und die Finanzmärkte. Dafür sind wir bestens gerüstet: mit hervorragend ausgebildeten Mitarbeitern, starken Teams, exzellenten Leistungen und einem sprichwörtlichen Kundenservice. Unser Ziel ist es, Dinge voranzubringen und entscheidend besser zu machen – für unsere Mitarbeiter, unsere Mandanten und die Gesellschaft, in der wir leben. Dafür steht unser weltweiter Anspruch „Building a better working world“.

Die globale EY-Organisation besteht aus den Mitgliedsunternehmen von Ernst & Young Global Limited (EYG). Jedes EYG-Mitgliedsunternehmen ist rechtlich selbstständig und unabhängig und haftet nicht für das Handeln und Unterlassen der jeweils anderen Mitgliedsunternehmen. Ernst & Young Global Limited ist eine Gesellschaft mit beschränkter Haftung nach englischem Recht und erbringt keine Leistungen für Mandanten. Weitere Informationen finden Sie unter www.ey.com.

In Deutschland ist EY an 22 Standorten präsent. „EY“ und „wir“ beziehen sich in dieser Publikation auf alle deutschen Mitgliedsunternehmen von Ernst & Young Global Limited.

© 2019
Ernst & Young GmbH
Wirtschaftsprüfungsgesellschaft
All Rights Reserved.

BMF 0214-515
ED None

Building a better working world ...für unsere Mitarbeiter



Home Office

Von Zuhause zu arbeiten ist kein Problem.



Mobility

Reisen zum Kunden ist nötig; aber auch spannende Auslandseinsätze sind möglich.



Hard work but...

BUT GOOD FUN: Mitten im Geschehen, viel Input, viel zu lernen und zu sehen, viele interessante Menschen.

Building a better working world ... für unsere Mitarbeiter

- ▶ **Unser Anspruch:** unseren Mitarbeitern Fähigkeiten, Erfahrungen sowie persönliche und berufliche Verbindungen mitgeben, von denen sie ein Leben lang profitieren.
- ▶ Suchen, Fördern und Entwickeln von Mitarbeitern mit den unterschiedlichsten Stärken und Fähigkeiten.

SuccessFactors
On the job
EY Badges FSO Learning Week
EY Analytics Academy Quant Curriculum
Quant Curriculum
Udemy GoFluent
FSO Learning Week Berufsexamina

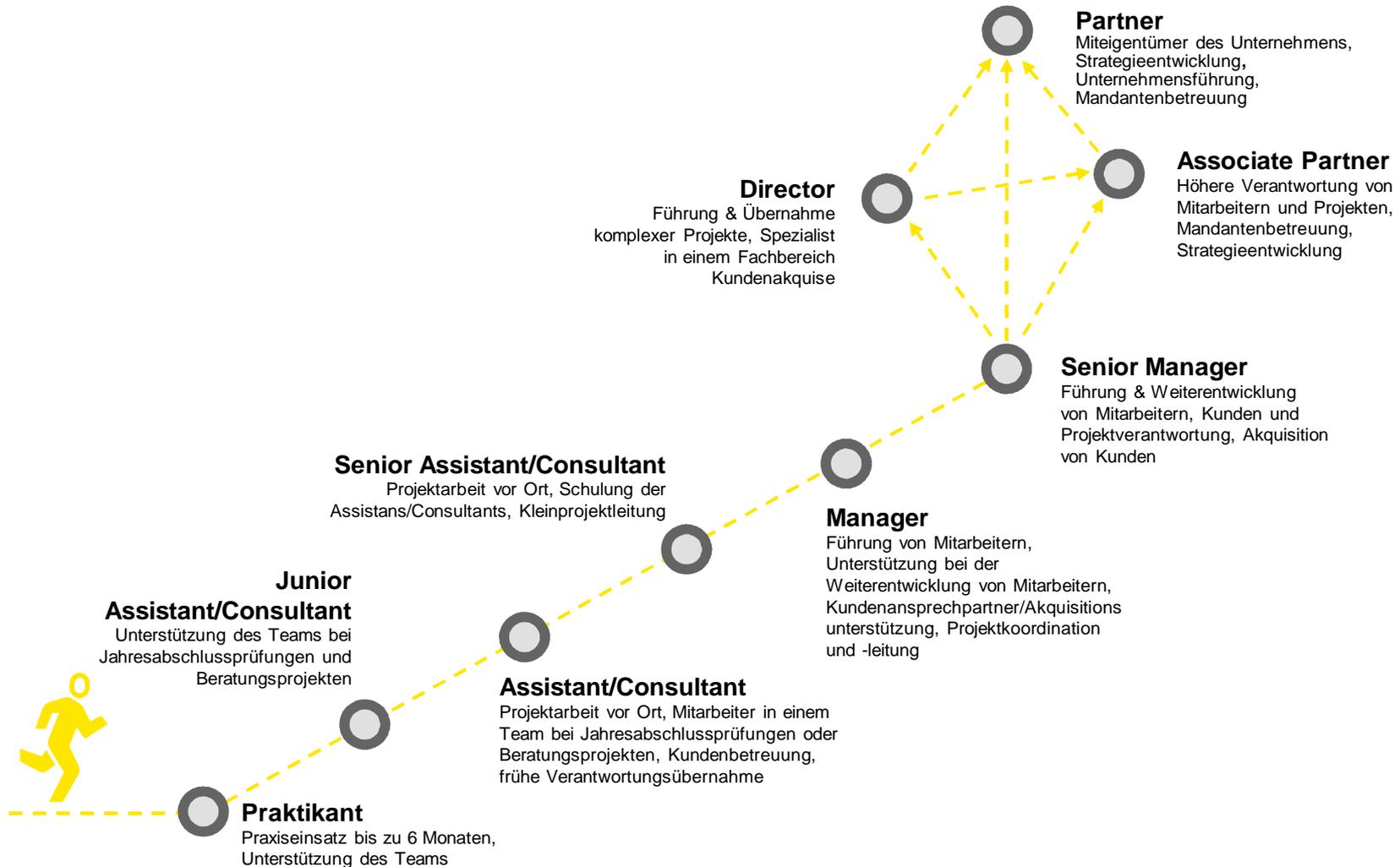
Als Frau bei EY

... auch für eine lange Karriere

- ▶ Wir möchten ein echtes Gegenüber für unsere Kunden sein. Intellektuell wie auch sozial, kulturell und im Geschlechterverhältnis. Diversity ist hierbei ein entscheidender Baustein – für unsere Kunden und für uns.
- ▶ Wir haben ein ambitioniertes Ziel von Parität in allen Rängen. Begleiten Sie uns auf diesem Weg.
- ▶ Beratung heißt reisen – zum Kunden reisen. Aber nicht alle Projekte und nicht alle Kunden erwarten ständige Anwesenheit. Das, und die allgemeine Verteilung „wer geht wo hin“ nutzen wir, um Familien-Biographien zu unterstützen.
- ▶ Frau sein bei EY bedeutet zusätzlich, in einem starken Frauennetzwerk willkommen geheißen zu werden.



Der Karriereweg bei EY



Lernen Sie uns kennen



Kennlern-Events

- ▶ Backstage Day
- ▶ Women@consulting
- ▶ Hochschulmessen
- ▶ Master Your Career
- ▶ EY Insights
- ▶ Afterwork Event- EY Night



Seminare und Workshops

- ▶ Doktorandenseminar
- ▶ Fach- und Soft-Skill-Workshops
- ▶ Lehraufträge/Praxisvorträge an Universitäten



Challenges

- ▶ EY Corporate Finance Woman of the Year
- ▶ Young Tax Professional of the Year
- ▶ TaxChallenge
- ▶ AuditChallenge



- ▶ Praktikantenförderprogramm
- ▶ EY-Talent-Community



Praktikum

- ▶ Voraussetzungen: Vordiplom bzw. die Hälfte der erforderlichen Leistungspunkte
- ▶ Start: ganzjährig in allen Fachbereichen möglich
- ▶ Attraktive Vergütung
- ▶ Minstdauer: sechs Wochen



Set Sail: Auslandspraktikantenprogramm

- ▶ Dauer: zwischen acht Wochen und sechs Monaten
- ▶ Einsatz an Standorten weltweit
- ▶ Attraktive Vergütung
- ▶ Start: ganzjährig möglich



Werkstudententätigkeit

- ▶ Dauer: zwischen acht Wochen und sechs Monaten
- ▶ Einsatz an Standorten deutschlandweit
- ▶ Attraktive Vergütung
- ▶ Start: ganzjährig möglich