

Einführung in die Logik (WS 2002/2003)

Übungsblatt 12

1. Bestimmen Sie die Wahrheitswerte der aufgelisteten Sätze bezüglich der folgenden Interpretation:

UD: Die Menge aller Städte  
H:  $\{ \langle u \rangle : u \text{ ist eine Hauptstadt} \}$   
K:  $\{ \langle u_1, u_2 \rangle : u_1 \text{ ist kleiner als } u_2 \}$   
G:  $\{ \langle u_1, u_2 \rangle : u_1 \text{ ist größer als } u_2 \}$   
E:  $\{ \langle u_1, u_2 \rangle : u_1 \text{ ist genauso groß wie } u_2 \}$   
Z:  $\{ \langle u_1, u_2, u_3 \rangle : u_1 \text{ liegt zwischen } u_2 \text{ und } u_3 \}$   
b: Berlin  
h: Helsinki  
p: Paris

- a)  $Gbb \rightarrow \neg Ehh$  (1 Punkt)  
b)  $Gph \wedge (\forall x)(Hx \rightarrow Gxh)$  (1 Punkt)  
c)  $(\forall x)(\forall y)(Gxy \rightarrow \neg Kxy)$  (1 Punkt)  
d)  $(\forall z)(Gzh \vee Kzh)$  (1 Punkt)  
e)  $\neg(\forall y)Hy \rightarrow (\exists z)\neg Hz$  (1 Punkt)  
f)\*  $\neg[(\forall x)(Hx \rightarrow (\exists y)(Hy \wedge Gyx))] \rightarrow Zhp$  (2 Punkte)  
g)  $(\forall x)[(Exx \leftrightarrow (\forall z)\neg(\exists y)(Gzy \wedge Kzy))]$  (2 Punkte)  
h)  $(\forall x)(\forall y)(\forall z)\neg((Kxy \wedge Kyz) \rightarrow Kxz) \leftrightarrow \neg(\forall x)(\forall y)(\forall z)((Kxy \wedge Kyz) \rightarrow Kxz)$  (3 Punkte)

2. Konstruieren Sie für jedes Satzpaar eine Interpretation bezüglich der einer der Sätze wahr ist und der andere falsch.

- a)  $Rab \rightarrow Rba, Rba \rightarrow Rab$  (2 Punkte)  
b)  $(\forall x)Fx \leftrightarrow \neg(\exists y)\neg Fy, \neg(\forall x)Fx \leftrightarrow (\forall x)\neg Fx$  (2 Punkte)  
c)  $(\exists x)(\forall y)Jxy, (\forall x)(\exists y)Jxy$  (3 Punkte)

3. Erklären Sie mit Hilfe der Definitionen aus dem zehnten Abschnitt des Skripts, warum der Satz  $\neg(\exists x)(Fx \wedge \neg Gx)$  bezüglich der folgenden Interpretation falsch ist:

UD: Die Menge aller Menschen  
F:  $\{ \langle u \rangle : u \text{ ist eine Junggeselle} \}$   
G:  $\{ \langle u \rangle : u \text{ ist verheiratet} \}$

(3 Punkte)