Universität Tübingen, WSI — **Sommersemester 2004**
Prof. Dr. P. Schroeder-Heister — **Übungsblatt 3**

Übungen zur Vorlesung λ-Kalkül und kombinatorische Logik

Aufgabe 1 [3]

Υ sei der Fixpunktkombinator $\lambda x.(\lambda y.x(yy))(\lambda y.x(yy))$. Warum gilt *nicht*: $\Upsilon x \rhd_\beta x(\Upsilon x)$?

Aufgabe 2 [3]

Beweisen Sie unter der Voraussetzung $x \notin FV(PQ)$:

$$Px =_{\beta\eta} Qx \quad \Longrightarrow \quad P =_{\beta\eta} Q.$$

Aufgabe 3 [5 Punkte für eine der beiden Richtungen, für die andere 5 Zusatzpunkte]

Beweisen Sie:

$$M \rhd_\beta N \quad \text{genau dann, wenn} \quad \lambda\beta_{\rhd} \vdash M = N.$$

(Hinweis: Für die Richtung von links nach rechts verwende man Induktion über der Länge von β-Reduktionsfolgen, für die von rechts nach links Induktion über der Herleitunglänge.)

Aufgabe 4 [2+2+2]

(a) Geben Sie eine β-Reduktionsfolge für den folgenden Term an:

$$(\lambda x.(\lambda x.yxx)(\lambda y.yxx))(\lambda y.xy).$$

(b) Sei $N \equiv \lambda uxy.x(uxy)$, $\underline{1} \equiv \lambda xy.xy$ und $\underline{2} \equiv \lambda xy.x(xy)$. Zeigen Sie:

$$N\underline{1} \rhd_\beta \underline{2}.$$

(c) Sei $\underline{0} \equiv \lambda xy.y$ und $D \equiv \lambda xyz.z(Ky)x$. Zeigen Sie:

$$\begin{aligned} Dxy\underline{0} &\rhd_\beta x, \\ Dxy\underline{1} &\rhd_\beta y. \end{aligned}$$