

Schlüsselqualifikationskurs 447  
“Computergestützte Statistische Analyse II: Wahrscheinlichkeit und  
Risikomodelle”  
im Sommersemester 2008

Übungsblatt 2

- Inhalte: - Optimale Portfoliozusammenstellung mit Matrix-Algebra  
Vorkenntnisse: - RRZN: “EXCEL GRUNDLAGEN”, Kap.: 10  
- RRZN: “EXCEL FORTGESCHRITTENE ANWENDUNGEN”, Kap.: 12, 14, 16

Aufg. 2.1)

Laden Sie sich aus dem Internet die Kursverläufe der Aktien von “LUFTHANSA” (WKN: 823212), “DEUTSCHE BANK” (WKN: 514000), “SANOFI-AVENTIS” (WKN: 920657) und des DAX- Index auf ihren Rechner und extrahieren Sie aus diesen Daten das Datum mit den jeweiligen Tagesschlusskursen (Zeitraum vom 30. April 2006 bis 30. April 2007; Handelsplatz: Frankfurter Börse). Bereiten Sie die Daten so auf, dass mit diesen in Excel weitergearbeitet werden kann.

*Tipp: Historische Aktienkurse werden z.Bsp. von der Seite: <http://de.finance.yahoo.com/> kostenlos zur Verfügung gestellt.*

Aufg. 2.2)

- a) Stellen Sie die Kursverläufe aller vier Wertpapiere in einem Schaubild dar. Verwenden Sie für eine geeignete Darstellung des DAX- Kursverlaufs eine weitere y-Achse (Sekundärachse). Welche Aussage können Sie über den Kursverlauf der Wertpapiere “DEUTSCHE BANK” bzw. “SANOFI-AVENTIS” und des DAX- Kurses machen ?
- b) Berechnen Sie die Log-Renditen auf Tagesbasis für alle vier Wertpapiere nach der Formel:

$$r_t = \ln \left( \frac{p_t}{p_{t-1}} \right)$$

wobei  $p_t$  den jeweiligen Tagesschlusskurs in  $t$  und  $p_{t-1}$  den Vortagesschlusskurs darstellt. Benennen Sie die so berechnete Matrix mit “Renditen”. Stellen Sie die Renditeverläufe für den DAX, “SANOFI-AVENTIS” und “DEUTSCHE BANK” in einem Schaubild dar. Interpretieren Sie das Schaubild. Welche Besonderheit ist auffällig ?

Aufg. 2.3)

- a) Berechnen Sie die Mittelwerte und Standardabweichungen der Log-Renditen der vier Wertpapiere. Welches WP erzielt die höchste Rendite, welches die Niedrigste ?

- b) Berechnen Sie die empirische Varianz- Kovarianz Matrix der Renditen,  $\Omega$ , als Produkt zweier identischer Matrizen  $Z$ , wobei jede Spalte von  $Z$  die um das jeweilige Spaltenmittel bereinigten Renditen enthält:

$$\begin{aligned}\Omega = \frac{1}{n}Z'Z &= \begin{pmatrix} \text{Var}(r_1) & \dots & \text{Cov}(r_1 r_4) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}(r_4 r_1) & \dots & \text{Var}(r_4) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (r_{i1} - \bar{r}_1)^2 & \dots & \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (r_{i1} - \bar{r}_1)(r_{i4} - \bar{r}_4) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (r_{i4} - \bar{r}_4)(r_{i1} - \bar{r}_1) & \dots & \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (r_{i4} - \bar{r}_4)^2 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Benennen Sie die so entstandene Varianz- Kovarianzmatrix mit "Omega". Können Sie an dieser Stelle schon eine Aussage über die Korrelation der Renditen untereinander machen ? Warum ist  $\Omega$  symmetrisch ? Interpretieren Sie die Eintragung in der 1. Spalte und 2. Zeile von Omega.

HINWEIS: Achten Sie bei Matrixoperationen auf die Konformität. Verwenden Sie die Excel-Funktionen {=MTRANS()} und {=MMULT()}.

- c) Passen Sie  $Z$  geeignet an, dass Sie nun bei einer Matrixmultiplikation  $\Gamma = \frac{1}{n}Z^*Z^*$  eine symmetrische Matrix mit den Korrelationskoeffizienten  $\rho_{kj}$  mit  $k, j = 1, 2, 3, 4$  als Eintragung erhalten.

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \dots & \rho_{14} \\ \vdots & & \vdots \\ \rho_{41} & \dots & \rho_{44} \end{pmatrix}$$

Überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit der Excel-Funktion =KORREL(...) für "DEUTSCHE BANK" und DAX.

- e) Berechnen Sie die Inverse  $\Omega^{-1}$  von  $\Omega$

HINWEIS: Verwenden Sie die Excel-Funktion {=MINV()} und achten Sie auf Konformität.

#### Aufg. 2.4)

Ermitteln Sie die durchschnittliche prozentuale Veränderung der Renditen des Wertpapiers der "DEUTSCHEN BANK" gegeben eine einprozentige Erhöhung der DAX- Renditen. Erstellen Sie dazu einen Scatterplot mit den DAX Renditen auf der Abszisse und den Renditen der "DEUTSCHEN BANK" auf der Ordinate. Fügen Sie diesem Schaubild eine Regressionsgerade hinzu und ermitteln Sie deren Steigung.