### Schlüsselqualifikationskurs 447

## "Computergestützte Statistische Analyse II: Wahrscheinlichkeit und Risikomodelle" im Sommersemester 2008

# Übungsblatt 3

Inhalte: - Zentraler Wahrscheinlichkeitsbegriff

<u>Vorkenntnisse:</u> - RRZN: "Excel Grundlagen", Kap.: 11.3

- RRZN: "Excel Fortgeschrittene Anwendungen", Kap.: 9, 10

<u>Literatur:</u> - Fahrmeir; Künstler; Pigeot; Tutz: Statistik - Der Weg zur Datenanalyse;

5. Auflage; Springer Verlag; Berlin 2004 Kap.: 4.1, 4.2, 4.3

- Schira, Josef: Statistische Methoden der VWL und BWL;

2. Auflage; Pearson Studium; München 2005 Kap.: 7, 8

### Aufg. 3.1)

Zur Simulation von unterschiedlichsten Zufallsexperimenten in Excel verwendet man häufig die Funktion = Zufallszahl().

- a) Machen Sie sich mit der Funktion = Zufallszahl() in der Excel-Hilfe vertraut. Was zeichnet ein Zufallsexperiment allgemein aus?
- b) Erstellen Sie den Ergebnisraum  $\Omega$  für das Zufallsexperiment: Einmaliges Werfen einer idealen Münze. Simulieren Sie dieses Experiment jeweils 50, 100 und 1000 mal.

HINWEIS: Verwenden Sie zur Simulation des Zufallsexperiments die Funktion = Zufallszahl() in Verbindung mit einer Wenn- Funktion oder einem S-Verweis.

c) "Funktioniert" Ihre in b) implementierte Simulationsroutine? Ermitteln Sie aus Ihrer Simulation jeweils die relativen Häufigkeiten für die sich gegenseitig ausschließenden Elementarereignisse "Kopf liegt oben" und "Zahl liegt oben". Warum unterscheiden sich die von Ihnen ermittelten relativen Häufigkeiten von denen Ihres Sitznachbarn? Stellen Sie die ermittelten Häufigkeiten grafisch dar.

 $Tip: Verwenden \ Sie = Z\ddot{a}hlenwenn(), = Summewenn() \ oder = H\ddot{a}ufigkeit()$ 

d) Zur Beantwortung der Frage in c) bedienten Sie sich dem Konzept des frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriffs:

$$P(A) = \lim_{n \to \infty} h_n(A).$$

Was besagt dieses Konzept? Veranschaulichen Sie dieses Konzept, indem Sie für jeden der 1000 Simulationsläufe aus b) die relativen Häufigkeiten  $h_1(A)$ ,  $h_2(A)$ , ...  $h_{1000}(A)$  für das Elementarereignis A = "Zahl liegt oben" ermitteln. Stellen Sie die so ermittelten relativen Häufigkeiten grafisch dar und zeichnen Sie den Wert ein, gegen den die Folge konvergiert.

### Aufg. 3.2)

Simulation des Zufallsexperiments: Zweimaliges Werfen eines idealen Würfels

a) Stellen Sie den Ergebnisraum  $\Omega$  des Zufallsexperiments in Excel tabellarisch dar:

		Zug 1					
		1	2	3	4	5	6
6*Zug 2	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	2	(2,1)					
	3	(3,1)					
	4	(4,1)					
	5	(5,1)					
	6	(6,1)					

- b) Handelt es sich in diesem Beispiel um Laplace-Wahrscheinlichkeiten? Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für das Elementarereignis  $A = \{\text{``Es wird zweimal eine Eins gew"urfelt"}\}$ , P(A)? Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis  $B = \{\text{``Es wird mindestens einmal eine Eins gew"urfelt"}\}$ , P(B)? Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten, indem Sie die Anzahl der für A (B) günstigen Ergebnisse durch die Anzahl der möglichen Ergebnisse teilen.
- c) Überführen Sie dieses Zufallsexperiment auf die Konzeption eines Urnenmodells, d.h. dem unabhängigen Ziehen von Elementen aus einer Urne. Wie müssten die Elemente in dieser Urne beschaffen sein? Wird mit oder ohne Zurücklegen gezogen um konzeptionell das Zufallsexperiment des zweimaligen Würfelwurfs zu reproduzieren?
- d) Simulieren Sie 1000 unabhängige Wiederholungen dieses Zufallsexperiments in Excel. Ermitteln Sie die relativen Häufigkeiten für alle Elementarereignisse aus  $\Omega$ . Ermitteln Sie zudem die relativen Häufigkeiten  $h_{1000}(A)$  und  $h_{1000}(B)$ . Wie oft müssen Sie das Experiment mindestens wiederholen, um sicher das Ereignis A zu erhalten?
  - HINWEIS: Verwenden Sie zum Auszählen der günstigen Ereignisse aus Ihrer Simulation eine Pivottabelle.
- e) Von Interesse ist nun die Summe der Augenzahlen bei einem zweimaligen Würfelwurf. Stellen Sie den Ergebnisraum Ω auf und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die jeweiligen Elementarereignisse. Handelt es sich nach wie vor um Laplace-Wahrscheinlichkeiten? Ermitteln Sie zudem die relativen Häufigkeiten für das Eintreten der jeweiligen Elemtarereignisse in Ihrer Simulation.