

Prof. Dr. Peter Schroeder-Heister

Dr. Kai F. Wehmeier

Aufgabe 1Es sei t eine beliebige T-Norm und φ ein Φ -Operator zu t . Zeigen Sie:

$$\varphi(x, y) = \sup \{z : t(x, z) \leq y\} = \max \{z : t(x, z) \leq y\}. \quad (5)$$

Aufgabe 2Es sei \mathcal{V} endlich und $t : \mathcal{V}^2 \rightarrow \mathcal{V}$ eine T-Norm. Weiter sei für $x, y \in \mathcal{V}$ definiert: $\varphi(x, y) = \max \{z : t(x, z) \leq y\}$. Zeigen Sie:

$$\varphi \text{ ist ein } \Phi\text{-Operator zu } t. \quad (5)$$

Aufgabe 3 (Zusatzaufgabe)Es sei $\mathcal{V} = [0, 1]$ und $t : \mathcal{V}^2 \rightarrow \mathcal{V}$ eine T-Norm mit $\text{LSC}(t)$. Für $x, y \in \mathcal{V}$ sei definiert: $\varphi(x, y) = \sup \{z : t(x, z) \leq y\}$. Zeigen Sie:

$$\varphi \text{ ist ein } \Phi\text{-Operator zu } t. \quad (3)$$

Aufgabe 4Seien f_\wedge und f_\rightarrow wie für \mathbf{K}_3 definiert (dabei identifizieren wir ab jetzt den Wahrheitswert i mit der Zahl $\frac{1}{2}$). Zeigen Sie:

$$(\Phi 1) \quad x \leq y \Rightarrow f_\rightarrow(z, x) \leq f_\rightarrow(z, y) \quad (2)$$

$$(\neg\Phi 2) \quad \text{Es gilt nicht für alle } x, y \in \{0, \frac{1}{2}, 1\}: f_\wedge(x, f_\rightarrow(x, y)) \leq y \quad (2)$$

$$(\neg\Phi 3) \quad \text{Es gilt nicht für alle } x, y \in \{0, \frac{1}{2}, 1\}: x \leq f_\rightarrow(y, f_\wedge(x, y)) \quad (1)$$