

**Aufgabe 1** (1+1+1 Punkte)

Geben Sie für die folgenden AL-Aussagen jeweils ihren Strukturbaum, Rang und alle Teilformeln an.

- a)  $\neg\neg(p_0 \rightarrow \neg\neg p_0)$
- b)  $p_{101} \vee \neg(\neg(p_{11} \rightarrow p_{31}) \wedge p_3)$
- c)  $((((p_0 \wedge p_1) \wedge p_2) \wedge p_3) \wedge p_4)$

**Aufgabe 2** (2 Punkte)

Definieren Sie eine rekursive Abbildung  $\mathbf{J} : \text{PROP} \rightarrow \mathbb{N}$ , welche die Anzahl der in einer AL-Aussage vorkommenden Junktoren zählt. Z.B. soll also  $\mathbf{J}(\neg(p_0 \wedge (p_0 \rightarrow \perp))) = 4$  gelten.

Hinweis: Für die zu definierende Funktion muss die Abbildung  $H_{\text{ATM}} : \text{ATM} \rightarrow \mathbb{N}$  zwischen Aussagensymbolen und dem 0-stelligen Junktor  $\perp$  unterscheiden, d.h.

$$H_{\text{ATM}}(\phi) =_{\text{def}} \begin{cases} 0 & \text{falls } \phi \in \text{AV} \\ 1 & \text{falls } \phi \simeq \perp \end{cases}$$

**Aufgabe 3** (3 Punkte)

Beweisen Sie unter Verwendung Ihrer Definition aus Aufgabe 2 die folgende Behauptung:

$$\text{Für jede AL-Aussage } \phi \text{ gilt: } \mathbf{r}(\phi) \leq \mathbf{J}(\phi).$$

**Aufgabe 4** (1+1+1 Punkte)

Prüfen Sie mithilfe von Wahrheitstafeln, ob die folgenden Aussagen und Aussagenschemata tautologisch, kontradiktorisch oder kontingent sind.

- a)  $p_0 \leftrightarrow (p_0 \rightarrow \perp)$
- b)  $((\phi \rightarrow \perp) \rightarrow \phi) \rightarrow \psi$
- c)  $\phi \wedge \psi \rightarrow \phi \vee \psi$

**Aufgabe 5** (1+2+2 Punkte)

Zeigen Sie, dass folgende Beziehungen für alle Aussagen  $\phi$  und  $\psi$  gelten:

- a)  $\phi \rightarrow \psi, \phi \models \psi$
- b)  $\phi \wedge \neg\phi \models \perp$
- c)  $\phi \rightarrow \psi \models \neg\phi \vee \psi$