

Aufgabe 1

Zeigen Sie durch Angabe einer Ableitung im Kalkül NK: $A \wedge \neg A \vdash B$.
Wird hierzu die Widerspruchsregel (\perp) benötigt?

Aufgabe 2

Zeigen Sie durch Angabe einer Ableitung im Kalkül NK:

- (a) $A \rightarrow B \vdash \neg A \vee B$
- (b) $A \rightarrow B \vdash \neg B \rightarrow \neg A$
- (c) $\neg B \rightarrow \neg A \vdash A \rightarrow B$
- (d) $\neg A \vee \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$
- (e) $\vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die Regel

$$\frac{A \vee B \quad \neg A}{B} \text{ (disjunktiver Syllogismus)}$$

eine im Kalkül NK ableitbare Regel ist.

Aufgabe 4

Geben Sie Einführungs- und Beseitigungsregeln für die Bimplikation \leftrightarrow an, in denen außer \leftrightarrow keine weiteren logischen Konstanten vorkommen. Orientieren Sie sich dazu am Bimplikationsgesetz (vgl. auch (b)).

Zeigen Sie unter Verwendung dieser Regeln:

- (a) $\vdash (A \wedge B \rightarrow C) \leftrightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$
- (b) $\vdash (A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$