

**Aufgabe 53** (5+1 Punkte)

- (a) Geben Sie zu einer TM  $\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0 \rangle$  eine Grammatik  $\Gamma_{\mathcal{M}}$  über einem Alphabet  $\Sigma' \supset \Sigma$  an, so daß sich die in Definition 10.3 erklärte Relation  $\vdash^1$  zwischen Konfigurationen von  $\mathcal{M}$  als  $\Rightarrow^1$  aus den Produktionen von  $\Gamma_{\mathcal{M}}$  ergibt.

Hinweis: Schreiben Sie dazu eine Konfiguration

$$\begin{pmatrix} u & a & v \\ & q & \end{pmatrix}$$

als Wort  $(uqav) \in \Sigma'^*$ .

- (b) Erweitern Sie  $\Gamma_{\mathcal{M}}$  so, daß eine Haltekonfiguration

$$\begin{pmatrix} u & a & v \\ & q & \end{pmatrix}$$

durch das Wort  $(uhav)$  repräsentiert wird, wobei  $h \in \Sigma'$  ein neues Symbol ist.

**Aufgabe 54** (4 Punkte)

Geben Sie eine Grammatik  $\Gamma$  über  $\Sigma \supset \{0, 1, \#, s, h\}$  an, die folgende Bedingungen erfüllt:

- Für jedes  $n \in \mathbb{N}$  gibt es genau eine Ableitung  $S \Rightarrow^* s\#[n]_b \Rightarrow^* h\#[n+1]_b$
- Für alle  $m, n \in \mathbb{N}$  mit  $m \neq n$  gibt es keine Ableitung  $S \Rightarrow^* s\#[n]_b \Rightarrow^* h\#[m+1]_b$
- Für alle  $m, n \in \mathbb{N}$  mit  $m \neq n$  gibt es keine Ableitung  $S \Rightarrow^* h\#[n]_b \Rightarrow^* h\#[m]_b$

**Aufgabe 55** (2+2+2+2+2 Punkte)

Zeigen Sie, daß die folgenden Funktionen primitiv rekursiv sind, indem Sie sie durch die Ausgangsfunktionen, Komposition und primitive Rekursion ausdrücken:

(a)  $f_1(x) = 3 \cdot x$

(b)  $f_2(x) = x!$

(c)  $f_3(x, y) = x^y$

(d)  $f_4(x, y) = \max(x, y)$

(e)  $f_5(x, y, z) = \max(x, y, z)$